

*Республиканская  
физическая  
олимпиада (III этап)  
2009 год.*



*Теоретический  
тур.*

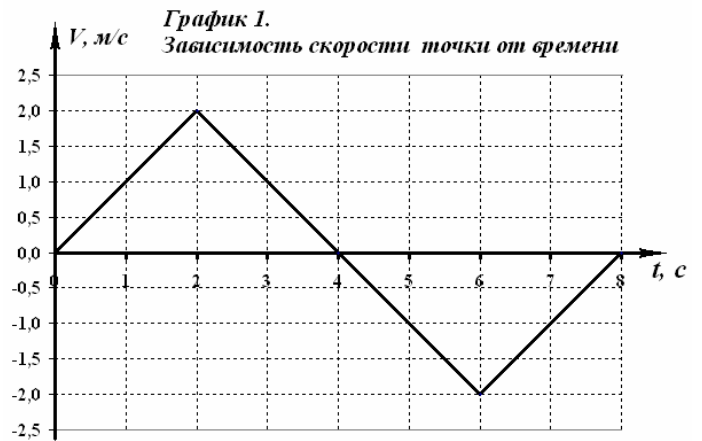
9 класс.

Задание 1. «Просто кинематика»

1.1 Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . Проекция ее скорости на эту ось зависит от времени по закону представленному на графике 1.

1.1.1 Постройте график зависимости координаты точки от времени, считая, что при  $t = 0$  материальная точка находилась в начале координат.

1.1.2 Найдите путь и перемещение точки за все время движения (за 8 секунд).



1.2 Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . Проекция ее ускорения на эту ось зависит от времени по закону представленному на графике 2.

1.2.1 Постройте график зависимости проекции скорости на ось  $Ox$  от времени, считая, что при  $t = 0$  скорость точки равнялась нулю.

1.2.2 Найдите путь и перемещение точки за все время движения (за 8 секунд).



1.3 На практике в разных странах используются различные системы единиц измерения. Вы должны уметь переводить физические величины от одних единиц измерения к другим.

1.3.1 В США в качестве единицы измерения часто используется миля (1 миля = 1609 м). Автомобиль движется со скоростью  $60 \frac{\text{миль}}{\text{час}}$ . Выразите скорость автомобиля в  $\frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

1.3.2 В аэродинамике скорость тел часто измеряют в **Махах** (отношение скорости тела, к скорости звука – скорость в **1 Мах** равна скорости звука). Самолет движется со скоростью  $2600 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ . Найдите его скорость в **Махах**. Считайте, что скорость звука в воздухе равна  $330 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

1.4 Материальная точка движется вдоль оси  $Ox$ . Проекция ее скорости  $V$  на эту ось зависит от времени  $t$  по закону

$$V = V_0 \sqrt{1 - \frac{t^2}{\tau^2}}, \quad (1)$$

где  $V_0$  и  $\tau$  - известные постоянные величины,  $V_0$  задана в  $\frac{м}{с}$ ,  $\tau$  - в секундах.

Точка движется, когда ее скорость отлична от нуля, в том числе и при отрицательных значениях  $t$ .

**1.4.1** Постройте график зависимости величины  $\frac{V}{V_0}$  (т.е. скорости, измеренной в единицах  $V_0$ ) от величины  $\frac{t}{\tau}$  (т.е. времени измеренном в единицах  $\tau$ ).

**1.4.2** Используя построенный график, найдите путь (в  $м$ ), пройденный точкой, за все время движения.

**1.4.3** Используя тот же график, найдите зависимость ускорения точки (в единицах системы СИ) от времени.

## Задание 2 «Кастрюля»

В этой задаче Вам необходимо описать нагревание и остывание воды в кастрюле с учетом теплообмена с окружающей средой. Как Вам, наверное, известно, мощность тепловых потерь в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и окружающей среды:

$$P_{\uparrow} = \alpha(T - T_0) \quad (1),$$

где  $\alpha$  - коэффициент тепловых потерь (постоянная для поверхности некоторого вещества величина);  $T$  - температура тела;  $T_0$  - температура окружающей среды.

В кастрюлю доверху наливают  $m = 3,0 \text{ кг}$  воды (удельная теплоемкость  $c = 4200 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$ ) при  $T = 0,0^\circ\text{C}$  и ставят на плиту.

При решении задачи используйте следующие приближения:

- мощность плиты постоянна;
- плита передает тепло только кастрюле;
- температуры воды и кастрюли всегда одинаковы;
- температура окружающей среды остается всегда постоянной;
- потери тепла через дно кастрюли отсутствуют;
- вода не испаряется;
- теплоемкость кастрюли равна нулю.

**2.1** Плиту включили и измерили зависимость температуры от времени. В результате были получены следующие данные. От  $0^\circ\text{C}$  до  $5^\circ\text{C}$  вода нагрелась за 51 секунду; от  $40^\circ\text{C}$  до  $45^\circ\text{C}$  за 89 секунд; и от  $80^\circ\text{C}$  до  $85^\circ\text{C}$  за 339 секунд.

**2.1.1** Исходя из этих данных, покажите, что мощность теплотерь действительно пропорциональна разности температур (формула (1)).

**2.1.2** Определите коэффициент тепловых потерь  $\alpha$ . Укажите размерность этого коэффициента.

**2.1.3** Определите, за какое время вода нагревается от  $20^\circ\text{C}$  до  $25^\circ\text{C}$ .

**2.1.4** Определите, до какой максимальной температуры можно нагреть воду на этой плите.

**2.2** После длительного нагревания, плиту выключили, и кастрюля начала остывать. Было обнаружено, что вода остыла от  $95^\circ\text{C}$  до  $90^\circ\text{C}$  за 67 секунд; от  $65^\circ\text{C}$  до  $60^\circ\text{C}$  за 114 секунд; и от  $35^\circ\text{C}$  до  $30^\circ\text{C}$  за 393 секунды.

2.2.1 Покажите, что и в этом случае мощность теплопотерь пропорциональна разности температур.

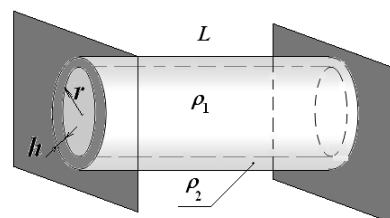
2.2.2 Определите значение комнатной температуры  $T_0$ .

2.2.3 Определите, за какое время вода остывает от  $50^\circ\text{C}$  до  $45^\circ\text{C}$ .

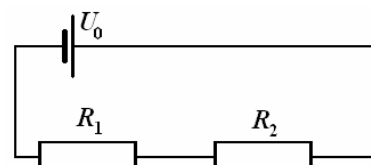
2.2.4 Используя данные части 2.1, определите мощность электрической плиты  $P$ .

### Задание 3. «Чем длина отличается от ширины?»

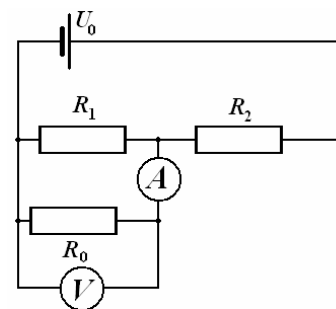
3.1 Цилиндр радиуса  $r$  и длиной  $L$  изготовлен из материала с удельным электрическим сопротивлением  $\rho_1$ . Цилиндр покрывают тонкой оболочкой толщиной  $h$  ( $h \ll r$ ) из материала, удельное сопротивление которого равно  $\rho_2$ . Полученный таким образом образец зажимают между двумя хорошо проводящими пластинами. Найдите электрическое сопротивление полученного элемента, при его подключении к проводящим пластинам.



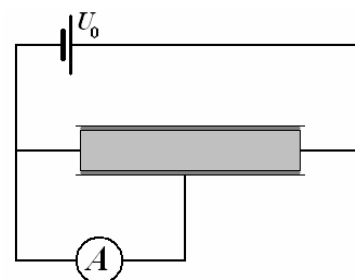
3.2 Электрическая цепь, состоящая из двух последовательно соединенных резисторов, сопротивления которых равны  $R_1$  и  $R_2$ , подключена к источнику постоянного напряжения  $U_0$ . Найдите силу тока в цепи и напряжение на резисторе  $R_1$ .



3.3 В цепи, рассмотренной в предыдущем пункте, к резистору  $R_1$  параллельно подключают резистор сопротивлением  $R_0$ . При этом в цепь включают амперметр и вольтметр, как показано на схеме. Считая приборы идеальными (сопротивление амперметра пренебрежимо мало, сопротивление вольтметра очень велико), рассчитайте показания этих приборов. Найдите показания этих приборов, если сопротивление  $R_0$  значительно больше сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ . В этом случае ток через амперметр оказывается малым, поэтому вместо амперметра в цепь включают миллиамперметр.



3.4 Для измерения удельного сопротивления изоляционного материала используют следующую методику. Цилиндр радиуса  $r$  и длиной  $L$  ( $L \gg r$ ) с удельным сопротивлением  $\rho_0$  покрывают тонким слоем исследуемого материала толщиной  $h$  ( $h \ll R$ ). Полученный таким образом элемент помещают внутрь цилиндрической трубки, электрическое сопротивление которой пренебрежимо мало. Этот элемент включают в электрическую цепь, как показано на схеме. Напряжение источника равно  $U_0$ , амперметр показывает малый (по сравнению с током через источник) ток величиной  $I$ . Определите по этим данным удельное электрическое сопротивление исследуемого изоляционного материала.



Во всех пунктах данной задачи сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь.

# 11 класс.

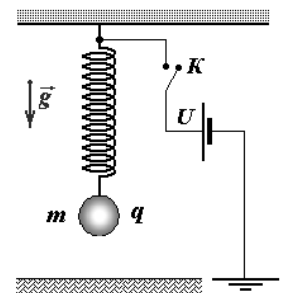
## Задание 1. Электрическое поле Земли

Между поверхностью Земли и ионосферой существует электрическое поле, которое можно считать примерно однородным. Напряженность поля Земли  $E_0 = 100 \frac{В}{м}$ , а его направление



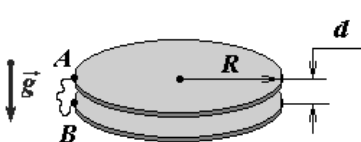
соответствует отрицательному заряду Земли. Будем считать, что отрицательный заряд равномерно распределен по поверхности нашей планеты несмотря на то, что физические свойства суши и воды заметно различаются. На высоте  $h \approx 50 км$  в атмосфере находится однородный слой положительно заряженных частиц, называемых *ионосферой*. Суммарный электрический заряд Земли и ионосферы равен нулю. Радиус Земли  $R_3 = 6,4 \cdot 10^6 м$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \frac{М}{с^2}$ . Диэлектрическую проницаемость воздуха примите равной диэлектрической проницаемости вакуума  $\epsilon \approx 1$ .

**1.1** Для измерения электрического заряда Земли предлагается следующий эксперимент. Подвесим незаряженный проводящий шарик массы  $m = 2,0г$  и радиуса  $r = 1,0см$  на проводящей пружине малой емкости. При этом шарик растянул пружину на  $\Delta l_1 = 2,5см$ . После установления равновесия шарик при помощи ключа  $K$  подключили к источнику постоянного напряжения  $U = 20кВ$ . Вычислите удлинение пружины  $\Delta l_2$  после замыкания ключа  $K$  в новом положении равновесия. Найдите относительное изменение удлинения пружины  $\epsilon = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{\Delta l_1}$  после замыкания ключа  $K$ . Сделайте

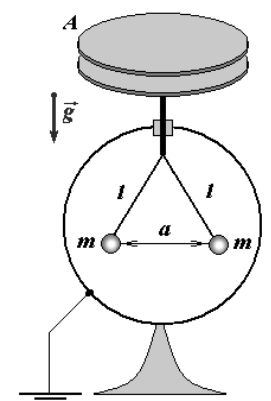


выводы о возможности измерения заряда планеты подобным способом. Считайте, что в этом пункте на шарик действует только электрическое поле Земли.

**1.2** Для более точного измерения напряженности поля Земли использовали электрометра, основной частью которого служат два небольших одинаковых шарика массой  $m = 1,5г$  каждый, подвешенных на легких проводящих нитях длины  $l = 50см$  каждая. Проводящий корпус электрометра заземлен и экранирует поле Земли. На стержне электроскопа укреплен проводящий диск радиусом  $R = 1,0м$ .



Два таких же проводящих параллельных диска, соединенные проводником  $AB$ , для зарядки посредством электростатической индукции в поле Земли сблизил на

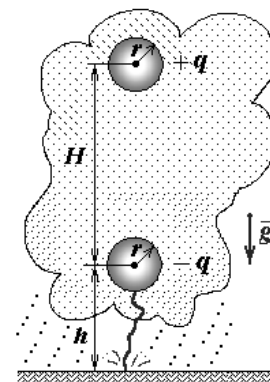


малое расстояние  $d$ . После разрыва проводника  $AB$  верхний диск  $A$  подносят на малое расстояние к диску электроскопа, не касаясь его. Затем аналогичным образом заряжают следующий диск  $A'$  и кладут его на диск  $A$ . Процесс зарядки повторяют  $N = 10$  раз. Оцените расстояние  $a$ , на которое разойдутся лепестки электроскопа после зарядки. Укажите знак электрического заряда шариков электроскопа в описанном эксперименте.

**1.3** Предполагая, что удельное сопротивление воздуха постоянно и равно  $\rho = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ , найдите силу тока  $I$  утечки с поверхности Земли через атмосферу к ионосфере. Оцените время разрядки  $\tau$  Земли вследствие существования тока утечки.

**1.4** Удивительно, но, несмотря на ток утечки, электрический заряд Земли с течением времени практически не меняется. Следовательно, должен существовать ток подзарядки планеты, который компенсирует ее разрядку с течением времени. Основным механизмом подзарядки Земли осуществляется в результате грозовой активности в атмосфере.

При зарождении грозового фронта в результате электризации капелек воды в восходящих потоках воздуха в атмосфере образуются области положительного (в верхней части облака) и отрицательного (в его нижней части) зарядов<sup>1</sup>. Считайте, что эти области накопления зарядов имеют форму шара радиуса  $r \approx 0,10 \text{ км}$ . Расстояние между этими областями примите равным  $H = 5,0 \text{ км}$ , а расстояние от нижнего края грозового облака до земли  $h \approx 1,0 \text{ км}$ . Известно, что при напряженности электрического поля  $E_1 = 3,0 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$  (и более) наступает пробой воздуха, при котором



он становится проводником. Примем, что в этот момент ударяет молния. Оцените, при каком минимальном заряде  $q_{\min}$  заряженной области облака в Землю может ударить молния? В данном пункте считайте поверхность Земли хорошим проводником.

**1.5** Считая, что при ударе мощной молнии, длящемся  $\tau_2 = 40 \text{ мс}$  средняя сила тока  $I_2 = 200 \text{ кА}$ , и что грозы на планете в течение года происходят равномерно, оцените среднее количество ударов молний в Землю на Земле в течение суток.

*Подсказка.* Потенциал заряженного шара радиуса  $R$  и имеющего заряд  $q$  равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

## **Задание 2. «Ваттметр»**

Существует множество хитроумных устройств, измеряющих мощность в цепи постоянного тока. Принцип их работы сводится к тому, чтобы каким-либо способом перемножить ток и напряжение на нагрузке. Мы предлагаем Вам рассмотреть наиболее простую схему такого устройства, состоящую из резисторов, вольтметра и двух диодов.

**2.1.** Сначала разберемся с диодом. Этот полупроводниковый прибор является нелинейным элементом, т.е. сила тока не пропорциональна напряжению. В данной задаче диоды будут включаться в прямом направлении. В этом случае можно считать, что сила тока пропорциональна квадрату напряжения:

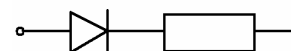
$$I_D = kU_D^2,$$

где  $k$  – известный коэффициент.

<sup>1</sup> Механизм разделения зарядов в восходящих потоках очень сложен и в данной задаче не рассматривается.

**2.1.1** Рассмотрим участок цепи, состоящей из последовательно включенного диода и резистора с сопротивлением  $R$  (рис. 1). Разность потенциалов на участке равна  $\Delta\varphi$ . Определите силу тока, текущего в этом участке.

**2.1.2** Определите разность потенциалов на резисторе  $\Delta\varphi_R$ .



**Рис.1**

**2.1.3** Покажите, что если выполняется условие:

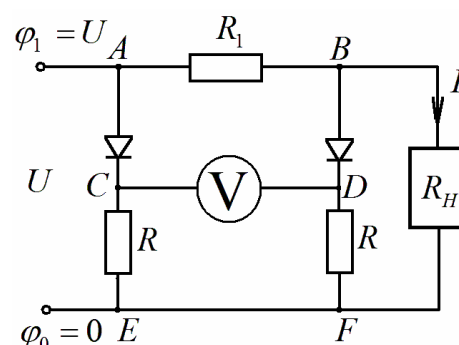
$$kR\Delta\varphi \ll 1,$$

то сила тока в таком участке  $I \approx k(\Delta\varphi)^2$ , а разность потенциалов на резисторе  $\Delta\varphi_R \approx Rk(\Delta\varphi)^2$ .

Воспользуйтесь формулой приближенного вычисления:

$$(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x \quad x \ll 1.$$

**2.2** Схема ваттметра представлена на рис.2. Устройство состоит из двух участков с диодами ( $AE$  и  $BF$ ), резистора  $R_1$  и вольтметра. Сопротивление резистора  $R$ , гораздо больше сопротивления нагрузки ( $R \gg R_H$ ). Кроме того, выполняется условие пункта 1.3:  $kR\Delta\varphi \ll 1$ . Вольтметр – идеальный, т.е. обладает очень большим сопротивлением.



**Рис.2**

**2.2.1** Напряжение в цепи равно  $U$ , сила тока, текущего в нагрузке, равна  $I$ . Выберем потенциал нижнего проводника равным нулю ( $\varphi_0 = 0B$ ), а потенциал второго проводника, идущего от источника напряжения,  $\varphi_1 = U$  (точка  $A$  на рис. 2). Определите потенциалы точек  $B$ ,  $C$  и  $D$ .

**2.2.2** Определите разность потенциалов между точками  $C$  и  $D$ . Преобразуйте, полученное выражение к виду:

$$U_V = \xi IU.$$

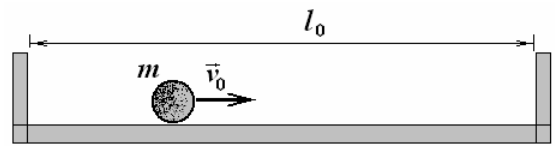
Выразите коэффициент  $\xi$  через  $k$ ,  $R$ ,  $R_1$  и  $R_H$ .

**2.2.3** Покажите, что при малом сопротивлении резистора  $R_1$  по сравнению с сопротивлением нагрузки ( $R_1 \ll R_H$ ), коэффициент  $\xi$  не зависит от  $R_H$ , а определяется только характеристиками элементов ваттметра.

**2.2.4** Определите относительную погрешность  $\eta$  измерения мощности в приближении, описанном в предыдущем пункте.

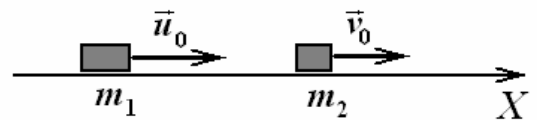
### Задание 3. «Сила и импульс»

**3.1** Небольшой упругий шарик массы  $m$  быстро движется со скоростью  $v_0$  по гладкой горизонтальной поверхности, ограниченной двумя стенками, находящимися на расстоянии  $l$  друг от друга. Найдите среднюю силу давления шарика на одну из стенок, считая все удары шарика о стенки абсолютно упругими.



**Пояснение.** Сила давления возникает из-за ударов шарика о стенку. В соответствии со вторым законом Ньютона средняя сила равна отношению импульса, полученного стенкой ко времени, в течение которого этот импульс был получен  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ . В данном случае усреднение должно проводиться за промежуток времени  $\Delta t$ , значительно превышающий время между ударами шарика о стенку.

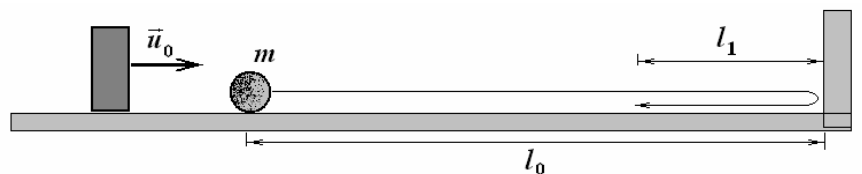
**3.2** Два упругих тела движутся вдоль оси  $Ox$ : тело массы  $m_1$  со скоростью  $u_0$ , тело массы  $m_2$  со скоростью  $v_0$ . Тела сталкиваются абсолютно упруго.



**3.1.1** Найдите скорости тел после столкновения.

**3.1.2** Допустим, масса второго тела пренебрежимо мала. Чему будут равны скорости тел после столкновения в этом случае.

**3.3** Рассмотрим движение тяжелого поршня и легкого шарика массы  $m$ , (который можно считать материальной точкой) по гладкой горизонтальной



поверхности, ограниченной вертикальной стенкой. Столкновения шарика с поршнем и стенкой абсолютно упругие. Поршень движется с малой постоянной скоростью  $u_0$  по направлению к стенке. Первоначально шарик находится на расстоянии  $l_0$  от стенки.

**3.3.1** Чему будет равна скорость шарика  $v_1$  после его столкновения с поршнем?

**3.3.2** На каком расстоянии  $l_1$  от стенки шарик столкнется с поршнем следующий раз? Через какой промежуток времени  $\tau_1$  произойдет это столкновение?

**3.3.3** Найдите скорость шарика  $v_k$  после  $k$ -того столкновения с поршнем ( $k$  - номер удара шарика о поршень). На каком расстоянии  $l_k$  произойдет следующее столкновение? Через какой промежуток времени  $\tau_k$  оно произойдет?

Выразите величины  $v_k, l_k, \tau_k$  в явном виде через заданные значения  $l_0$  и  $u_0$ .

**3.3.4** Покажите, что средняя сила давления шарика на стенку  $F$ , зависит от расстояния поршня до стенки  $l$  по закону

$$F = Al^\gamma,$$

где  $A$  и  $\gamma$  - постоянные величины. Найдите, чему они равны.

По-прежнему считайте, что промежуток времени, за который происходит усреднение, значительно больше времени между ударами шарика о стенку. Также можно считать, что число столкновений шарика с поршнем очень велико.