

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования

В.А. Будкевич

«__» декабря 2013 г.



Республиканская физическая олимпиада 2014 год. (III этап)

Теоретический тур

9 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Успехов Вам на олимпиаде! Ждем Вас в Могилеве на Заключительном туре!

Задание 1. Что изучает физика?

(состоит из двух не связанных между собой задач)

*Все науки делятся на две части –
физика и коллекционирование марок!
Э. Резерфорд*

1.1 Оплата коммунальных услуг – раздел физики!

В физике основной единицей измерения энергии является Джоуль. Однако в быту используются другие единицы. Так, при оплате коммунальных услуг, электроэнергию рассчитывают в **киловатт-часах**, а тепловую энергию – в **гигакалориях**.

Какая из этих единиц больше и во сколько раз?

Справка:

Калория – количество теплоты, которое требуется на нагревание 1 грамма воды на 1 градус

Цельсия. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$.

Приставка «Гига-» означает 10^9 .

1.2 Правила дорожного движения (ПДД) – раздел физики!

Два автомобиля приближаются к перекрестку по двум взаимно перпендикулярным прямым улицам с постоянными скоростями v_1 и v_2 . В некоторый момент времени автомобили находятся на расстояниях x_1 и x_2 .

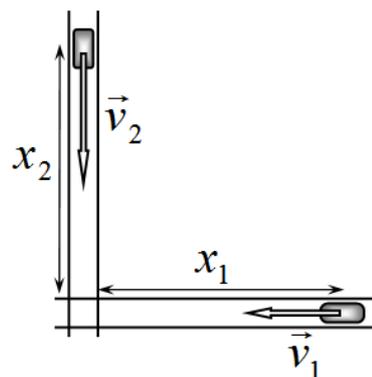
Чему будет равно минимальное расстояние между автомобилями в процессе их движения?

В соответствии с ПДД минимальное расстояние между автомобилями должно превышать $l = 10\text{ м}$. Пусть первый автомобиль движется с постоянной скоростью

$v_1 = 70 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ и находится на расстоянии $x_1 = 500\text{ м}$ от

перекрестка, а второй движется с постоянной скоростью $v_2 = 90 \frac{\text{км}}{\text{час}}$. На каком расстоянии x_2

от перекрестка может находиться этот второй автомобиль, чтобы оба автомобиля могли безопасно проехать перекресток без торможений и ускорений?



Задание 2. Вспомним Архимеда!

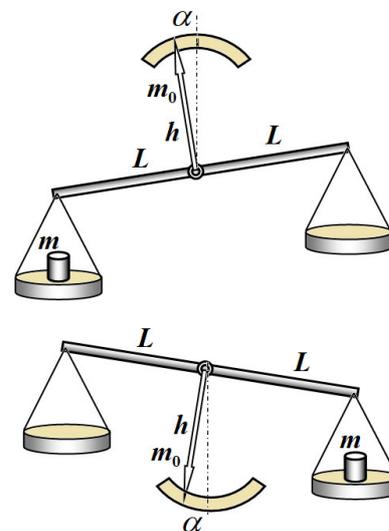
(состоит из двух не связанных между собой задач)

2.1 Какие весы лучше?

Правило рычага формулировано Архимедом!

На основе этого правила работают простейшие рычажные весы. Сконструируем такие весы: возьмем тонкий жесткий прямой стержень, закрепим его так, чтобы он мог свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр стержня, на концы стержня подвесим одинаковые чашечки. Расстояния от оси вращения до точки подвеса чашечек обозначим L .

Усовершенствуем весы, добавив к ним стрелку, которую прикрепим к центру стержня перпендикулярно ему. Рядом с концом стрелки расположим угломерную шкалу, позволяющую измерять угол отклонения α стрелки до α_{\max} в каждую сторону. Стрелку можно считать однородным стержнем длины h и массы m_0 .



2.1.1 Какие весы лучше, со стрелкой вверх, или со стрелкой вниз? Обед обоснуйте.

2.1.2 Какую максимальную массу можно измерить на «лучших» весах без использования гирь – разновесов, а используя только измерение угла отклонения стрелки?

2.2 Сила давления и сила Архимеда.

На поверхности воды плавает шарик радиуса $R = 5,00 \text{ см}$, наполовину погруженный в воду.

2.2.1 Чему равна масса шарика?

2.2.2 Чему равна суммарная сила давления воды на поверхность шарика?

Атмосферное давление $P = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Плотность воды $\rho = 1,00 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Объем шара рассчитывается по формуле $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, площадь поверхности шара $S = 4 \pi R^2$

Задание 3. Нелинейные цепи

Хорошо известно, что на напряжение U и сила тока I на обыкновенном резисторе с некоторым сопротивлением R связаны соотношением $U = IR$, которое называют законом Ома для участка цепи. Подобная связь величин приводит к знакомым вам законам последовательного и параллельного соединения резисторов. В частности, если два сопротивления R_1 и R_2 соединены последовательно, то их можно заменить на эквивалентное сопротивление $R = R_1 + R_2$ (рис. 1). А если два резистора сопротивлениями R_1 и R_2

включены параллельно, то они соответствуют эквивалентному сопротивлению $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (рис. 2).

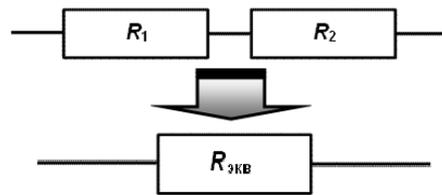


Рис. 1

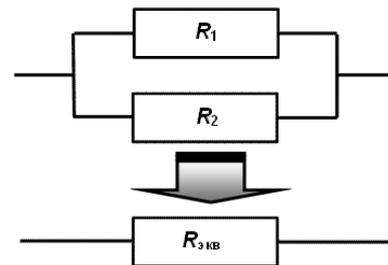


Рис. 2

В данной задаче предлагаем вам рассмотреть диоды, “закон Ома” для которых имеет непривычный вид.

1. Полупроводниковый диод

В этой части будем изучать распространённые полупроводниковые диоды. На электрических схемах они

изображаются следующим образом:

Для полупроводниковых диодов связь между напряжением U и силой тока I можно приблизительно записать в виде $I = \alpha U^2$. Величину α с размерностью $\frac{\text{А}}{\text{В}^2}$ будем называть постоянной диода.

1.1. Два диода с постоянными α_1 и α_2 соединены параллельно.

1.1.a) Найдите закон параллельного соединения таких диодов, то есть определите, на диод с какой эквивалентной постоянной $\alpha_{\text{экв}}$ их можно заменить (рис. 3).

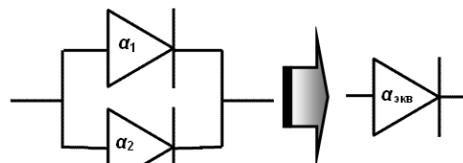


Рис. 3

1.1.b) Чему будет равно $\alpha_{\text{экв}}$, если соединить параллельно четыре диода с одинаковыми постоянными α ?

1.2. Два диода с постоянными α_1 и α_2 соединены последовательно.

1.2.a) Найдите закон последовательного соединения таких диодов, то есть определите, на диод с какой эквивалентной постоянной $\alpha_{\text{экв}}$ их можно заменить (рис. 4).

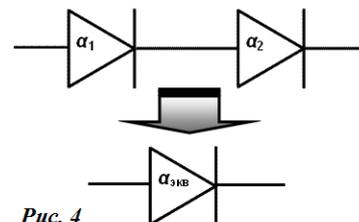


Рис. 4

1.2.b) Чему будет равно $\alpha_{\text{экв}}$, если соединить последовательно четыре диода с одинаковыми постоянными α ?

2. Туннельный диод

В данной части рассмотрим туннельный диод, который на схемах изображают символом:



Связь силы тока и напряжения на таком элементе, вообще говоря, довольно сложная. Однако, для некоторого туннельного диода, в диапазоне напряжений 0,10 В – 0,30 В данные величины можно приблизительно связать уравнением $I = \frac{\beta}{U}$. Постоянный коэффициент β имеет размерность мощности и в задаче его можно считать равным $\beta = 0,11$ мВт.

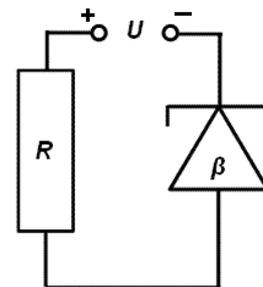


Рис. 5

2.1. Туннельный диод включен в схему, изображённую на рисунке 5. На клеммы подаётся постоянное напряжение $U = 1,00$ В, сопротивление резистора $R = 1,0$ кОм. Найдите силу тока в данной цепи.

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования

_____ В.А. Будкевич

«__» декабря 2013 г.



Республиканская физическая олимпиада 2014 год. (III этап)

Теоретический тур

10 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Успехов Вам на олимпиаде! Ждем Вас в Могилеве на Заключительном туре!

Задание 1. Что изучает физика?

*Все науки делятся на две части –
физика и коллекционирование марок!
Э. Резерфорд*

1.1 Ботаника – раздел физики!

Как влага из земли от корней высоких деревьев достигает кроны? Как хрупкие цветы взламывают асфальт? Как создается давление такое высокое давление?

Одной из возможных причин являются капиллярные эффекты.

1.1.1 Рассчитайте, на какую высоту может подняться вода по тонкой трубке диаметром $d = 1,0 \cdot 10^{-5}$ мм. Каков должен быть диаметр волокна древесины, чтобы под действием капиллярных сил вода могла подняться на высоту $h = 100$ м?

Вторым и основным механизмом создания высоких давлений в клетках является **осмос** – диффузия вещества (обычно растворителя) через полупроницаемую мембрану, разделяющую раствор и чистый растворитель, или два раствора разных концентраций. Если молекулы растворителя могут проникать через мембрану, а молекулы (или ионы) растворенного вещества нет, то в растворе создается избыточное давление, которое называется осмотическим. При не слишком высоких концентрациях растворов величина осмотического давления определяется по формуле

$$p = nkT, \quad (1)$$

где n – концентрация молекул (ионов) растворенного вещества, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная

Больцмана, T – абсолютная температура (для оценок можете принять $T = 300\text{К}$).

1.1.2 Оболочка корней растений служит полупроницаемой мембраной. Оцените, на какую высоту может подняться вода под действием осмотического давления. Считайте, что в почве вода является чистой, внутри растения создается раствор поваренной соли (NaCl) с содержанием 20 г соли на 1 л воды.

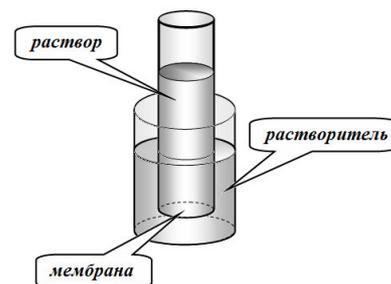
$$\text{Молярная масса натрия } M_{\text{Na}} = 23 \frac{\text{г}}{\text{моль}}, \text{ хлора } M_{\text{Cl}} = 35,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}.$$

1.2 Метеорология – раздел физики!

При охлаждении влажного воздуха возможно образование тумана. Днем температура воздуха равнялась 25°C , а влажность $\eta = 80\%$. Вечером температура воздуха понизилась до 18°C . Оцените, какое количество теплоты выделится при образовании тумана на территории Минска. Оцените также, стоимость этой энергии, если по нынешним расценкам 1 Гигакалория (10^9 кал) тепловой энергии стоит 80 тыс. бел. руб.

Считайте, что форма города есть круг. Длина Минской окружной дороги $l = 56 \text{ км}$. Высоту слоя тумана примите равной $h = 100 \text{ м}$.

Необходимы справочные данные приведены на с. 6

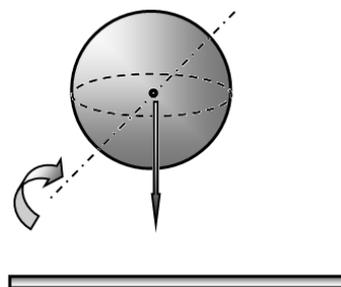


Задание 2. Удар и трение.

В 9 классе в курсе физики вы изучали две простейших модели удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий. В этом задании вам предстоит рассмотреть более сложные модели ударов, в ходе которых существенную роль играет сила трения, действующая во время удара.

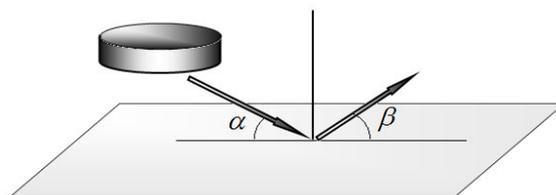
Часть 1. Равны ли угол падения и угол отражения?

1.1 Упругий шарик, вращающийся с большой угловой скоростью вокруг горизонтальной оси, падает вертикально на горизонтальную упругую поверхность. Под каким углом к вертикали отпрыгнет обруч от поверхности? Коэффициент трения шарика о поверхность равен μ . Считайте, что модуль вертикальной компоненты скорости шарика не изменился, вращение шарика после удара не прекратилось.



За счет какой энергии возросла скорость шарика в ходе удара?

1.2 Упругий не вращающийся диск (шайба) плашмя падает на поверхность льда под углом $\alpha = 30^\circ$. Под каким углом β отпрыгнет шайба? Считайте, что модуль вертикальной компоненты шайбы за время удара не изменился. Коэффициент трения шайбы о лед равен $\mu = 0,10$. Действием силы тяжести за время удара можно пренебречь.

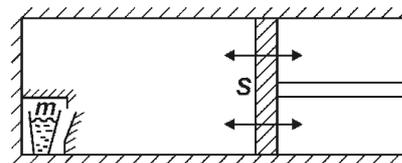


Часть 2. Неупругий удар.

2.1 «Реальная» не вращающаяся шайба плашмя падает на поверхность льда под углом $\alpha = 30^\circ$ со скоростью $v_0 = 10 \frac{M}{c}$ и продолжает скользить по поверхности льда. Считайте, что за время удара шайба от поверхности не отрывается (т.е. вертикальная компонента скорости полностью гасится за время удара). Коэффициент трения шайбы о лед равен $\mu = 0,10$. Действие силы тяжести за время удара в этом случае следует учитывать! Через какой промежуток времени от момента касания шайба остановится?

Задание 3. Машина по изготовлению льда

Юный экспериментатор Федя, изучив основы термодинамики, понял, что в силах своими руками собрать тепловую машину, а точнее, холодильную машину. Своей целью юный физик поставил, используя собственную физическую силу, получить из воды лёд. В качестве основы своей установки он взял теплоизолированную цилиндрическую ёмкость с поршнем (рис. 1). Передвигая поршень, можно изменять объём сосуда от $V_1 = 5,0$ л до $V_2 = 7,0$ л. Площадь поршня $S = 80$ см². При необходимости с сосуда можно снять изоляцию и открыть теплообмен с окружающим воздухом.



Вода массой $m = 0,20$ кг в стакане, теплоемкостью которого можно пренебречь, помещена в сосуд и отделена от всего объёма теплоизолирующей перегородкой, которую можно открывать при необходимости. Объёмом газа с водой, отделенного перегородкой, можно пренебречь. Рабочим телом Василий выбрал некоторый двухатомный идеальный газ. Перед началом работы машины объём сосуда минимален, газ находится при комнатной температуре $T_{\text{комн}} = 20^\circ\text{C}$ и атмосферном давлении $p_0 = 101$ кПа.

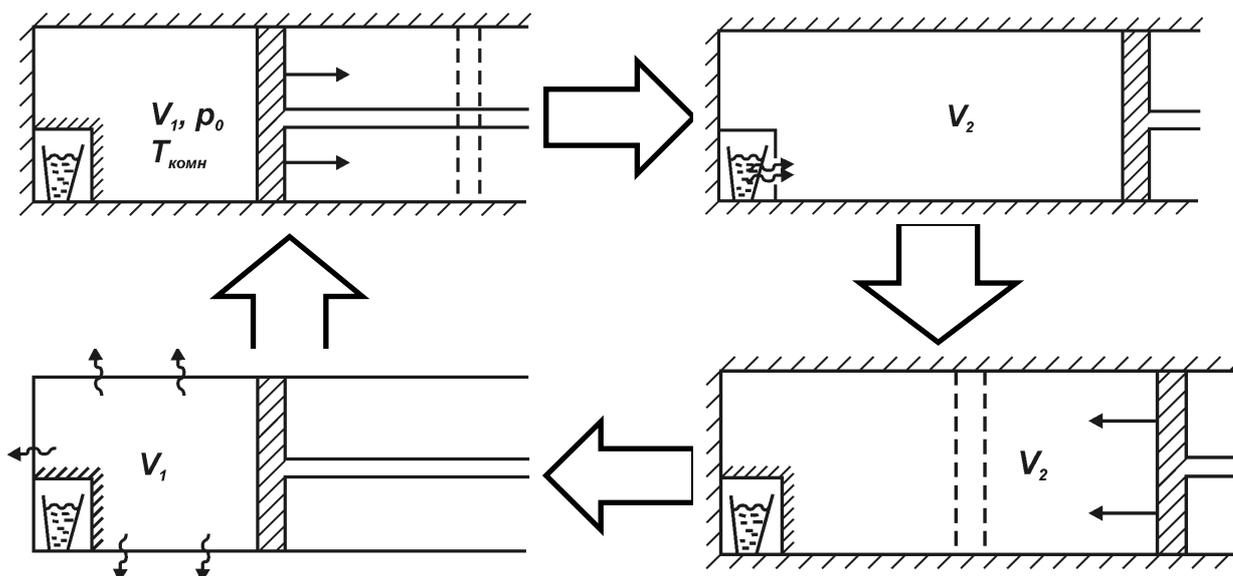


Рисунок 2

Холодильный циклический процесс, придуманный Федей, состоит из четырёх этапов (рис. 2). На первом этапе сосуд теплоизолирован, вода внутри изолирована от рабочего газа, и Федя, прикладывая свои усилия к поршню, увеличивает объём газа с V_1 до V_2 . На следующем этапе, при постоянном объёме V_2 , открывают перегородку внутри сосуда и позволяют происходить теплообмену воды (льда) с газом до установления теплового равновесия. На третьем этапе Федя вновь закрывает перегородку и, своими усилиями перемещая поршень, уменьшает объём сосуда до исходного V_1 . Наконец, на четвёртом этапе, при постоянном объёме V_1 , с сосуда снимают изоляцию и позволяют происходить теплообмену с окружающей средой до наступления теплового равновесия.

. Адиабатический процесс, то есть процесс в отсутствие теплообмена, для идеального газа протекает таким образом, что произведение $TV^{\gamma-1}$ остаётся постоянным ($TV^{\gamma-1} = \text{const}$). Безразмерная величина γ называется показателем адиабаты и зависит от свойств газа.

1. Подготовка

В этой части вам предлагается найти некоторые величины, которые могут пригодиться для дальнейшего решения.

- 1.1. Найдите химическое количество ν используемого газа.
- 1.2. До какого минимального объёма $V_{2 \text{ min}}$ нужно «растягивать» газ на первом этапе, чтобы получение льда из воды описанным способом было возможным?

2. Кристаллизация

Пусть изначально вода в стакане имела температуру 0°C .

- 2.1. Постройте качественную (то есть без точных чисел) диаграмму происходящего процесса в p - V координатах.
- 2.2. Найдите массу льда Δm , образующегося за один цикл.
- 2.3. Сколько циклов n необходимо провести, чтобы заморозить всю воду в стакане?
- 2.4. Какую работу A совершает Федя за один цикл?
- 2.5. Предложите разумное определение коэффициента полезного действия холодильной машины. Рассчитайте КПД η данного процесса в соответствии с предложенным определением.
- 2.6. Какую максимальную силу F_{max} должен приложить Федя к поршню в течение процесса? Какой средний модуль силы $F_{\text{ср}}$ прикладывает Федя за один цикл? Считайте, что ускорение поршня пренебрежимо мало.

3. Охлаждение и кристаллизация

Теперь рассмотрим более практичный случай, когда вода изначально находится при комнатной температуре $T_{\text{комн}}$.

- 3.1. Качественно изобразите несколько последовательных циклов данного процесса на p - V диаграмме.
- 3.2. Пусть в начале очередного цикла вода находится при некоторой температуре $T_n > T_{\text{л}}$. За этот цикл вода охладится до некоторой температуры T_{n+1} . Определите зависимость $T_{n+1}(T_n)$.
- 3.3. Какое количество циклов необходимо провести, чтобы охладить всю воду до температуры замерзания? Сколько всего циклов с начала процесса должно быть проведено для обращения в лёд всей воды?
- 3.4. Согласно предложенному определению (п. 2.5 задачи) определите КПД процесса охлаждения воды.
- 3.5. Какую полную работу необходимо совершить Феде, чтобы всю изначальную воду превратить в лёд?

Справочные данные:

Характеристики воды: молярная масса $M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$; плотность $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;
удельная теплоемкость $c_0 = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; удельная теплота испарения
 $L = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$; удельная теплота кристаллизации $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$; температура
плавления льда $T = 0^\circ\text{C} = 273\text{K}$; поверхностное натяжение $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$; давление
насыщенных паров воды при 25°C $p_{25} = 3,17 \cdot 10^3 \text{Па}$, при 18°C - $p_{18} = 2,07 \cdot 10^3 \text{Па}$.
Показатель адиабаты для двухатомного газа: $\gamma = 7/5$.

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$; постоянная Авогадро
 $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{моль}^{-1}$; атмосферное давление $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{Па}$;

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования

_____ В.А. Будкевич

«__» декабря 2013 г.



Республиканская физическая олимпиада 2014 год. (III этап)

Теоретический тур

11 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Успехов Вам на олимпиаде! Ждем Вас в Могилеве на Заключительном туре!

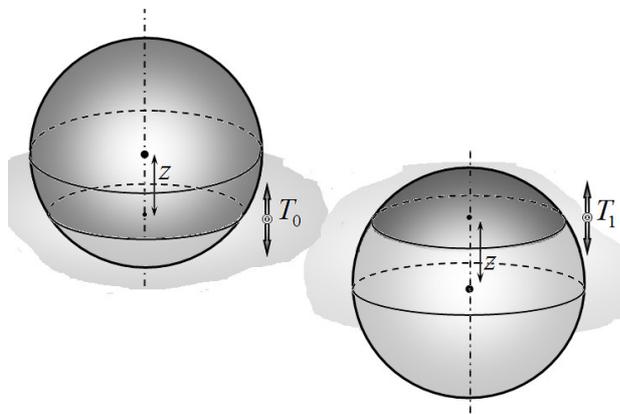
Задание 1. Колеблющиеся поплавки.

Плотность воды ρ и ускорение свободного падения g считайте известными.

Часть 1. Сферический поплавок.

1.1 Полый шар плавает на поверхности воды, так что его центр находится на некоторой высоте z над поверхностью воды, так что ниже уровня воды находится четверть объема шара. Если шар вывести из положения равновесия, то он начнет колебаться в вертикальном направлении. Чему равен период этих малых колебаний T_0 .

Не занимайтесь геометрией – считайте величину z известной.



1.2 Внутри шара помещают некоторый груз, его центр опускается ниже поверхности воды, и выше уровня поверхности остается четверть объема шара. Период малых вертикальных колебаний в этом случае обозначим T_1 . Найдите отношение этих периодов колебаний $\frac{T_1}{T_0}$. Вязкость воды и ее движение можно не учитывать.

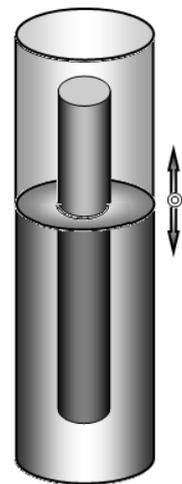
Часть 2. Цилиндрический поплавок.

Цилиндрический стержень радиуса R и длины L плавает на поверхности озера. В положении равновесия над поверхностью воды находится третья часть стержня.

2.1 На каком расстоянии от нижнего основания стержня должен находиться центр масс стержня, чтобы он мог плавать вертикально?

2.2 Чему равен период малых вертикальных колебаний стержня T_0 ?

2.3 Во сколько раз изменится период этих колебаний, если стержень поместить в цилиндрический сосуд, радиус которого в два раза больше радиуса стержня?



Задание 2. Бенгальский огонь

Однородное тонкое кольцо радиуса $R=1,0\text{ м}$ из горючего материала аккуратно разрезают и поджигают с одного конца (рис. 1). Будем считать, что точка горения кольца движется с небольшой постоянной скоростью $v=10\text{ мм/с}$ по часовой стрелке от точки A , а все продукты сгорания улетучиваются.

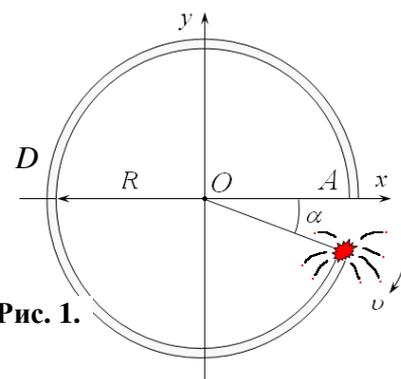


Рис. 1.

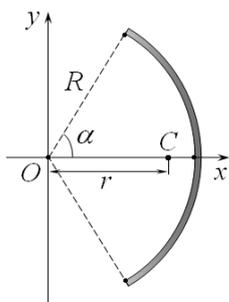


Рис. 2.

Часть 0. Подготовительная.

0.1 Покажите, что центр масс C тонкой однородной дуги радиуса R с углом полураствора α (радиан) лежит на оси её симметрии на расстоянии $r = OC = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ от её геометрического центра O (рис. 2).

Этот результат (даже если Вы не смогли это показать!) можно смело использовать в следующих пунктах задачи.

0.2 За какое время все кольцо сгорит?

Часть 1. «Механический огонь»

Далее рассматриваем горящее кольцо (см. рис. 1).

1.1 Постройте траекторию движения центра масс неподвижного кольца в процессе его горения.

Не забудьте получить уравнение этой траектории. Ее можно задать различными способами: в явном виде, в параметрической форме в виде зависимости координат от времени, в декартовой, в полярной системе координат и т.д.

Горящее кольцо аккуратно подвесили на нити, прикрепленной к нему в точке A (рис. 3). С течением времени диаметр AD кольца будет медленно отклоняться от вертикали вправо, положение этого диаметра определяется углом β . Соппротивление воздуха присутствует!

1.2 Постройте график зависимости угловой скорости поворота центра кольца от времени $\omega(t)$.

1.3 Постройте график зависимости угла поворота центра кольца от времени $\beta(t)$.

1.4 Постройте траекторию горящего огня.

Не забудьте привести явные выражения для искомых зависимостей $\omega(t)$ и $\beta(t)$.

Часть 2. «Электростатический огонь»

Если по кольцу до поджигания был равномерно распределен заряд q , то в процессе горения напряженность \vec{E} электростатического поля в его центре будет изменяться как по модулю, так и по направлению.

2.1 Найдите модуль напряженности $E(\alpha)$ электростатического поля горящего кольца в зависимости от углового размера α выгоревшей дуги.

2.2 Найдите модуль максимальной напряженности \vec{E}_{\max} электрического поля в центре кольца при таком процессе. При каком угле α_{\max} это достигается?

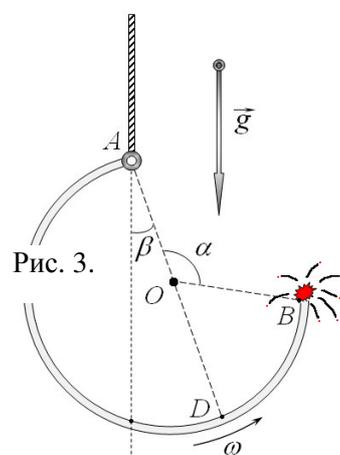


Рис. 3.

Задание 3. Автомобиль и топливо

В данной задаче вам предлагается оценить расход топлива для различных видов движения автомобиля. Здесь мы будем рассматривать движение и потребление топлива автомобилем в рамках довольно упрощенной модели, описывающей, однако, основные связи между ключевыми величинами, определяющими данные процессы.



Будем изучать легковой автомобиль массы $m = 1,5$ т, потребляющий топливо плотностью $\rho = 710$ кг/м³ и удельной теплотой сгорания $q = 44$ МДж/кг.

В рамках рассматриваемой модели будем считать КПД постоянным и равным $\eta = 15\%$. Под КПД здесь понимаем долю от энергии, выделившейся при сгорании топлива, которая преобразована двигателем в механическую энергию, затраченную на разгон автомобиля, преодоление сопротивления воздуха, обеспечение работы автомобиля, например, электроснабжение (считайте, что на все подобные цели расходуется постоянная мощность $P_1 = 1,0$ кВт)

Силу сопротивления воздуха в данной задаче предлагаем упрощенно считать прямо пропорциональной скорости транспорта $F_C = kv$, где k – размерный коэффициент, который следует принять равным $k = 15 \frac{H \cdot c}{m}$.

Основной изучаемой характеристикой в задаче является расход топлива, который будем обозначать символом χ . Под расходом понимается объем топлива, требуемый для преодоления некоторой единицы расстояния $\chi = \frac{V}{L}$, где V – объем использованного топлива, L – пройденный путь. Автомобилисты обычно измеряют расход в «литрах на сотню километров» ($\frac{л}{100 км}$) – все рассчитанные значения χ вам необходимо указать в данной единице измерения.

1. Простая поездка

Автомобиль движется по прямой горизонтальной дороге с постоянной скоростью.



- 1.1. Рассчитайте расход топлива, если скорость автомобиля $v = 80$ км/ч.
- 1.2. Оказывается, что при некотором значении скорости расход топлива оказывается минимально возможным. Найдите это значение скорости v_0 , а также минимальный расход χ_{\min} .

2. Разгон

Автомобиль, начав равноускоренно двигаться по горизонтальной дороге после остановки, набрал скорость $v_1 = 90$ км/ч за время $\Delta t = 2$ минуты.

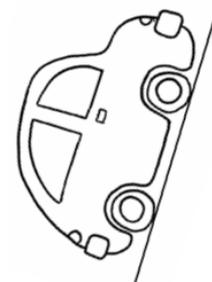
- 2.1. Найдите зависимость расхода топлива от времени $\chi(t)$ во время разгона.

В этом пункте будет также полезным посчитать количество топлива, расходуемое в единицу времени $\psi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$. Назовём эту величину ψ «временным расходом топлива», и будем ее измерять в $\frac{л}{с}$ (литрах в секунду).

- 2.2. Найдите зависимость временного расхода топлива от времени $\psi(t)$.
- 2.3. Оцените средний временной расход топлива за весь промежуток времени Δt .
- 2.4. Оцените средний расход топлива на всем пройденном пути $\langle \chi \rangle$ (в $\frac{л}{100 км}$).

3. Подъём в гору

При подъёме в гору даже малого уклона, расход топлива значительно возрастает. Автомобиль поднимается в гору с постоянной скоростью по прямой дороге, образующей угол $\alpha = 3^\circ$ с горизонтом.



- 3.1. Рассчитайте расход топлива, если скорость автомобиля $v = 80$ км/ч.
- 3.2. При какой скорости v_0 расход топлива минимален и чему он равен ?

4. Постоянный расход

Автомобиль движется из пункта А в пункт В по дороге без поворотов, профиль которой (зависимость высоты от продольной горизонтальной координаты) представлен на рис. 1. Будем полагать, что автомобиль поддерживает скорость движения такой, чтобы расход топлива был всё время постоянным и оставался равным $\chi = 9,7 \frac{\text{л}}{100 \text{ км}}$. Известно, что скорость всегда была больше 30 км/ч. Также считайте, что скорость в процессе движения меняется очень медленно – так, что ускорением в любой момент времени можно пренебречь.

- 4.1. Оцените время, которое понадобится автомобилю, чтобы попасть из пункта А в пункт В.

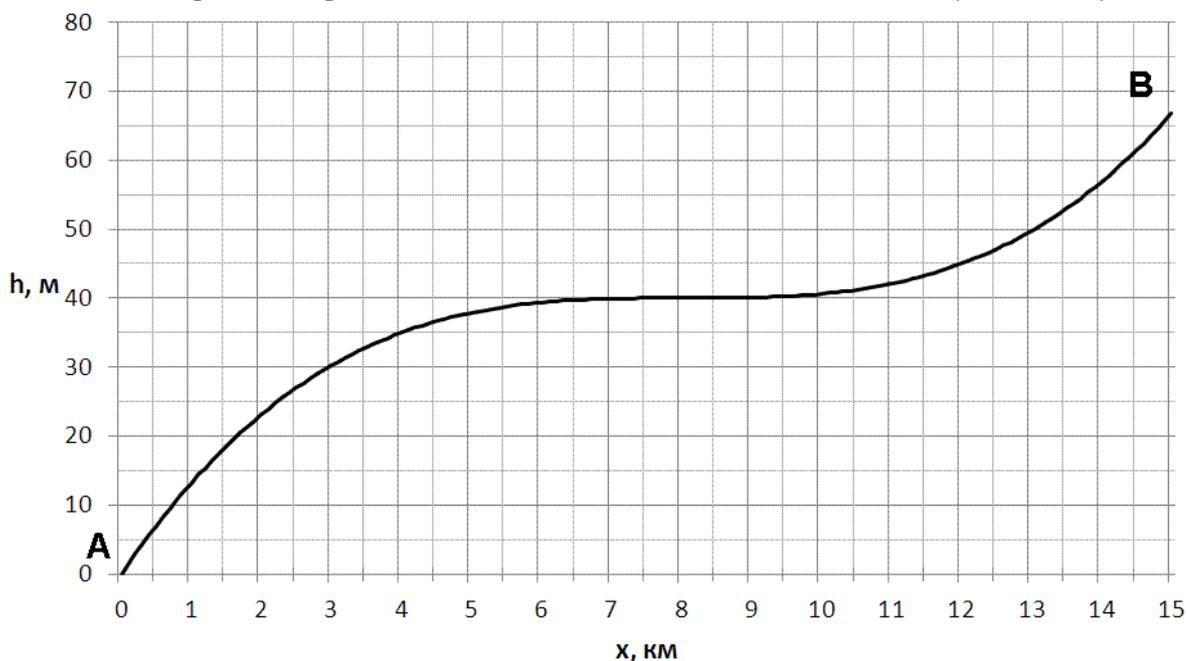


Рисунок 2 - График зависимости высоты уровня дороги от горизонтальной координаты (профиль дороги)

5. Интересно знать

Если выразить расход топлива в единицах СИ вместо предложенной единицы измерения $\frac{\text{л}}{100 \text{ км}}$, то можно заметить, что χ имеет размерность площади (м^2).

- 5.1 Покажите, какую именно площадь описывает величина расхода топлива, выраженная в единицах СИ (м^2).