Республиканская физическая олимпиада 2024 года (3 этап)

Экспериментальный тур

Решения задач
9 класс
(для жюри)

Задания экспериментального тура данной олимпиады предоставляют для участников большие возможности для самостоятельного выбора параметров установок, диапазонов исследования, методов измерений. Иными словами – проявить свои творческие способности. Кроме того, результаты измерений сильно зависят от предоставленного оборудования, которое может различаться в разных областях нашей Республики.

Поэтому, относитесь к приведенным ниже результатам, как к ориентировочным. Желательно (или даже обязательно) провести собственные измерения. Поэтому здесь приводятся только основные теоретические положения и результаты некоторых измерений, полученные авторами данных заданий. Методы обработки результатов измерений являются в большинстве своем, стандартными, поэтому подробно не описываются.

Задание 9-1. Сыпучие Вещества.

Решение

Часть 1.

1.1 В соотношениях (3) и (5) перейдём к относительным единицам. Для этого разделим эти соотношения на $V_{2н}$, получим:

$$\frac{\boldsymbol{V_{см}}}{\boldsymbol{V_{2н}}} = 1, \qquad \text{при} \quad \frac{\boldsymbol{V_{1н}}}{\boldsymbol{V_{2н}}} \le \boldsymbol{\varphi_1} \quad (\mathbf{9})$$

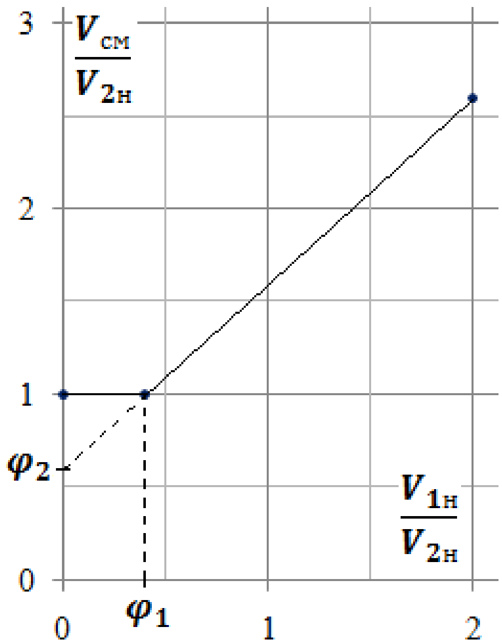
$$\frac{\boldsymbol{V_{см}}}{\boldsymbol{V_{2н}}} = \frac{\boldsymbol{V_{1н}}}{\boldsymbol{V_{2н}}} + \boldsymbol{\varphi_2}, \ \text{при} \quad \frac{\boldsymbol{V_{1н}}}{\boldsymbol{V_{2н}}} \ge \boldsymbol{\varphi_1} \quad (\mathbf{10}).$$

Так как в соотношениях (9) и (10) уравнения линейные, то достаточно вычислить координаты трёх точек (таблица 1).

Таблица 1

$\frac{V_{1н}}{V_{2н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{2н}}$
0	1,0
0,4	1,0
2,0	2,6

График 1. *Теоретическая зависимость* $\frac{\boldsymbol{V_{см}}}{\boldsymbol{V_{2н}}}\left(\frac{\boldsymbol{V_{1н}}}{\boldsymbol{V_{2н}}}\right)$

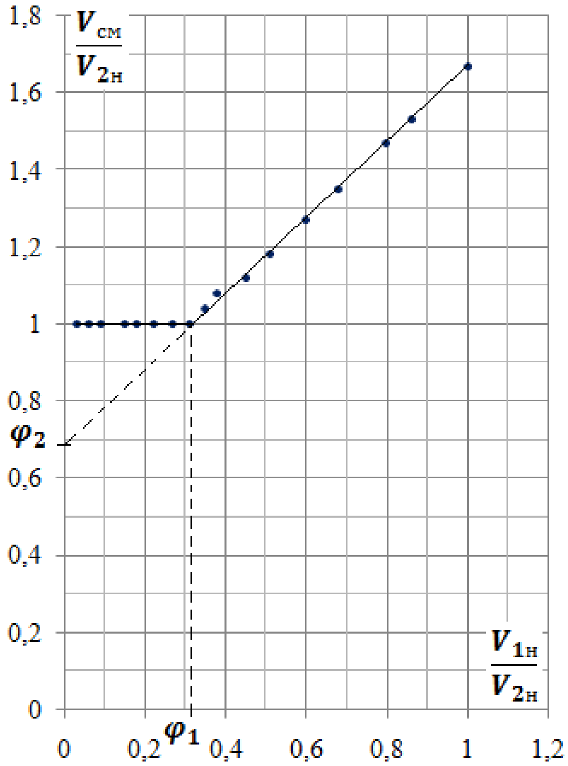


1.2 и 1.3 Результаты эксперимента представлены в таблице 2 и на графике 2.

Таблица 2

$V_{1н}$, *мл*	$V_{см}$, *мл*	$\frac{V_{1н}}{V_{2н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{2н}}$
3	100	0,03	1,00
6	100	0,06	1,00
9	100	0,09	1,00
15	100	0,15	1,00
18	100	0,18	1,00
22	100	0,22	1,00
27	100	0,27	1,00
31	100	0,31	1,00
35	104	0,35	1,04
38	108	0,38	1,08
45	112	0,45	1,12
51	118	0,51	1,18
60	127	0,60	1,27
68	135	0,68	1,35
80	147	0,80	1,47
86	153	0,86	1,53
100	167	1,00	1,67

График 2. *Экспериментальная зависимость* $\frac{V_{см}}{V_{2н}}\left(\frac{V_{1н}}{V_{2н}}\right)$



Результаты получены при значении $V_{2н} = (100 \pm 1)$мл.

1.4 Из графика 2 находим $\langle\varphi_1\rangle = 0{,}31$.
Следовательно $\langle\varphi_2\rangle = 1 - \langle\varphi_1\rangle = 1 - 0{,}31 = 0{,}69$

1.5 Применяя метод подсчёта значащих цифр (можно применять простую графическую обработку или метод наименьших квадратов) получим:

$$\boldsymbol{\Delta\varphi_1 = 0,01}; \qquad \boldsymbol{\varepsilon_{\varphi_1}} = \frac{\Delta\varphi_1}{\langle\varphi_1\rangle} = \frac{0{,}01}{0{,}31} = \boldsymbol{0,032 = 3,2}\%.$$

$$\boldsymbol{\Delta\varphi_2} = \Delta\varphi_1 = \boldsymbol{0,01}; \qquad \boldsymbol{\varepsilon_{\varphi_2}} = \frac{\Delta\varphi_2}{\langle\varphi_2\rangle} = \frac{0{,}01}{0{,}69} = \boldsymbol{0,014 = 1,4}\%.$$

$$\boldsymbol{\varphi_1 = 0,31 \pm 0,01}; \qquad \boldsymbol{\varphi_2 = 0,69 \pm 0,01}.$$

Часть 2.

2.1 В соотношениях (7) и (8) перейдём к относительным единицам. Для этого разделим эти соотношения на $V_{1н}$, получим:

$$\frac{\boldsymbol{V}_{см}}{\boldsymbol{V}_{1н}} = 1 + \boldsymbol{\varphi}_2 \frac{\boldsymbol{V}_{2н}}{\boldsymbol{V}_{1н}}, \quad \text{при} \quad \frac{\boldsymbol{V}_{2н}}{\boldsymbol{V}_{1н}} \le \frac{1}{\boldsymbol{\varphi}_1} \quad (11)$$

и

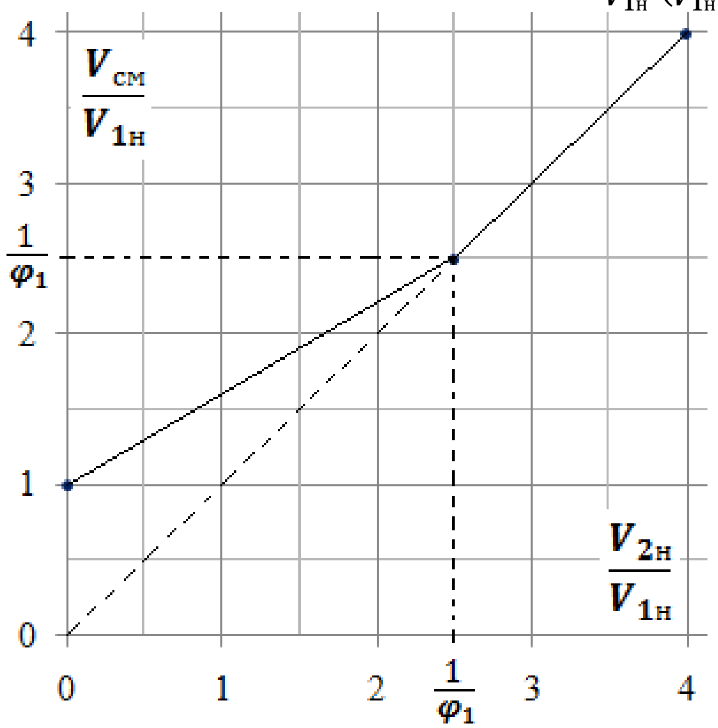
$$\frac{\boldsymbol{V}_{см}}{\boldsymbol{V}_{1н}} = \frac{\boldsymbol{V}_{2н}}{\boldsymbol{V}_{1н}}, \quad \text{при} \quad \frac{\boldsymbol{V}_{2н}}{\boldsymbol{V}_{1н}} \ge \frac{1}{\boldsymbol{\varphi}_1} \quad (12).$$

Для построения графика составим таблицу значений. Здесь как и в п.1.1 так же достаточно определить координаты трёх точек (таблица 3).

Таблица 3

$\frac{V_{2н}}{V_{1н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{1н}}$
0	1,0
2,5	2,5
4,0	4,0

График 3. *Теоретическая зависимость* $\frac{V_{см}}{V_{1н}}\left(\frac{V_{2н}}{V_{1н}}\right)$

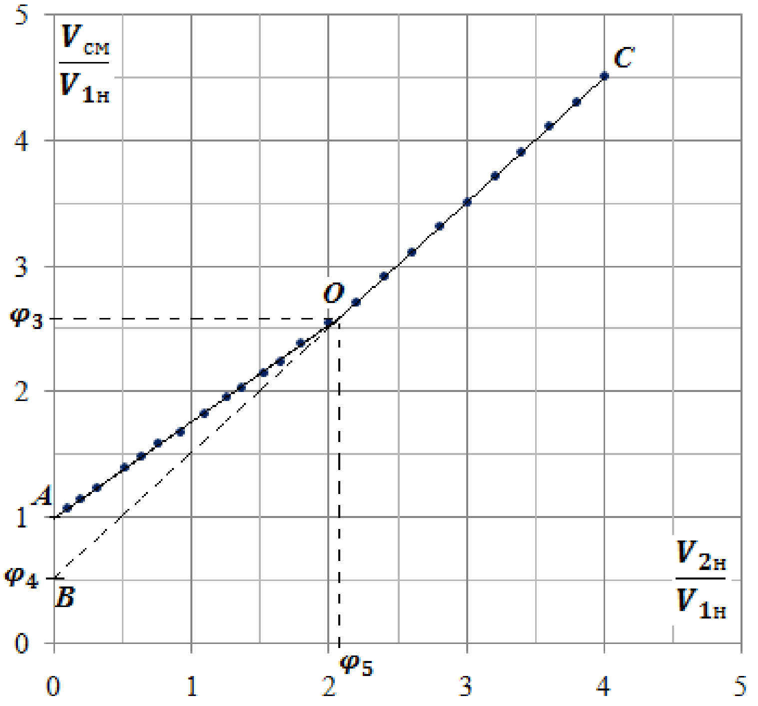


2.2 и 2.3 Результаты эксперимента представлены в таблице 4 и на графике 4.

Таблица 4

$V_{2н}$, мл	$V_{см}$, мл	$\frac{V_{2н}}{V_{1н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{1н}}$
5	54	0,1	1,08
10	58	0,20	1,16
16	62	0,32	1,24
26	70	0,52	1,40
32	75	0,64	1,50
38	80	0,76	1,60
46	84	0,92	1,68
55	92	1,10	1,84
63	98	1,26	1,96
68	102	1,36	2,04
76	108	1,52	2,16
82	112	1,64	2,24
90	120	1,80	2,40
100	128	2,00	2,56
110	136	2,20	2,72
120	146	2,40	2,92
130	156	2,60	3,12
140	166	2,80	3,32
150	176	3,00	3,52
160	186	3,20	3,72
170	196	3,40	3,92
180	206	3,60	4,12
190	216	3,80	4,32
200	226	4,00	4,52

График 4. *Экспериментальная зависимость* $\frac{V_{см}}{V_{1н}}\left(\frac{V_{2н}}{V_{1н}}\right)$



Результаты получены при значении $V_{1н} = (50 \pm 1)$мл.

2.4 $\boldsymbol{\varphi_3}$ – наибольший объём смеси, выраженный в относительных единицах ($V_{1н}$) при котором ещё всё пространство между частицами крупной фракции заполнено мелкой фракцией, $\boldsymbol{\varphi_4}$ – часть объёма мелкой фракции, которая не распределяется в полостях между частицами крупной фракции, $\boldsymbol{\varphi_5}$ – наибольший объём крупной фракции, выраженный в относительных единицах ($V_{1н}$) при котором ещё всё пространство между частицами крупной фракции заполнено мелкой фракцией.

Используя ПГО находим: $\boldsymbol{\varphi_3 = 2,6}$; $\boldsymbol{\varphi_4 = 0,5}$; $\boldsymbol{\varphi_5 = 2,1}$.

2.5 Как видим график 4 отличается от графика 3 тем, что участок CO не экстраполируется в начало координат, кроме того координаты точки O перелома графика $\varphi_3 \neq \varphi_5$. Это объясняется тем, что мелкая фракция не может полностью распределиться в полостях между частицами крупной фракции, даже если объём полостей превышает объём мелкой фракции. Частицы крупной фракции достаточно гладкие и частицы мелкой фракции не могут за них «зацепиться». Поэтому некоторая часть мелкой фракции будет скапливаться на дне или сбоку мензурки (в зависимости от того как располагать мензурку при встряхивании).

Задание 9-2. «Закороченный» реостат.

Решение

Часть 1

1.1 Электрическая схема представлена на рисунку 3.

$$C_V = 0{,}2\frac{\text{В}}{\text{дел}}, \qquad C_A = 0{,}05\frac{\text{А}}{\text{дел}}.$$

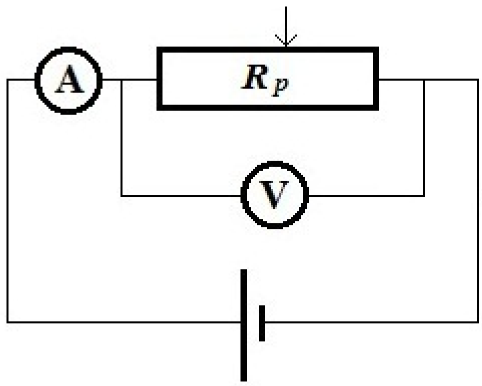


Рисунок 3

В данном случае задействуем неподвижные клеммы. Ползунок оставляем свободным. Если задействовать неподвижную клемму и ползунок, то его контакты нужно ставить на стальное кольцо другой неподвижной клеммы. В этом случае контакты ползунка плохо прижимаются к кольцу
и измерения могут быть некорректными.

1.2 $I = (0{,}35 \pm 0{,}05)\text{А}$, $U = (3{,}9 \pm 0{,}2)\text{В}$.

1.3 Из закона Ома для участка цепи

$$\langle \boldsymbol{R}_{\text{p1}} \rangle = \frac{\langle \boldsymbol{U} \rangle}{\langle \boldsymbol{I} \rangle} = \frac{\mathbf{3{,}9}\text{В}}{\mathbf{0{,}35}\text{А}} = \mathbf{11{,}1}\text{Ом} \quad (\mathbf{1}).$$

1.4

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{R}_{\text{p1}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \boldsymbol{I}}{\langle \boldsymbol{I} \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \boldsymbol{U}}{\langle \boldsymbol{U} \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0{,}05\text{А}}{0{,}35\text{А}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}2\text{В}}{3{,}9\text{В}}\right)^2} = \mathbf{0{,}15} = \mathbf{15}\% \quad (\mathbf{2}),$$

$$\Delta \boldsymbol{R}_{\text{p1}} = \langle \boldsymbol{R}_{\text{p1}} \rangle \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{R}_{\text{p1}}} = 11{,}1\text{Ом} \cdot 0{,}15 = \mathbf{1{,}7}\text{Ом} \quad (\mathbf{3}).$$

1.5 $\boldsymbol{R}_{\text{p1}} = (\mathbf{11{,}1} \pm \mathbf{1{,}7})\text{Ом}$.

Часть 2

2.1 Части реостата длиной x и $(l - x)$ соединены параллельно. Сопротивления этих частей можно записать в виде:

$$R_x = xR_0 \quad (4) \qquad \text{и} \qquad R_{l-x} = (l - x)R_0 \quad (5).$$

Их общее сопротивление при параллельном соединении можно выразить из уравнения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{xR_0} + \frac{1}{(l - x)R_0} \quad (6).$$

После не сложных преобразований получим:

$$R = R_0 x - \frac{R_0}{l} x^2 \quad (7).$$

Из закона Ома для участка цепи

$$R = \frac{U}{I} \quad (8).$$

Подставляя (8) в (7), получим:

$$\boldsymbol{\frac{U}{I} = R_0 x - \frac{R_0}{l} x^2} \quad (\mathbf{9}).$$

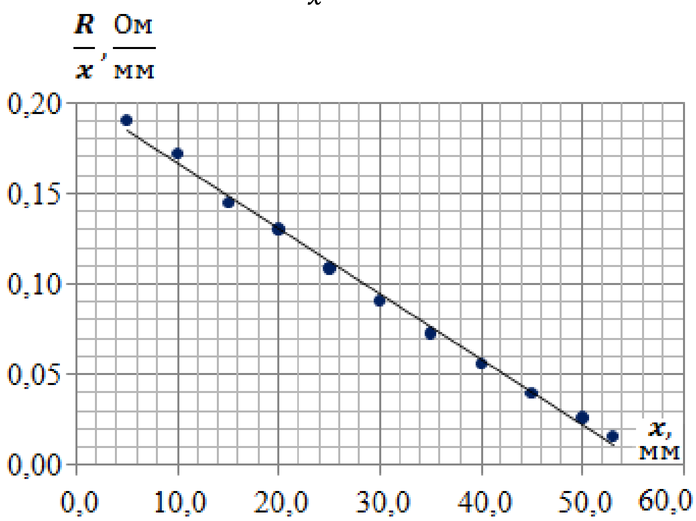
2.2 $l = (57 \pm 1)$мм.

2.3 Результаты измерений представлены в таблице 1(колонки 1, 2. 4).

Таблица 1

1	*2*	*3*	*4*	*5*
I,A	*U, B*	$R = \frac{U}{I}$, *Ом*	*x, мм*	*R/x, Ом/мм*
2,00	1,9	0,95	5,0	0,19
1,40	2,4	1,7	10	0,17
1,20	2,6	2,2	15	0,14
1,00	2,6	2,6	20	0,13
1,07	2,9	2,7	25	0,11
1,07	2,9	2,7	30	0,090
1,10	2,8	2,5	35	0,073
1,25	2,8	2,2	40	0,056
1,45	2,6	1,8	45	0,040
1,70	2,2	1,3	50	0,026
1,90	1,6	0,84	53	0,016
		Сред.	30	0,095
		Дисп.	241	0,0032
		Ковар.		-0,87
			$\langle a_2 \rangle$	$\langle b_2 \rangle$
			-0,0036	0,203
			Δa_2	Δb_2
			0,0002	0,005

График 1. Линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.



2.4 Так как уравнения (9) и (7) эквивалентны, то далее будем работать с уравнением (7).

Для того чтобы проверить справедливость какого-либо уравнения по результатам эксперимента, необходимо построить график равнозначной линеаризованной зависимости. Выполним линеаризацию уравнения (7), разделив обе его части на x, получим:

$$\frac{R}{x} = R_0 - \frac{R_0}{l}x \quad (10).$$

Вычислим значения R и $\frac{R}{x}$ (колонки 3и 5 таблицы 1).

На графике 1 представлена линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.

Из графика видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Это подтверждает, что линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$ действительно является линейной. Значит уравнение (7) подтверждается, следовательно подтверждается и уравнение (9).

2.5 Введём в уравнении (10) следующие обозначения:

$$|a_2| = \frac{R_0}{l} \quad (11), \quad b_2 = R_0 \ (12).$$

R_0 можно вычислить как свободное слагаемое в уравнении (10) или через угловой коэффициент наклона усредняющей прямой. Используя МНК определим $\langle a_2 \rangle$ и $\langle b_2 \rangle$ (таблица 1, колонки 4 и 5 , третья строчка снизу) и абсолютные погрешности Δa_2 и Δb_2 (таблица 1, колонки 4 и 5 , последняя строчка).

Из (11) получим:

$$\langle R_{01} \rangle = |\langle a_2 \rangle| \langle l \rangle = 0{,}0036\frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2} \cdot 57\text{мм} = 0{,}205\frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (13).$$

$$\varepsilon_{R_{01}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-4}\frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}}{36 \cdot 10^{-4}\frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}}\right)^2 + \left(\frac{1\text{мм}}{57\text{мм}}\right)^2} = 0{,}058$$
$$= 5{,}8\% \ (14),$$

$$\Delta R_{01} = \langle R_{01} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{01}} = 0{,}205\frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 0{,}058 = 0{,}012\frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (15).$$

Из (12) получим:

$$\langle R_{02} \rangle = \langle b_2 \rangle = 0{,}203\frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (16).$$

$$\Delta R_{02} = \Delta b_2 = 0{,}005\frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (17),$$

$$\varepsilon_{R_{02}} = \frac{\Delta R_{02}}{\langle R_{02}\rangle} = \frac{0{,}005\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}{0{,}203\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}}} = 0{,}025 = 2{,}5\% \quad (18).$$

$$\boldsymbol{R_{01} = (0,205 \pm 0,012)}\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}}, \qquad \boldsymbol{R_{02} = (0,203 \pm 0,005)}\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}},$$

Как видим, оба способа дают одинаковый результат с точностью до абсолютной погрешности, однако во втором случае результат определён с меньшей относительной погрешностью, следовательно способ по уравнению (12) предпочтительнее.

2.6

$$\langle R_{\text{р}2}\rangle = \langle R_{02}\rangle \cdot \langle l\rangle = 0{,}203\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 57\text{мм} = 11{,}6\text{Ом} \quad (19).$$

$$\varepsilon_{R_{\text{р}2}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_{02}}{\langle R_{02}\rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l\rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0{,}005\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}{0{,}203\,\frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}\right)^2 + \left(\frac{1\text{мм}}{57\text{мм}}\right)^2} = 0{,}030 = 3{,}0\% \quad (20).$$

$$\Delta R_{\text{р}2} = \langle R_{\text{р}2}\rangle \cdot \varepsilon_{R_{\text{р}2}} = 11{,}6\text{Ом} \cdot 0{,}030 = 0{,}4\text{Ом} \quad (21).$$

$$\boldsymbol{R_{\text{р}2} = (11,6 \pm 0,4)}\text{Ом}.$$

2.7 Значения полного сопротивления реостата, указанные в п.п. 1.5, 2.7, считать равными нельзя, так как $\langle R_{\text{р}1}\rangle$ не попадает в интервал абсолютной погрешности $\Delta R_{\text{р}2}$. Причина в том, что различные экспериментальные способы могут давать разные результаты?

Часть 3.

3.1 В данном случае часть намотки реостата $(l - x)$ и резистор $R_{\text{н}}$ соединены последовательно, параллельно им включена часть намотки реостата x.

Их общее сопротивление можно выразить из уравнения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{xR_0} + \frac{1}{(l-x)R_0 + R_{\text{н}}} \quad (22).$$

После преобразований получим:

$$R = \frac{R_0R_{\text{н}} + R_0^2 l}{R_{\text{н}} + R_0 l}x - \frac{R_0^2}{R_{\text{н}} + R_0 l}x^2 \quad (23).$$

Из закона Ома для участка цепи

$$R = \frac{U}{I} \quad (8).$$

Подставляя (8) в (23), получим:

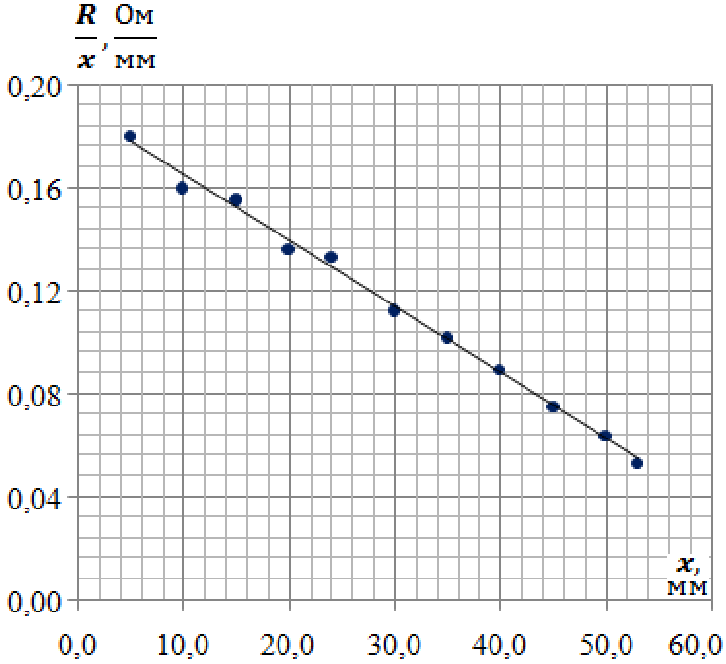
$$\boldsymbol{\frac{U}{I} = \frac{R_0 R_н + R_0^2 l}{R_н + R_0 l} x - \frac{R_0^2}{R_н + R_0 l} x^2} \quad (\mathbf{24}).$$

3.2 Результаты измерений представлены в таблице 2 (колонки 1, 2. 4).

Таблица 2

1	*2*	*3*	*4*	*5*
I, А	*U, В*	$R = \frac{U}{I}$, *Ом*	*x, мм*	*R/x, Ом/мм*
2,00	1,8	0,90	5,0	0,18
1,50	2,4	1,6	10	0,16
1,20	2,8	2,3	15	0,16
1,10	3,0	2,7	20	0,14
1,00	3,2	3,2	24	0,13
0,92	3,1	3,4	30	0,11
0,90	3,2	3,6	35	0,10
0,90	3,2	3,6	40	0,089
0,92	3,1	3,4	45	0,075
0,95	3,0	3,2	50	0,063
1,00	2,8	2,8	53	0,053
		Сред.	30	0,114
		Дисп.	242	0,00161
		Ковар.		-0,623
			$\langle a_3 \rangle$	$\langle b_3 \rangle$
			-0,0026	0,191
			Δa_3	Δb_3
			0,0001	0,004

График 2. Линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.



3.3 Так как уравнения (24) и (23) эквивалентны, то далее будем работать с уравнением (23).

Выполним линеаризацию уравнения (23), разделив обе его части на x, получим:

$$\frac{R}{x} = \frac{R_0 R_н + R_0^2 l}{R_н + R_0 l} - \frac{R_0^2}{R_н + R_0 l} x \quad (25).$$

Вычислим значения R и $\frac{R}{x}$ (колонки 3и 5 таблицы 2).

На графике 2 представлена линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.

Из графика видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Это подтверждает, что линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$ действительно является линейной. Значит уравнение (23) подтверждается, следовательно подтверждается и уравнение (24).

3.4 Введём в уравнении (25) следующие обозначения:

$$|a_3| = \frac{R_0^2}{R_н + R_0 l} \quad (26), \quad b_3 = \frac{R_0 R_н + R_0^2 l}{R_н + R_0 l} \quad (27).$$

$R_н$ можно вычислить используя уравнение (26) или (27). Воспользуемся уравнением (26), так как оно проще. Используя МНК определим $\langle a_3 \rangle$ (таблица 2, колонка 4, третья строчка снизу). Из (26) получим:

$$\boldsymbol{R}_н = \frac{\boldsymbol{R_0^2}}{|\boldsymbol{a_3}|} - \boldsymbol{R_0 l} = \frac{\left(0{,}203\,\frac{Ом}{мм}\right)^2}{0{,}0026\,\frac{Ом}{мм^2}} - 0{,}203\,\frac{Ом}{мм} \cdot 57мм = \mathbf{4{,}3}Ом \qquad (28)$$

Часть 4

4.1 Зависимость $R(x)$ по результатам п.2.3 представлена на графике 3.
4.2 Зависимость $R(x)$ по результатам п.3.2 представлена на графике 4.
4.3 Сравнивая графики видим, что в случае п. 2.3 максимальное сопротивление участка, на котором измеряется сила тока и напряжение, 2,7Ом достигается, когда ползунок реостата располагается на середине его намотки *x*=29мм. В случае п. 3.2 максимальное сопротивление участка, на котором измеряется сила тока и напряжение, 3,6Ом достигается, когда ползунок реостата располагается в положении *x*=36мм. Видим, что максимум сопротивления смещается правее и выше. Такой сдвиг обусловлен влиянием сопротивления $R_н$.

График 3. Зависимость R(x) по результатам п.2.3

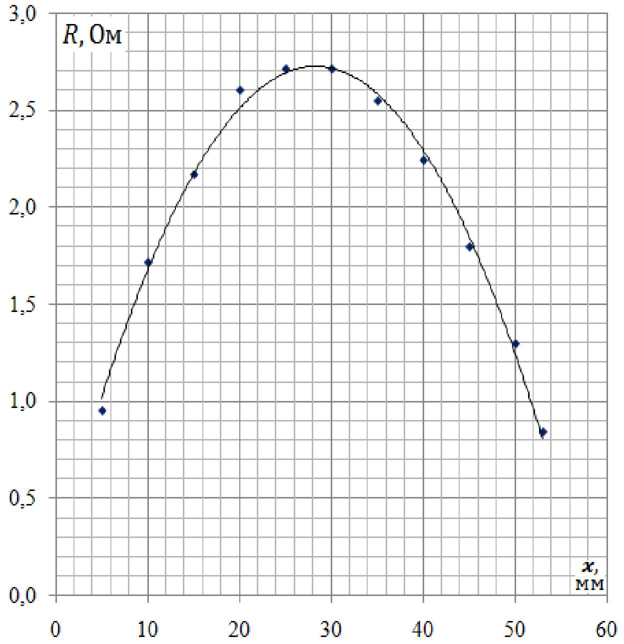


График 4. Зависимость R(x) по результатам п.3.2