Республиканская физическая олимпиада 2023 года
(III этап)

Теоретический тур

9 класс.

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

4. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

5. Подписывать рабочие листы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач с Листами ответов (7 стр.).

Задание 9-1 Двойная разминка.

1. Длины рёбер первого кубика в 2 раза больше длины рёбер второго. При этом их массы равны. Чему равно отношение плотностей материалов кубиков?

2. Вода налита в цилиндрический сосуд. Как изменится давление воды на дно со сосуда, если объем воды в сосуде увеличить в 2 раза?

3. Брусок в форме параллелепипеда лежит на столе. Во сколько раз изменится сила давления параллелепипеда на стол, если все его размеры увеличить в два раза (при сохранении его плотности)?

4. Сила сопротивления, действующая на горизонтально летящий самолет, пропорциональна скорости самолета. Во сколько раз увеличилась мощность двигателей самолета, если его скорость возросла в 2 раза?

5. Во сколько раз изменится мощность электроплитки, если увеличить напряжение источника в 2 раза.

6. Во сколько раз изменится электрическое сопротивление проволоки, если ее согнуть пополам и концы соединить?

7. Шарик бросают вверх с некоторой постоянной начальной скоростью. Как изменится высота подъема шарика, если ускорение свободного падения увеличится в два раза? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Задание 9-1. Двойная разминка. Лист ответов.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

Задание 9-2. Водяное отопление.

Часто для обогрева помещений использую горячую воду. В данной задаче анализируются различные способы такого обогрева, если имеется ограниченная порция горячей воды.

Итак, необходимо обогреть комнату (например, парилку в бане), начальная температура которой $t_0 = 10°C$.

Теплоемкость комнаты равна C_0 (это полная теплоемкость, т.е. сумма произведение удельных теплоемкостей на массы различных предметов в комнате, включая и воздух $C_0 = cm$). Для нагревания используется горячая вода, температура которой равна $t_1 = 70°C$. Теплоемкость всей имеющейся воды равна $C_1 = 2C_0$ (это тоже произведение удельной теплоемкости воды на ее массу).

Во всех пунктах данной задачи потерями теплоты в окружающую среду будем пренебрегать.

Сначала рассмотрим примитивный способ обогрева: горячую воду целиком приносим в комнату и ждем установления теплового равновесия.

1. Рассчитайте конечную температуру комнаты t при таком способе обогрева.

Оказывается, что имеется более эффективный способ нагрева. Разделим воду на N одинаковых частей. Затем занесем в комнату первую порцию воды, дождемся установления теплового равновесия (обозначим установившуюся температуру в комнате после первой порции воды x_1), затем вынесем первую порцию воды и внесем вторую порцию воды (после нее температура в комнате x_2) и т.д. до последней порции воды температура в комнате x_N и будет конечной температурой $x_N = t$.

2. Получите формулу, позволяющую рассчитать температуру после k - той порции x_k через предыдущее значение x_{k-1} и другие известные по условию величины.

3. Рассчитайте значения конечной температуры в комнате при делении воды на 2 и 3 равные порции.

4. Получите общую формулу для конечной температуры в комнате при делении воды на N равных частей. В эту формулу должны входить только заданные в условии величины.

Подсказка: Рассмотрите величины $\Delta x_k = x_k - t_1$ *- разность между температурой в комнате и температурой горячей воды.*

5. Численно оцените, до какой максимальной температуры можно нагреть комнату таким способом.

Задание 9-2. Водяное отопление. Лист ответов.

1. Конечная температура при примитивном способе

2. Формула, связывающая x_k с x_{k-1}

3. Конечные температуры при разбиении На 2 порции На 3 порции

4. Общая формула для конечной температуры при разбиении на N порций

5. Максимальная конечная температура

Задание 9-3. Просто кинематика.

Часть 1. Известна зависимость скорости от времени.

Две частицы начинают одновременно двигаться из начала координат вдоль оси X. Зависимости скоростей (точнее проекций скоростей на ось X) частиц от времени показаны на графике 1 в листах ответов. Первая частица начинает двигаться с отрицательным ускорением, а затем с положительным. Вторая – наоборот, сначала с положительным ускорением, а затем с отрицательным.

1.1 Укажите, в какие моменты времени расстояние меду частицами максимально.

1.2 Укажите, в какие моменты времени координаты частиц равны.

1.3 Постройте на бланке листа ответов зависимости разности координат частиц $(x_1 - x_2)$ от времени. Приведите формулы, описывающие эту зависимость.

Часть 2. Известна зависимость скорости от координаты.

Частицы движутся вдоль оси x. Каждая частица начинает движение из начала координат. Первая начинает движение в момент времени $t = 0$, вторая стартует через время $\tau = 10c$.

На графике 2 листа ответов показан график зависимости скорости частиц от координаты (эти зависимости одинаковы для обеих частиц).

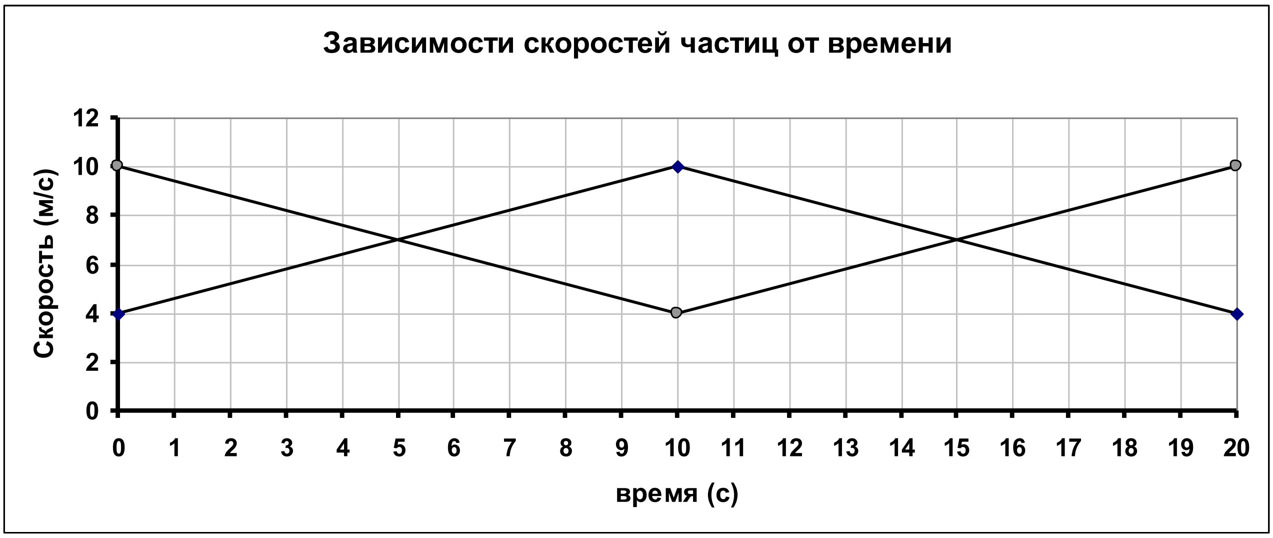
2.1 Получите формулу, описывающую зависимость расстояния между частицами от времени, отсчитываемого от старта второй частицы.

2.2 Чему будет равно расстояние между частицами через 40 с после старта второй частицы?

Задание 9-3. Просто кинематика. Лист ответов.

Часть 1. Известна зависимость скорости от времени.

График 1. Зависимости скоростей частиц от времени



1.1 Расстояние между частицами максимально в моменты времени

1.2 Координаты частиц равны в моменты времени

1.3 График зависимости разности координат от времени

Часть 2. Известна зависимость скорости от координаты.

График 2. Зависимость скорости частиц от координаты.

2.1 Формула для зависимости расстояния между частицами от времени.

2.2 Расстояние между частицами
$l =$

Республиканская физическая олимпиада 2023 года
(III этап)

Теоретический тур

<u>10 класс.</u>

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

4. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

5. Подписывать рабочие листы запрещается.

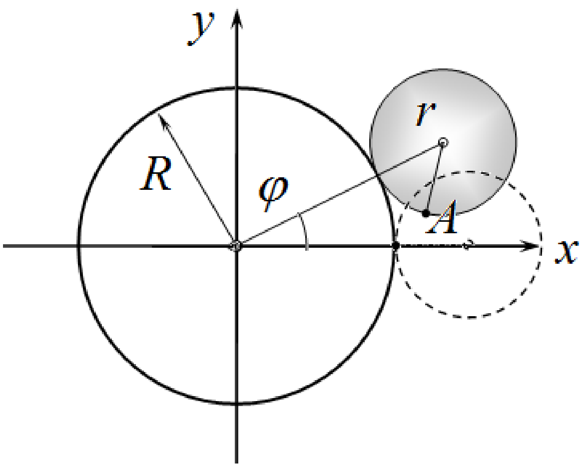
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач с Листами ответов (8 стр.).

Задание 10-1. Двойное вращение.

Колесо радиуса r катится без проскальзывания по боковой поверхности диска (снаружи его). Центр колеса движется вокруг центра диска с постоянной угловой скоростью ω. Положение центра колеса определяется углом φ. Точка A находится на ободе колеса. В момент времени $t = 0$ точка A касается поверхности диска в точке, находящейся на оси x (при этом $\varphi = 0$)



1. Выведите закон движения точки A, т.е. зависимости ее координат от времени $x(t)$, $y(t)$.

2. Найдите максимальную по модулю скорость точки A - $v_{\max}$.

3. Постройте примерные траектории движения точки A, в трех случаях:

а) $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{r}{R} = 1$;

в) $\frac{r}{R} = 2$.

Построения выполните на бланках в листах ответов. На этих бланках нарисованы две окружности: радиус меньшей из них равен R, радиус большей равен $R + 2r$.

Задание 10-1. Двойное вращение. Листы ответов.

1. Закон движения точки

$x(t) =$

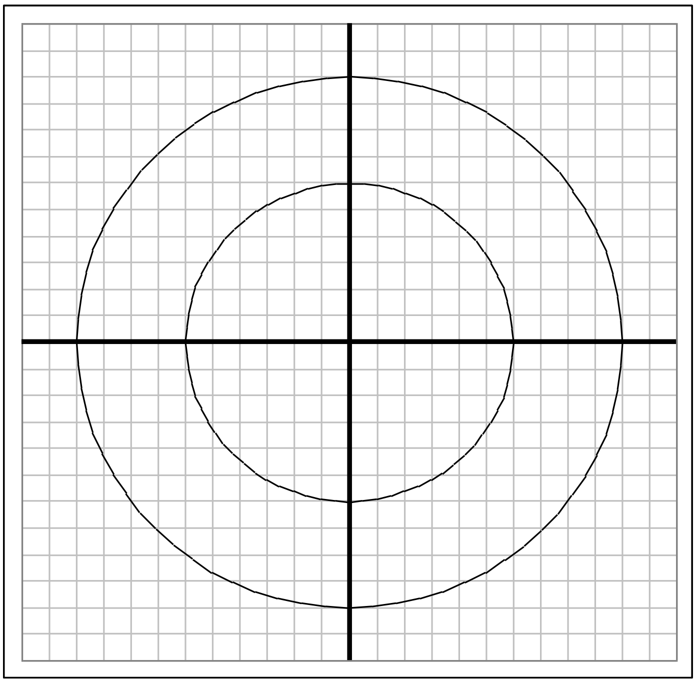
$y(t) =$

2. Максимальная скорость точки

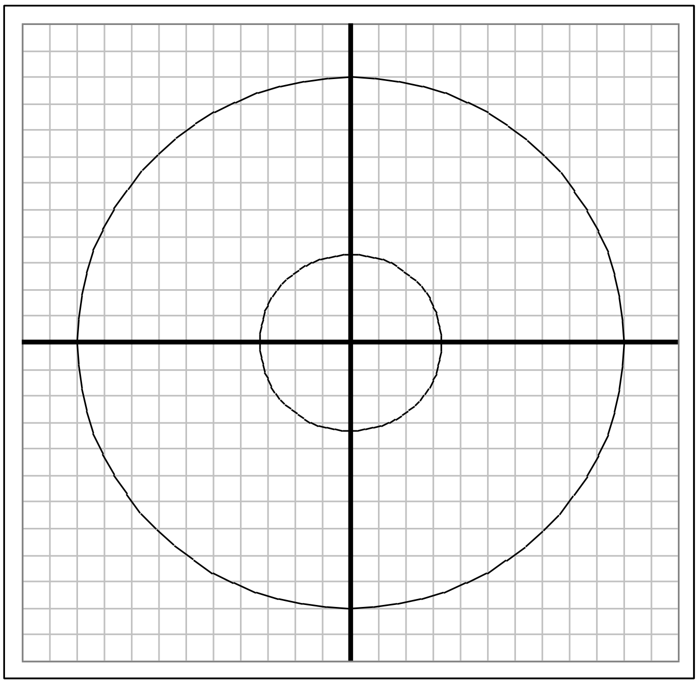
$v_{\max} =$

3. Схематические траектории точки.

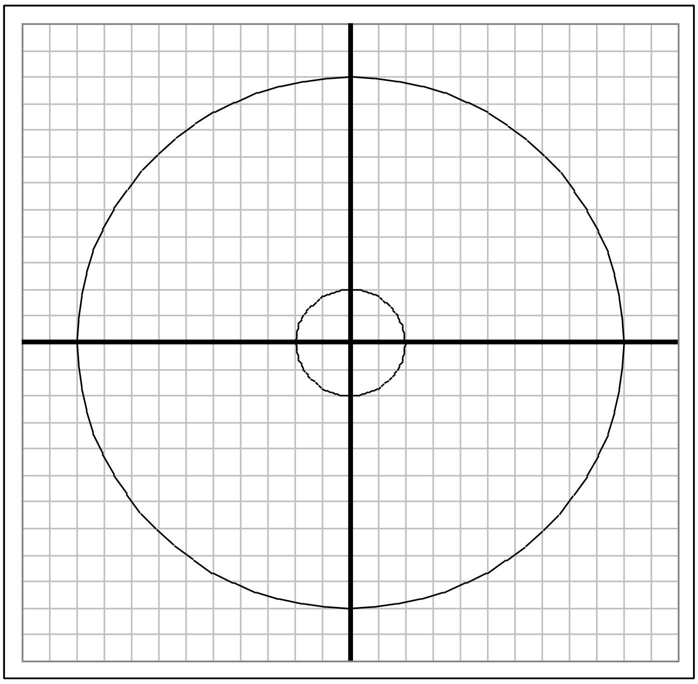
а) $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$



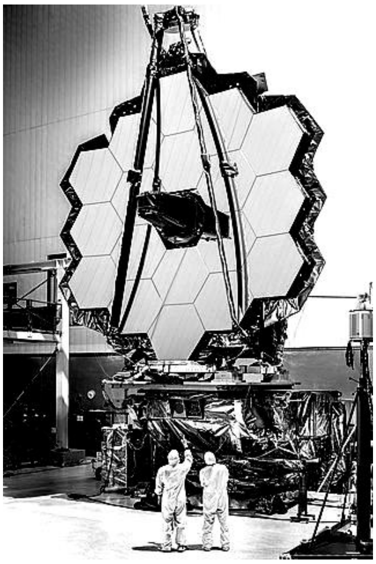
б) $\frac{r}{R} = 1$



в) $\frac{r}{R} = 2$



Задание 10-2. Космический инфракрасный телескоп Джеймс Уэбб.



25 декабря 2021 года с космодрома Куру при помощи ракеты «Ариан-5» был успешно запущен ***космический аппарат, снабженный инфракрасным телескопом «Джеймс Уэбб»*** *(англ. James Webb Space Telescope, JWST). В январе 2022 года этот аппарат вышел в точку своей постоянной дислокации. Положение телескопа будет оставаться практически неизменным относительно Земли, причем все время он будет находиться в тени Земли.*

В данной задаче вам необходимо рассчитать положение этой научной станции. На первый взгляд – такое положение космического аппарата невозможно: чтобы он все время оставался в тени Земли (т.е. все время находился на одной прямой с Солнцем и Землей) угловая скорость его вращения должна быть равна угловой скорости движения Земли. Но… по 3 закону Кеплера период обращения однозначно связан с радиусом орбиты!!!

Разрешение парадокса заключается в том, что центр орбиты Земли не совпадает с центром Солнца: два взаимодействующих тела вращаются вокруг общего центра масс.

Для упрощения расчетов примем следующие приближения:

- при рассмотрении движения Земли и Солнца влиянием других планет пренебрегаем (рассматриваем задачу двух тел);
- тем более движение космического аппарата не влияет на движение Земли;
- орбита Земли является окружностью.

Масса Солнца $M_C = 2{,}0 \cdot 10^{30}\,кг$. Масса Земли $M_З = 6{,}0 \cdot 10^{24}\,кг$. Радиус орбиты Земли $R = 1{,}5 \cdot 10^{8}\,км$.

Рассмотрим задачу «двух» тел: два массивных тела (масса одного из них m_1, масса второго m_2, для определенности будем считать, что $m_1 > m_2$) движутся только под действием силы гравитационного взаимодействия по круговым орбитам. Расстояние между телами остается неизменным и равным R.

1. Докажите, что центры окружностей, по которым движутся тела, совпадают с центром масс системы этих тел. 2. Найдите радиусы траекторий R_1, R_2 обоих тел.

Добавим в рассматриваемую систему третье тело, масса которого m_0 значительно меньше масс первых двух тел. Будем считать, что это тело все время находится на прямой, проходящей через центры Солнца и Земли. Можно показать, что на этой прямой существует только три точки, в которых может находится третье тело, оставаясь все время неподвижным относительно Земли и Солнца (эти точки называются точками Лагранжа).

3. Получите точное уравнение, позволяющие определить расстояние x от менее массивного тела m_2 (т.е. Земли) до точки Лагранжа на прямой Земля – Солнце, находящейся за орбитой Земли.

Масса Солнца значительно больше массы Земли, поэтому полученное уравнение можно решить приближенно. Используйте тот факт, что расстояние от центра Солнца до центра масс системы Солнце – Земля значительно меньше радиуса земной орбиты.

4. Рассчитайте, на каком расстоянии от Земли располагается аппарат JWST.

Математическая подсказка: при $x << R$ *можно использовать приближенную формулу*

$$\frac{1}{(R+x)^2} \approx \frac{1}{R^2} - \frac{2}{R^3}x .$$

Задание 10-2. Космический инфракрасный телескоп Джеймс Уэбб. Лист ответов.

2. Радиусы орбит $R_1 =$ $R_2 =$

3. Точное уравнение для расстояния от Земли до космического аппарата

4. Расстояние до космического аппарата (формула, численное значение) $x =$

Задание 10-3. Теплоемкость газа.

В восьмом классе вы познакомились с понятием теплоемкости тел. Пользовались таблицами удельных теплоемкостей веществ. Скорее всего, у Вас сложилось твердое убеждение, что удельная теплоемкость вещества некоторая табличная величина, данная ему Господом Богом в момент творения. Однако, в 10 классе вы должны понять, что теплоемкость — это не только характеристика тела, но и характеристика процесса изменения температуры тела. Более того, теплоемкость может изменяться в ходе процесса. При выполнении данного задания Вы должны показать, что хорошо понимаете эти особенности такой характеристики, как теплоемкость.

Напомним: теплоемкость тела называется отношение количества теплоты, полученной телом δQ *к изменению температуры этого тела* ΔT*:*

$$C = \frac{\delta Q}{\Delta T}. \qquad (1)$$

Так теплоемкость может изменяться в ходе процесса, то использовать формулу (1) необходимо при малых изменениях параметров вещества.

Рассмотрим один моль идеального одноатомного газа, находящегося в сосуде объема V_0 при давлении P_0. Газ начинает расширяться так, что его давление P и объем V оказываются связаны уравнением процесса

$$PV^n = const. \qquad (2)$$

где n - некоторое постоянное число.

Математическая подсказка для этого процесса при малых изменениях объема и давления справедливо соотношение

$$\frac{\Delta P}{P} = -n\frac{\Delta V}{V} \qquad (3)$$

1. На бланке в Листах ответов постройте схематические графики процесса для следующих значений n: $n=-2$; $n=-1$; $n=0$; $n=1$; $n=2$; $n \to \infty$.

2. Рассчитайте значение теплоемкости газа в процессе, описываемом уравнением (2). Покажите, что во всех этих процессах теплоемкость газа постоянная.

3. При каком значении n теплоемкость газа равна нулю. Как называется такой процесс?

4. При каких значениях n теплоемкость газа отрицательна? Объясните возможность такого процесса: почему при получении теплоты температура газа может понижаться?

5. При каком значении n теплоемкость газа стремится к бесконечности? Как называется такой процесс?

Задание 10-3. Теплоемкость газа. Лист ответов.

1. Схематические графики процессов.

2. Формула для теплоемкости.

$C =$

3. Теплоемкость равна нулю при n

4. Теплоемкость отрицательна при n

5. Теплоемкость стремится к бесконечности при n

Республиканская физическая олимпиада 2023 года
(III этап)

Теоретический тур

11 класс.

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

4. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

5. Подписывать рабочие листы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач с Листами ответов (14 стр.).

Задание 11-1. «Кардиограмма» тепловой машины.

В данном задании рассматривается тепловая машина. Помимо традиционных вопросов, в нем рассматриваются временные характеристики данной машины.

Рабочим телом двигателя является одноатомный идеальный газ, который находится в цилиндрическом сосуде под поршнем. В начальном состоянии параметры этого газа известны и равны: объем - V_0, давление - P_0, температура - T_0. При решении задач используются относительные единицы – отношения объема, давления и температуры к соответствующим величинам в начальном состоянии:

$$v = \frac{V}{V_0}, \quad p = \frac{P}{P_0}, \quad \tau = \frac{T}{T_0}. \qquad (1)$$

Цикл тепловой машины состоит из 5 этапов, длительность каждого из них равна t_0. Эту величину можно использовать в качестве единицы времени.

Величины P_0, V_0, T_0, t_0 заданы в единицах системы СИ.

В Листах ответов приведены графики зависимостей объема и температуры газа от времени. Для упрощения вашей работы значения параметров в некоторые моменты времени приведены в Таблице 1. На каждом этапе поршень движется с постоянным ускорением (которое может изменяться при переходе от одного этапа к другому).

Часть 1. Динамика цикла.

1.1 Используя данные Таблицы 1, рассчитайте значения давления $p = \frac{P}{P_0}$, в моменты времени, указанные в этой таблице.

Приведите формулу, по которой проводится расчет давления, численные результаты расчетов занесите в последний столбец Таблицы 1.

Так как поршень движется в цилиндрическом сосуде, то его координата пропорциональна объему газа под поршнем.

1.2 Для каждого этапа цикла запишите закон движения поршня (зависимость объема $v = \frac{V}{V_0}$ от времени) - $v(t)$ и зависимости давления от времени $p(t)$.

Приведите формулы, по которым вы провели расчеты. Окончательные выражения с численными коэффициентами приведите в Таблице 2 листа ответов.

1.3 На бланке в листе ответов постройте график зависимости давления газа $p = \frac{P}{P_0}$ от времени.

1.4 Найдите максимальную мгновенную мощность двигателя $w_{\max}$, укажите момент времени t^*, в который достигается эта мощность. Ответы приведите в единицах системы СИ.

Часть 2. Термодинамика цикла.

2.1 На бланке в листе ответов постройте диаграмму цикла в координатах (p, v).

2.2 Для каждого этапа цикла рассчитайте: изменение внутренней энергии газа ΔU, совершенную газом работу A, количество полученной теплоты Q. Указанные величины можно выразить в относительных единицах.

Приведите формулы для расчетов указанных величин, результаты расчетов для каждого этапа приведите в Таблице 3.

2.3 Рассчитайте КПД цикла.

2.4 Найдите среднюю за цикл мощность, развиваемую данной тепловой машиной. Ответ приведите в единицах системы СИ.

Задание 11-1. «Кардиограмма» тепловой машины. Листы ответов.

Графики зависимостей объема и температуры от времени.

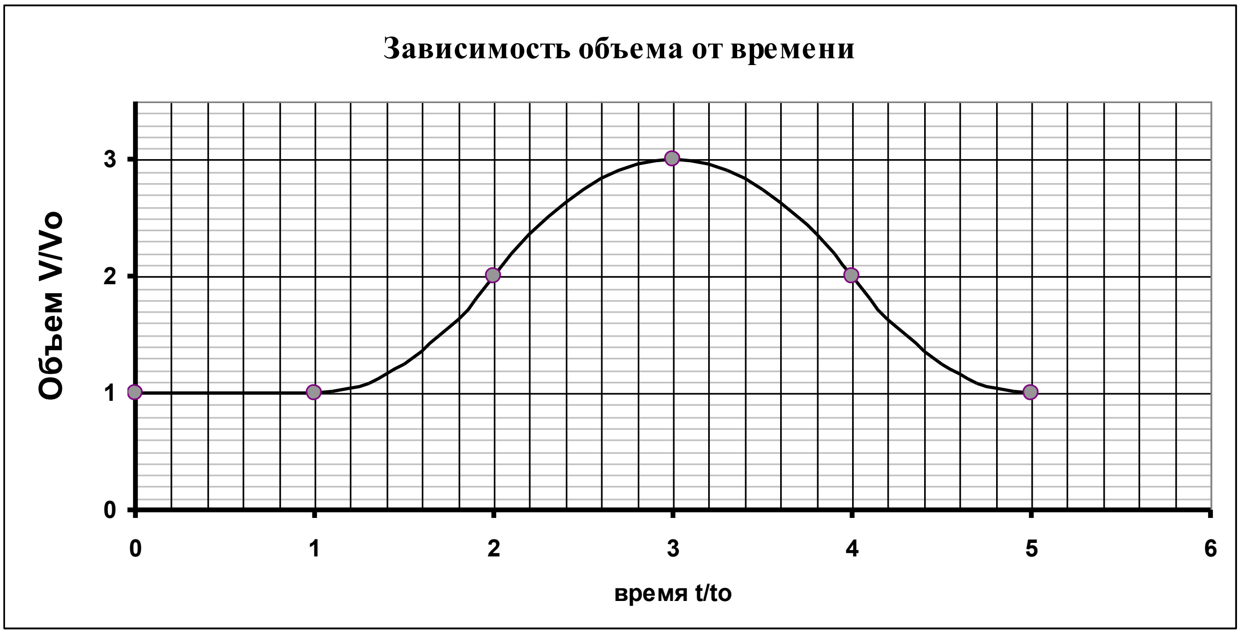


Таблица 1. Значения объема и температуры.

$\frac{t}{t_0}$	$\frac{V}{V_0}$	$\frac{T}{T_0}$	$\frac{P}{P_0}$
0,00	1,00	1,00	
0,50	1,00	1,50	
1,00	1,00	2,00	
1,50	1,25	2,81	
2,00	2,00	6,00	
2,50	2,75	8,25	
3,00	3,00	9,00	
3,50	2,75	7,56	
4,00	2,00	4,00	
4,50	1,25	1,56	
5,00	1,00	1,00	

Часть 1. Динамика цикла.

1.1. Формула для расчета давления

$$p = \frac{P}{P_0} =$$

Результаты расчетов занесите в Таблицу 1.

1.2

Таблица 2. Функции зависимостей объема и давления от времени.

Интервал времени		$v(t)$	$p(t)$
Начало этапа $\frac{t}{t_0}$	Конец этапа $\frac{t}{t_0}$		
0	1		
1	2		
2	3		
3	4		
4	5		

1.3 График зависимости давления от времени.

1.4 Максимальная мгновенная мощность равна

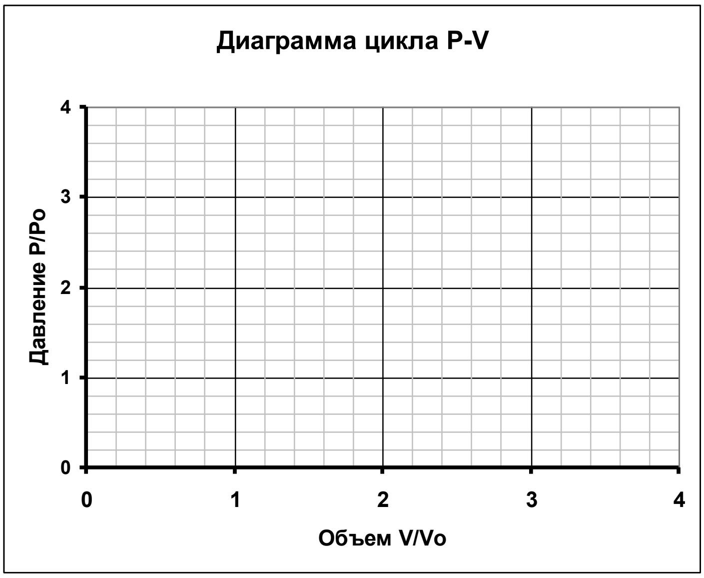
$w_{\max} =$

в момент времени

$t^* =$

Часть 2. Термодинамика цикла.

2.1 Диаграмма процесса в координатах (p, v).



2.2 Термодинамические характеристики этапов цикла.

Таблица 3. Термодинамические характеристики.

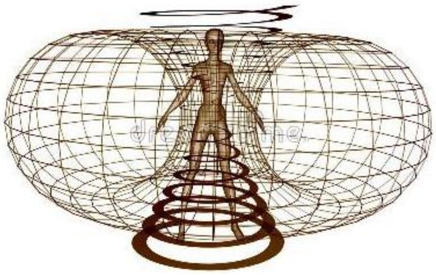
Интервал времени		Характеристики этапов		
Начало этапа $\frac{t}{t_0}$	Конец этапа $\frac{t}{t_0}$	Изменение энергии ΔU	Совершенная работа A	Полученная теплота Q
0	1			
1	2			
2	3			
3	4			
4	5			

2.3 КПД цикла

$\eta =$

2.4 Средняя мощность за цикл

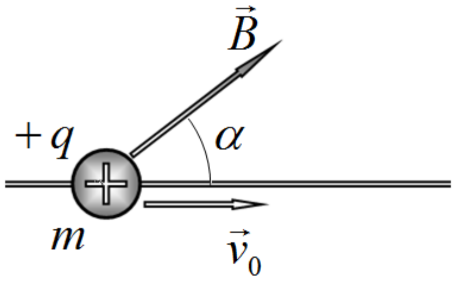
$\langle w \rangle =$



Задание 11-2. Движение в поле.

Часть 1. Прямолинейное движение в магнитном поле.

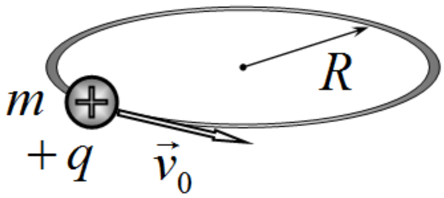
Небольшая бусинка массы m и несущая электрический заряд $+q$ может скользить по прямолинейному стержню. Коэффициент трения бусинки о стержень равен μ. Стержень и бусинка находятся в однородном магнитном поле, вектор индукции которого $\vec{B}$ направлен под углом α к стержню, как показано на рисунке. Бусинке толчком сообщают начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную вдоль стержня как показано на рисунке. Действием силы тяжести следует пренебречь.



1.1 Найдите зависимость ускорения бусинки $\vec{a}$ от ее скорости $\vec{v}$. 1.2 Нарисуете схематический график зависимости модуля скорости бусинки от времени $v(t)$. 1.3 Рассчитайте, какой путь S_1 пройдет бусинка до полной остановки. 1.4 Какой путь S_2 пройдет бусинка, если ее начальную скорость $\vec{v}_0$ направить в противоположном направлении?

Часть 2. Движение по окружности в электрическом поле.

Описанная в первой части бусинка (масса - m, электрический заряд $+q$) может скользить по плоскому кольцу радиуса R. Коэффициент трения бусинки о кольцо равен μ. Силой тяжести пренебрегайте.



2.1 Поля нет.

Бусинке сообщают начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную по касательной к кольцу.

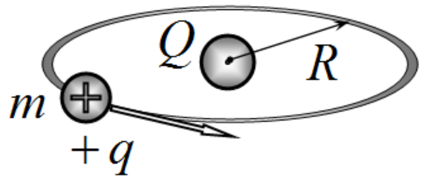
2.1.1 Покажите, что кинетическая энергия бусинки при ее последовательном смещении на некоторый угол $\Delta\varphi$ по кольцу убывает в геометрической прогрессии.

После того, как бусинка прошла один полный оборот по кольцу, ее скорость уменьшилась на 20%.

2.1.2 Рассчитайте, на сколько процентов уменьшится скорость бусинки после того, как она сделает 5 полных оборотов по кольцу.

2.2 Поле появилось.

Для уменьшения силы трения в центре кольца закрепляют точечный заряд Q.



2.2.1 Укажите, при каком знаке заряда в центре кольца Q возможно уменьшение силы трения, действующей на бусинку.

Этот заряд создает в точках кольца электрическое поле, модуль напряженности которого равен E_0 (далее считайте эту величину известной). Будем считать, что это поле может уменьшить силу трения, действующую на бусинку.

2.2.2 Найдите при какой скорости v^* бусинка может скользить по кольцу с постоянной по модулю скоростью.

2.2.3 Нарисуйте на бланке листа ответов схематические графики зависимости скорости бусинки от времени при следующих начальных скоростях а) $v_0 > v^*$; б) $v_0 < v^*$.

Заданию 11-2. Движение в поле. Листы ответов

Часть 1. Прямолинейное движение в магнитном поле.

1.1 Зависимость ускорения бусинки $\vec{a}$ от ее скорости $\vec{v}$

$$\vec{a} =$$

1.2 Схематический график зависимости модуля скорости бусинки от времени $v(t)$.

1.3 Путь до остановки

$$S_1 =$$

1.4 Путь до остановки

$$S_2 =$$

Часть 2. Движение по окружности в электрическом поле.

2.1 Движение без электрического поля.

2.1.2 Скорость уменьшится на

_______%

2.2 Движение в электрическом поле.

2.2.1 Укажите знак заряда

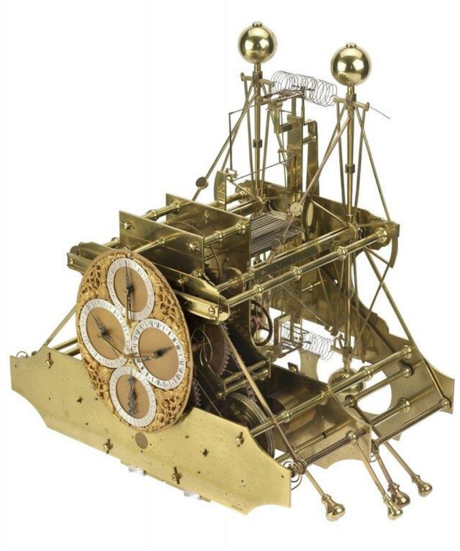
Q

2.2.2 Значение «критической» скорости v^* бусинки

$v^* =$

2.2.3 Схематические графики зависимости скорости от времени

Задание 11-3. Морской хронометр.



Первые попытки создать морской хронометр, работающий независимо от качки и прочих факторов, были предприняты в конце XVII века. Известны разработки Христиана Гюйгенса, Уильяма Дерема и других учёных. Но в уже упомянутом 1714 году Комиссия долгот учредила приз в 10 000 фунтов, впоследствии сумму подняли до 20 000 фунтов. Эта сумма сейчас превышает 2 миллиона фунтов стерлингов!

Преуспел в итоге английский часовщик-самоучка Джон Гаррисон. Они с братом Джеймсом были специалистами по «часовым шкафам», большим напольным часам с длинными маятниками. За разработку Гаррисон взялся в 1730 году в возрасте 37 лет, и свой первый морской хронометр продемонстрировал в 1736-м.

На фото показана точная модель хронометра Гаррисона, хранящаяся в музее Гринвичской лаборатории.

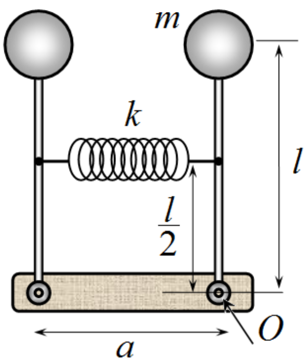


Рис. 1

В данном задании вам необходимо проанализировать колебательную систему этого устройства. На рис. 1 показана упрощенная схема маятниковой системы, которая состоит из двух одинаковых вертикальных маятников. Каждый из них состоит из жесткого стержня длины l (массой стержня можно пренебречь), который может вращаться в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси O, на противоположном конце стержня закреплен массивный шар массы m (его можно считать материальной точкой). Маятники соединены пружиной жесткости k (массой пружины также можно пренебречь), которая прикреплена к стержням на середине их длины. Пружина «работает» только на растяжение: при растяжении пружины возникает сила упругости, подчиняющаяся закону Гука; при сжатии пружины силы упругости отталкивания не возникает, пружина просто провисает. При анализе возможных режимов движения маятников удобно использовать безразмерный параметр

$$\gamma = \frac{2mg}{kl}, \qquad (1)$$

где g - ускорение свободного падения. Этот параметр легко изменять, изменяя массу шаров.

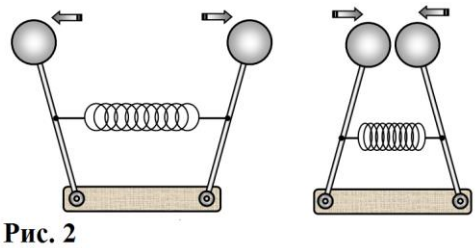


Рис. 2

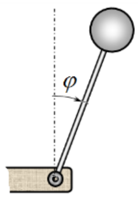


Рис. 3

Будем рассматривать случай, когда оба маятника колеблются симметрично (рис.2). Положение стержня будем характеризовать углом отклонения стержня от вертикали φ (рис. 3).

В первой попытке создания хронометра длина пружины в недеформированном состоянии в точности равнялась расстоянию между стержнями a в вертикальном положении (см. рис. 1).

1. Запишите зависимость потенциальной энергии системы от угла отклонения стержней $U(\varphi)$, полагая, что при $\varphi = 0$ $U = 0$. Постройте схематические графики этой зависимости при двух значениях параметра а) $\gamma < 1$; б) $\gamma > 1$.

2. Покажите, что колебания стержней в этом случае, невозможны ни при каких значениях параметра γ.

Для того, чтобы стержни могли колебаться изобретатели предложили использовать удлиненную пружину. В этом случае пружина оказывается недеформированной при симметричном отклонении стержней на угол φ_0.

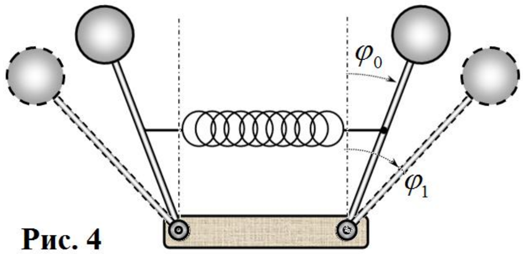


Рис. 4

3. Запишите уравнение, для определения положений равновесия стержней.

4. Найдите, при каких значениях параметра γ, существуют положения равновесия стержней.

5. Укажите, вблизи какого положения равновесия возможны колебания.

Пусть $\varphi_0 = 10°$; $\gamma = 0{,}30$.

6. Найдите значение угла φ_1, при котором стержни могут находиться в положении равновесия.

7. Получите формулу для периода малых колебаний стержней вблизи положения равновесия φ_1.

8. Чему равна максимально возможная амплитуда колебаний в этом случае.

<u>Подсказка</u>. Для углов меньших $20°$ *можно считать, что*

$$\sin\varphi \approx \varphi$$

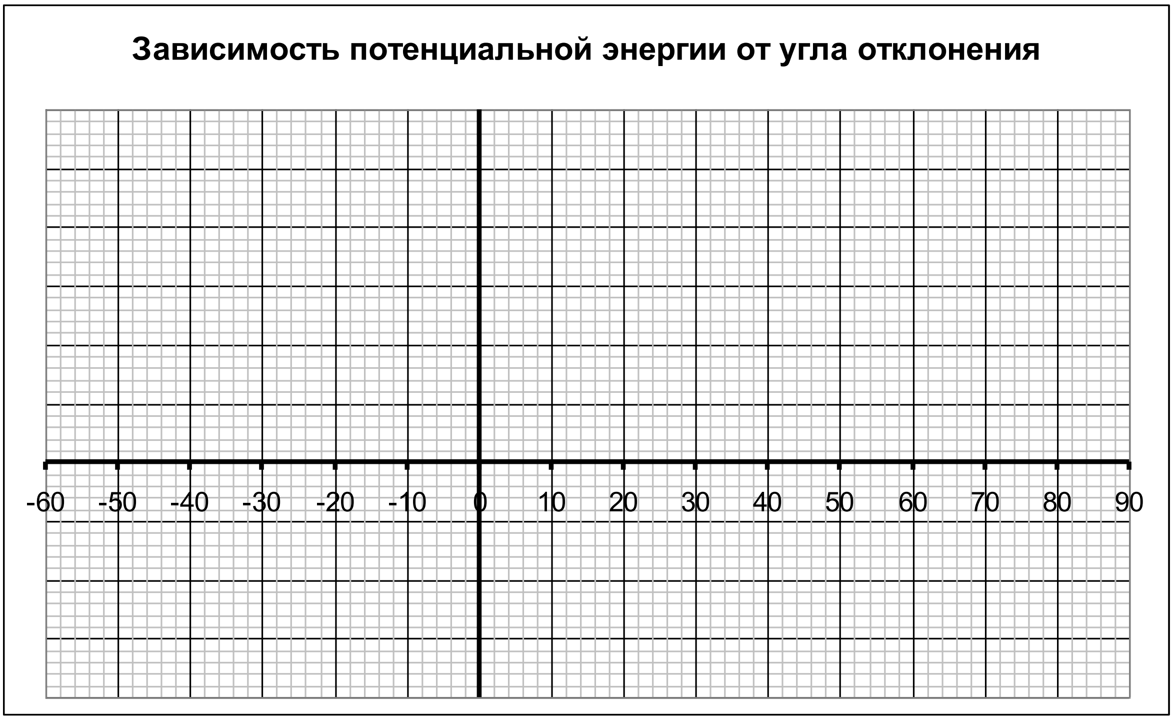
$$\cos\varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}. \qquad (2)$$

Задание 11-3. Морской хронометр. Листы ответов

1. Зависимость потенциальной энергии системы от угла отклонения стержней

$U(\varphi) =$

Схематические графики зависимости $U(\varphi)$ при двух значениях параметра а) $\gamma < 1$; б) $\gamma > 1$.



3. Уравнение, для определения положений равновесия стержней

4. Значения параметра γ, при которых существуют положения равновесия стержней

γ

5. Колебания возможны вблизи

6. Значение угла (формула, численное значение)

$\varphi_1 =$

7. Формула для периода колебаний

$T =$

8. Максимальная амплитуда колебаний

$\varphi_{\max} =$