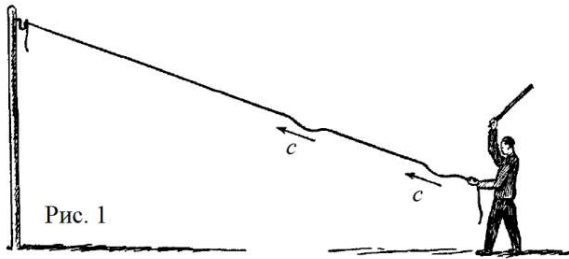


-3. Звук и Гук

Условие

Задание 10-3. Звук и Гук



Из простых опытов (Рис. 1) следует, что механические взаимодействия (и звук в том числе) передаются в упругой среде (пространстве) от точки к точке не мгновенно, а переносятся упругими волнами с конечной скоростью c ($c < \infty$) за некоторый конечный промежуток времени.

Интуитивно понятно, что скорость распространения упругих волн (звука) в данной среде определяется такими её механическими характеристиками, как упругость и инертность.

В рамках данного задания вам предстоит более подробно разобрать процесс распространения упругих волн (звука) на достаточно простых моделях.

Рассмотрим однородный упругий стержень (Рис. 2) начальной длиной l и площадью поперечного сечения S , к свободному концу которого приложили силу $\vec{F}$.

Под действием силы $\vec{F}$ стержень удлинится (деформируется) на некоторую величину Δl ($\Delta l > 0$), называемую абсолютной деформацией образца (см. Рис. 2).

При деформации стержня в нем возникает обратная сила упругости $\vec{F}_y$, которая стремится скомпенсировать действие внешней силы $\vec{F}$.

Согласно закону Гука, проекция силы упругости F_y , возникшая в стержне, при малых деформациях ($\Delta l \ll l$) есть

$$F_y = -k\Delta l = F, \quad (1)$$

где k – коэффициент упругости стержня.

Коэффициент упругости k стержня зависит как от его «геометрии», так и от упругих свойств его материала

$$k = E \frac{S}{l}, \quad (2)$$

где E – модуль Юнга (упругости) материала, из которого изготовлен стержень.

Модуль Юнга материала является табличным данным и измеряется в $[E] = \text{Па} = \text{Н/м}^2$.

Действия силы тяжести и сил трения и сопротивления в данной задаче не учитывать.

Справочные данные и параметры рассматриваемой системы: молярная газовая постоянная $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, молярная масса воздуха $M = 29 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, скорость звука в воздухе при температуре $t^\circ = 20^\circ\text{C}$ равна $c = 343 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$, ξ – греческая буква «кси».

Часть 1. Скорость звука в упругом стержне

Пусть упругий стержень AB налетает по нормали со скоростью v на очень жесткую (недеформируемую) неподвижную стенку (Рис. 3). Плотность материала стержня ρ , его модуль Юнга (упругости) равен E .

Сразу после механического контакта со стенкой по стержню (от стенки) начинает бежать продольная волна сжатия (возмущения) со скоростью звука c (см. Рис. 3).

При этом к некоторому моменту времени деформированной оказывается лишь часть DB стержня, до которой успела дойти волна упругого возмущения (см. Рис. 3). Будем считать, что частицы стержня в этой области (DB) уже остановились ($v = 0$) под действием сил упругости.

Заметим, что в этот же момент времени другие частицы стержня (в его «дальней» части AD) «как ни в чем не бывало» продолжают движение вперед (к стенке) с прежней скоростью v (см. Рис. 3).

1.1 Методом размерностей получите формулу (с точностью до безразмерного коэффициента ξ) для скорости звука $c = c(E, \rho)$ в упругом стержне в зависимости его модуля упругости (Юнга) E и плотности ρ .

1.2 Выведите скорость звука в упругом стержне, рассмотрев изменение импульса стержня в процессе столкновения с недеформируемой стенкой. Установите значение безразмерного коэффициента ξ .

1.3 Найдите силу давления F_d стержня на стену, действующую в процессе удара (во время контакта стержня со стеной).

Часть 2. Звук и Ньютон

Скорость звука в газах впервые была рассчитана И. Ньютоном в его знаменитой работе «Математические начала натуральной философии» (1687 г.). Для этого ему необходимо было установить: какая величина играет роль модуля Юнга E для газов?

Рассмотрим идеальный газ под давлением p_0 в неподвижной гладкой трубе AB длиной l и площадью поперечного сечения S , запертый подвижным герметичным поршнем D (Рис. 5, а)).

1. Приложим к подвижному поршню силу F , сжимающую идеальный газ (Рис. 5,б)). Пусть под действием этой силы поршень сместился влево на Δl ($\Delta l \ll l$), а давление газа увеличилось до значения $(p_0 + \Delta p)$, причем $\Delta p \ll p$. Используя (1) и (2), выразите модуль Юнга E газа внутри трубы через величины $(\Delta p, \Delta V, V)$, где $\Delta V = S\Delta l$ есть изменение объема газа под действием силы, а $V = Sl$ – начальный объем газа. 2. Примем во внимание, что при распространении волн (в том числе и звуковых) отсутствует перенос вещества, т.е. масса выделенного объема газа в процессе сжатия (растяжения) остается постоянной ($m = \rho V = \text{const}$) при малых изменениях объема ΔV и плотности $\Delta \rho$ газа. Используя ранее полученные результаты, докажите универсальную формулу для скорости звука в газах (и жидкостях) в виде $c = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}}$, где Δp – изменение давления газа при его сжатии (разрежении), а $\Delta \rho$ – соответствующее

этому изменение плотности газа. 3. Согласно предположению Ньютона процесс распространения звука в газе можно считать изотермическим ($T = const$). Получите формулу Ньютона для скорости звука в газах. 4. По формуле Ньютона вычислите скорость звука в воздухе при температуре $t^\circ = 20^\circ\text{C}$. Сравните полученное значение с приведёнными данными. В чем, по Вашему мнению, «ошибся» Ньютон?