

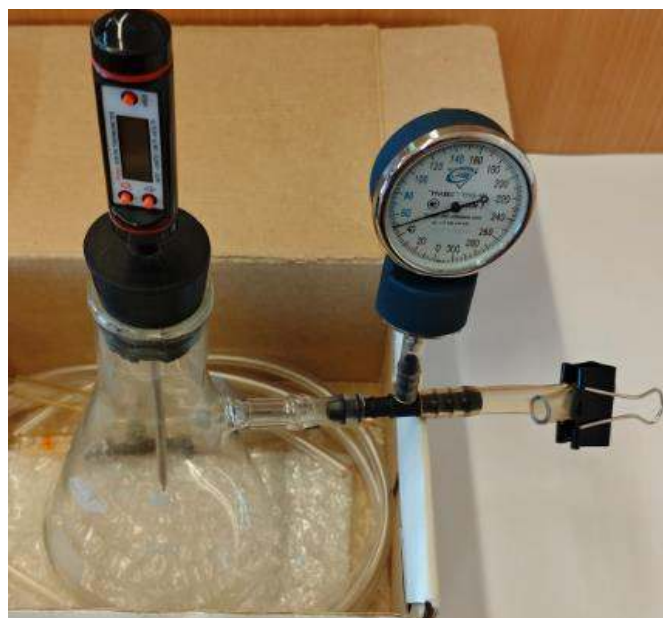
-2. Утечка воздуха Оборудование

Условие

Задача 10-2. Утечка воздуха

Оборудование: шприц одноразовый 60 мл, манометр с верхним пределом измерения 300мм.рт.ст., колба с отводом ($V_k = V_0 = 622\text{мл}$, если объём колбы другой, то жюри должно об этом сообщить учащимся, здесь указан объём колбы вместе с внутренним объёмом трубок и манометра), пробка резиновая с термометром, штуцер-тройник с двумя пластиковыми соединительными трубками, барометр (один на кабинет), зажим винтовой (1шт), зажим пружинный (канцелярский, 1шт), секундомер электронный с памятью этапов.

В данной задаче Вам предстоит исследовать процесс утечки воздуха из жёсткого сосуда. Справочные данные: 1мм.рт.ст. = 133,4Па.



Соберите экспериментальную установку: плотно закройте колбу пробкой, вставьте штуцера в отвод колбы, в одну из соединительных трубок вставьте манометр. С помощью шприца создайте в колбе давление, превышающее атмосферное на $\Delta p = 130 - 140$ мм.рт.ст.. За один ход поршня шприца создать в колбе такое давление не получится. Подумайте, как это сделать. После того как вы создали необходимое давление в колбе, пережмитесь трубку, в которую вставлен шприц. На этот случай у вас есть зажимы, используйте, тот, который для вас удобнее. После этого отсоедините шприц. Ваша экспериментальная установка должна выглядеть как на рисунке 2. Ослабив зажим, добейтесь медленной утечки воздуха из колбы. Утечка должна происходить более чем за 2,5 минут.

Рисунок 1 Рисунок 2

1. Исследуйте экспериментально зависимость $p_m(\tau)$ показаний манометра p_m от вре-

10 класс. Экспериментальный тур.



мени τ при утечке воздуха из колбы. Результаты представьте таблично. Проведите эксперимент со временем утечки более 2,5мин. Возможно Вам понадобится провести несколько тренировочных экспериментов. Записывайте результаты всех экспериментов. Если не получится провести эксперимент со временем утечки более 2,5мин, то в чистовик запишите результаты эксперимента с наибольшим временем утечки. При каждом эксперименте указывайте температуру воздуха в колбе до утечки t_1 и по окончании утечки t_2 .

2. Постройте график зависимости показаний манометра от времени $p_m(\tau)$.

3. Какое из уравнений будет справедлива на всём временном интервале вашего эксперимента:

$$p_m = p_{m0} - \alpha\tau \quad (1)$$

или

$$\frac{\Delta p_m}{\Delta\tau} = -\beta \langle p_m \rangle \quad (2),$$

где $\langle p_m \rangle$ – среднее значение показаний манометра на временном промежутке $\Delta\tau$,

p_{m0} – показания манометра в момент начала отсчёта времени,

$\Delta p_m = p_{mi} - p_{m(i-1)}$ – разность между двумя «соседними» показаниями манометра, $\Delta\tau = \tau_i - \tau_{i-1}$ – разность между двумя «соседними» моментами времени,

α и β – некоторые коэффициенты.

Приведите обоснование по каждой зависимости.

4. Укажите единицы измерения коэффициентов α и β .

5. Можно ли процесс утечки воздуха считать изотермическим?

6. Определите атмосферное давление p_a .

7. Постройте график зависимости $p_m(V)$ показаний манометра p_m от объёма V занимаемого воздухом в данный момент (включая воздух, вышедший в окружающую среду). В момент начала отсчёта времени объём воздуха в колбе, включая внутренний объём соединительных трубок и манометра, $V_0 = 622\text{мл}$.

8. Определите работу, совершённую воздухом при расширении его в окружающую среду, за время эксперимента.

9. Постройте график зависимости $P(\tau)$ мощности P , развиваемой расширяющимся воздухом, от времени τ .

10. На основе графика, построенного в п. 9, предложите уравнение зависимости $P(\tau)$ (можно в неявном виде). Объясните ваше предположение.

Решение

Задача 10-2. Утечка воздуха

Оборудование: шприц одноразовый 60 мл, манометр с верхним пределом измерения 300мм.рт.ст., колба с отводом ($V_k = V_0 = 622$ мл, если объём колбы другой, то жюри должно об этом сообщить учащимся, здесь указан объём колбы вместе с внутренним объёмом трубок и манометра), пробка резиновая с термометром, штуцер-тройник с двумя пластиковыми соединительными трубками, барометр (один на кабинет), зажим винтовой (1шт), зажим пружинный (канцелярский, 1шт), секундомер электронный с памятью этапов.

В данной задаче Вам предстоит исследовать процесс утечки воздуха из жёсткого сосуда. Справочные данные: 1мм. рт. ст. = 133,4Па.



Соберите экспериментальную установку: плотно закройте колбу пробкой, вставьте штуцера в отвод колбы, в одну из соединительных трубок вставьте манометр. С помощью шприца создайте в колбе давление, превышающее атмосферное на $\Delta p = 130 - 140$ мм. рт. ст.. За один ход поршня шприца создать в колбе такое давление не получится. Подумайте, как это сделать. После того как вы создали необходимое давление в колбе, пережмите трубку, в которую вставлен шприц. На этот случай у вас есть зажимы, используйте, тот, который для вас удобнее. После этого отсоедините шприц. Ваша экспериментальная установка должна выглядеть как на рисунке 2. Ослабляя зажим, добейтесь медленной утечки воздуха из колбы. Утечка должна происходить более чем за 2,5 минут.



Рисунок 1

Рисунок 2

1. Исследуйте экспериментально зависимость $p_m(\tau)$ показаний манометра p_m от времени τ при утечке воздуха из колбы. Результаты представьте таблично. Проведите эксперимент со временем утечки более 2,5 мин. Возможно Вам понадобится провести несколько тренировочных экспериментов. Записывайте результаты всех экспериментов. Если не получится провести эксперимент со

временем утечки более 2,5 мин, то в чистовик запишите результаты эксперимента с наибольшим временем утечки. При каждом эксперименте указывайте температуру воздуха в колбе до утечки t_1 и по окончании утечки t_2 .

2. Постройте график зависимости показаний манометра от времени $p_m(\tau)$. 3. Какое из уравнений будет справедлива на всём временном интервале вашего эксперимента:

$$p_m = p_{m0} - \alpha\tau \quad (1)$$

или

$$\frac{\Delta p_m}{\Delta \tau} = -\beta \langle p_m \rangle, \quad (2)$$

где $\langle p_m \rangle$ – среднее значение показаний манометра на временном промежутке $\Delta \tau$, p_{m0} – показания манометра в момент начала отсчёта времени, $\Delta p_m = p_{mi} - p_{m(i-1)}$ – разность между двумя «соседними» показаниями манометра, $\Delta \tau = \tau_i - \tau_{i-1}$ – разность между двумя «соседними» моментами времени, α и β – некоторые коэффициенты.

Приведите обоснование по каждой зависимости.

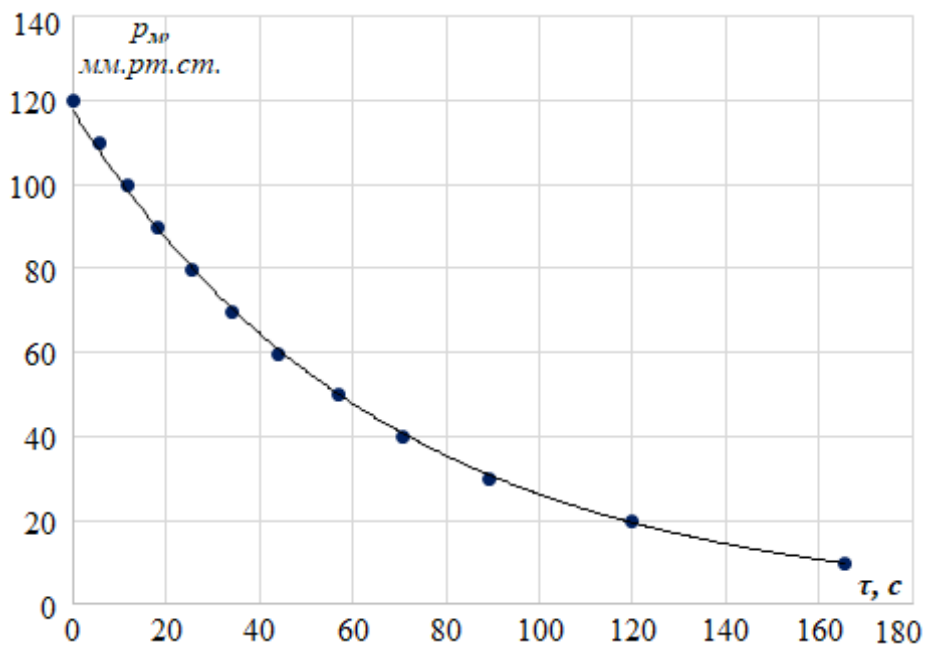
4. Укажите единицы измерения коэффициентов α и β . 5. Можно ли процесс утечки воздуха считать изотермическим? 6. Определите атмосферное давление p_a . 7. Постройте график зависимости $p_m(V)$ показаний манометра p_m от объёма V занимаемого воздухом в данный момент (включая воздух, вышедший в окружающую среду). В момент начала отсчёта времени объём воздуха в колбе, включая внутренний объём соединительных трубок и манометра, $V_0 = 622$ мл. 8. Определите работу, совершённую воздухом при расширении его в окружающую среду, за время эксперимента. 9. Постройте график зависимости $P(\tau)$ мощности P , развиваемой расширяющимся воздухом, от времени τ . 10. На основе графика, построенного в п. 9, предложите уравнение зависимости $P(\tau)$ (можно в неявном виде). Объясните ваше предположение.

Задача 10-2. Утечка воздуха (решение)

1. Таблица 1. Зависимость $p_m(\tau)$

i	p_M , мм.рт.ст.	τ , с
1	120	0
2	110	5,32
3	100	11,51
4	90	17,79
5	80	25,47
6	70	34,03
7	60	43,76
8	50	56,65
9	40	70,57
10	30	89,17
11	20	119,55
12	10	165,32

2.



**График 1. Зависимость $p_M(\tau)$ ** Температура воздуха в колбе до утечки: $t_1 = (24,2 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
Температура воздуха в колбе после утечки: $t_2 = (23,5 \pm 0,1)^\circ\text{C}$.

3. Анализируя график 1 и уравнение (1) видим, что данное уравнение не выполняется на всём временном интервале эксперимента. Уравнение (1) указывает на линейную зависимость $p_M(\tau)$, а график свидетельствует о том, что данная зависимость не является линейной. Проверим уравнение (2). Это уравнение указывает на линейную зависимость $\frac{|\Delta p_M|}{\Delta \tau}(\langle p_M \rangle)$. Вычислим значения $\frac{|\Delta p_M|}{\Delta \tau}$ и $\langle p_M \rangle$:

$$\frac{|\Delta p_M|}{\Delta \tau} = \frac{p_{M(i-1)} - p_{Mi}}{\tau_i - \tau_{i-1}}, \quad (3)$$

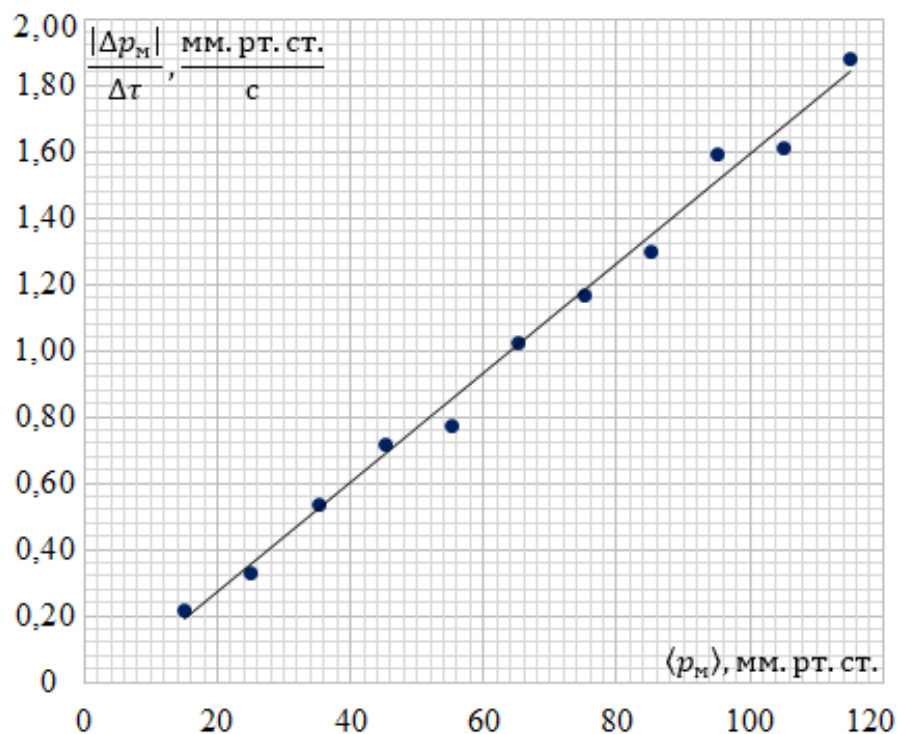
на коротких временных промежутках $\langle p_M \rangle$ можно считать равным среднему арифметическому между значениями показаний манометра в начале и конце временного промежутка

$$\langle p_M \rangle = \frac{p_{Mi} + p_{M(i-1)}}{2}. \quad (4)$$

Таблица 2. Результаты вычисления значений $\frac{|\Delta p_M|}{\Delta \tau}$ и $\langle p_M \rangle$

i	p_M , мм.рт.ст.	τ , с	$\frac{ \Delta p_M }{\Delta \tau}$, $\frac{\text{мм. рт. ст.}}{\text{с}}$	$\langle p_M \rangle$, мм. рт. ст.		
1	120	0				
2	110	5,32	115	1,88		
3	100	11,51	105	1,62		
4	90	17,79	95	1,59		
5	80	25,47	85	1,30		
6	70	34,03	75	1,17		
7	60	43,76	65	1,03		
8	50	56,65	55	0,78		
9	40	70,57	45	0,72		
10	30	89,17	35	0,54		
11	20	119,55	25	0,33		
12	10	165,32	15	0,22		

График 2. Зависимость $\frac{|\Delta p_M|}{\Delta \tau}(\langle p_M \rangle)$



Как видим, экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой, что подтверждает справедливость уравнения (2) на всём временном интервале проведённого эксперимента.

4. $[\alpha] = 1 \frac{\text{мм.рт.ст.}}{\text{с}}, [\beta] = 1 \text{с}^{-1}$.

5. Процесс утечки воздуха можно считать изотермическим, так как относительное изменение температуры по шкале Кельвина в ходе эксперимента не превышает 0,24%, что в 53 раза меньше чем относительное изменение давления (12,8%).

6. $p_a = (740 \pm 1) \text{ рт. ст.}$

7. Объём V занимаемого воздухом в данный момент вычислим, используя уравнение изотермического процесса:

$$p_0 V_0 = p_i V_i, \quad (5)$$

$$V_i = \frac{p_0 V_0}{p_i}, \quad (6)$$

где

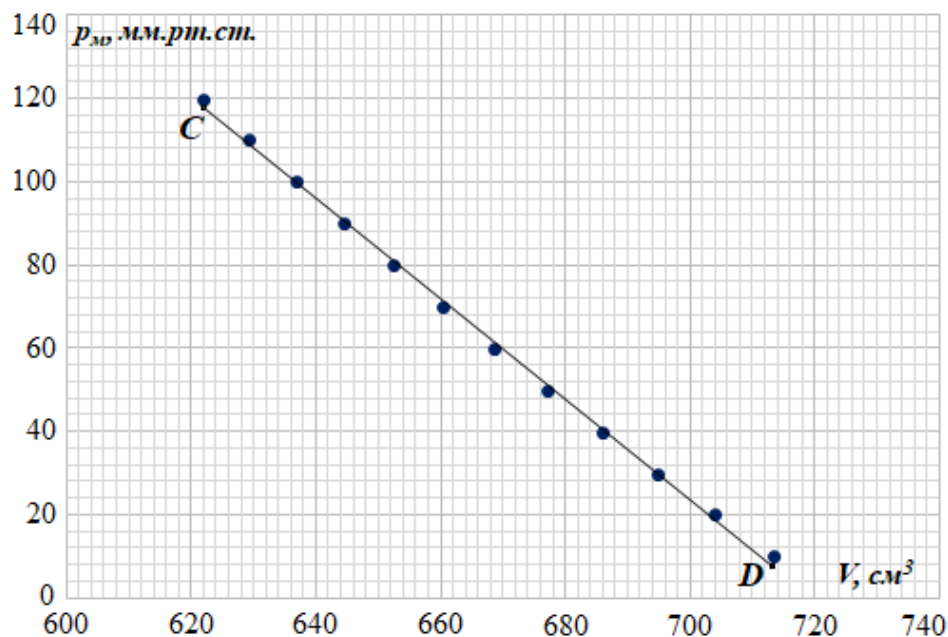
$$p_0 = p_a + p_{m0}, \quad (7)$$

$$p_i = p_a + p_{mi}. \quad (8)$$

Таблица 3. Зависимость $p_m(V)$

i	$p_m, \text{ мм.рт.ст.}$	$V, \text{ см}^3$
1	120	622
2	110	629
3	100	637
4	90	644
5	80	652
6	70	660
7	60	669
8	50	677
9	40	686
10	30	695
11	20	704
12	10	713

График 3. Зависимость $p_m(V)$



8. Работу, совершённую воздухом при расширении его в окружающую среду, можно определить по формуле:

$$A = \left(p_a + \frac{p_C + p_D}{2} \right) (V_D - V_C). \quad (9)$$

По графику 3 находим: $p_C = 118$ мм. рт. ст., $p_D = 7$ мм. рт. ст.,

$$V_D = 713 \text{ см}^3, \quad V_C = 622 \text{ см}^3.$$

$$A = \left(740 \text{ мм. рт. ст.} + \frac{118 \text{ мм. рт. ст.} + 7 \text{ мм. рт. ст.}}{2} \right) (713 \text{ см}^3 - 622 \text{ см}^3) =$$

$$= 7,30 \cdot 10^4 \text{ мм. рт. ст.} \cdot \text{см}^3 = 7,30 \cdot 10^4 \cdot 133,4 \text{ Па} \cdot 1,00 \cdot 10^{-6} = 9,74 \text{ Дж.}$$

9. Мощность, развиваемую расширяющимся воздухом, на малом временном интервале определим по формуле:

$$P_i = \frac{A_i}{\Delta \tau_i} = \frac{\left(p_a + \frac{p_i + p_{i+1}}{2} \right) (V_{i+1} - V_i)}{\tau_{i+1} - \tau_i}. \quad (10)$$

Соответствующий момент времени определим по формуле:

$$\langle \tau \rangle_i = \frac{\tau_{i+1} + \tau_i}{2}. \quad (11)$$

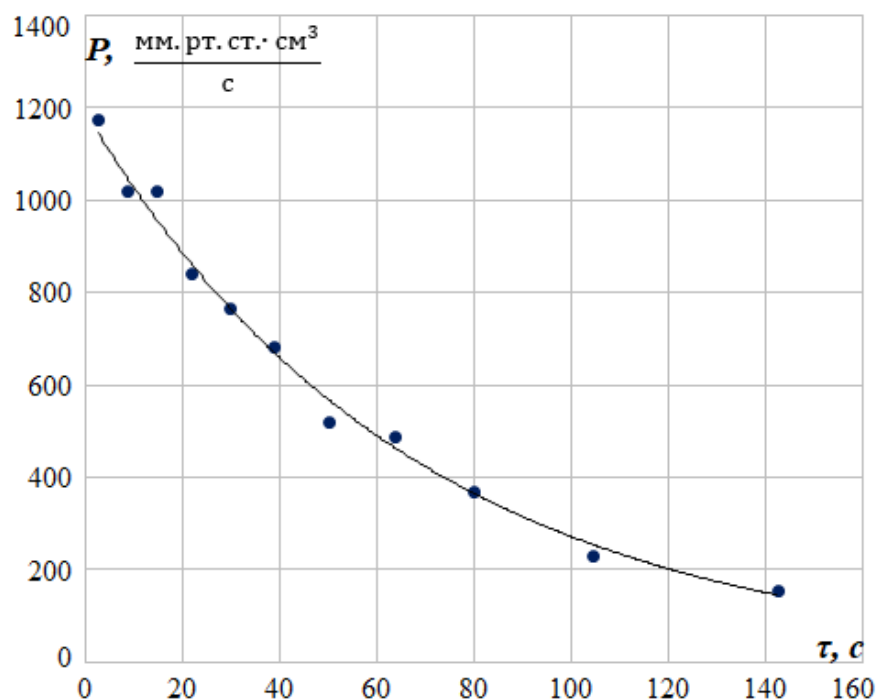


Таблица 4.	График 4. Зависимость $P(\tau)$		
**Зависимость $P(\tau)$ **			
i	$\langle \tau \rangle, \text{с}$	$P \cdot 10^3, \text{мм. рт. ст.} \cdot \text{см}^3/\text{с}$	
1	2,66	1,18	
2	8,42	1,02	
3	14,7	1,02	
4	21,6	0,844	
5	29,8	0,767	
6	38,9	0,683	
7	50,2	0,522	
8	63,6	0,490	
9	79,9	0,371	
10	104	0,230	
11	142	0,155	

10. График 4 по внешнему виду похож на график 1. В п.3 мы показали, что зависимость $p_m(\tau)$ подчиняется уравнению (2). Так как в соответствии с уравнением (10) мощность, развиваемая расширяющимся воздухом, на малом временном интервале прямо пропорциональна среднему давлению на этом интервале, то можно предположить, что зависимость $P(\tau)$ будет иметь такой же математический вид, а именно:

$$\frac{\Delta P}{\Delta \tau} = -\gamma P, \quad (12)$$

где γ – некоторый коэффициент.