

Условие

Задание 9-2. «Закороченный» реостат

Оборудование: амперметр, вольтметр, реостат трёхклеммный с полным сопротивлением 10 Ом, два источника питания (батарейка квадратная, 4,5В, 2шт), соединительные провода (7 шт, два из них с зажимами «крокодил»), резистор с неизвестным сопротивлением, линейка деревянная (15 - 20см).

Внимание!!! Ключ на схемах не показан. В качестве ключа используйте «крокодил» соединительного провода. Цепь включайте только на момент измерений, так как батарейка очень быстро разряжается. Одну батарейку используйте для части 1 и 2 задачи, другую – для части 3.

Подсказка. Если будут сложности с выводом уравнений в части 2 и 3, не теряйте время приступайте к измерениям, а затем переходите к части 4.*

Часть 1. Очень простая

Используя предоставленное оборудование однократным измерением определите полное сопротивление реостата R_{p1} .

1.1 Нарисуйте схему электрической цепи, которую вы использовали. На схеме укажите все клеммы реостата. Укажите цену деления амперметра и вольтметра.

1.2 Укажите значения измеренных Вами физических величин.

1.3 Определите полное сопротивление реостата R_{p1} .

1.4 Вычислите абсолютную и относительную погрешности R_{p1} .

1.5 Окончательный результат запишите в виде $R_{p1} = \langle R_{p1} \rangle \pm \Delta R_{p1}$.

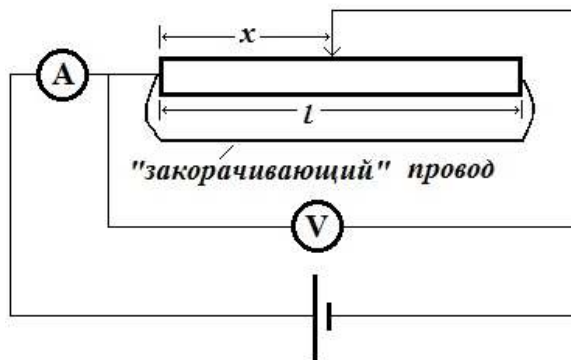
Часть 2. Средней сложности

Соберите электрическую цепь, как показано на рисунке 1. «Закорачивающий» провод выберите сами из предоставленных Вам соединительных проводов.

2.1 Получите уравнение связывающее физические величины: I – сила тока, которую показывает амперметр, U – напряжение, которое показывает вольтметр, R_0 – сопротивление единицы длины катушки реостата, l – длина катушки реостата, x – длина одной из частей катушки реостата (измеряйте её в миллиметрах).

2.2 Измерьте длину катушки реостата l .

2.3 Измерьте значения силы тока и напряжения при различных значениях x .



2.4 Используя результаты полученные в п.2.3, проверьте, подтверждается или нет уравнение полученное Вами в п.2.1. (Проверяйте графически).

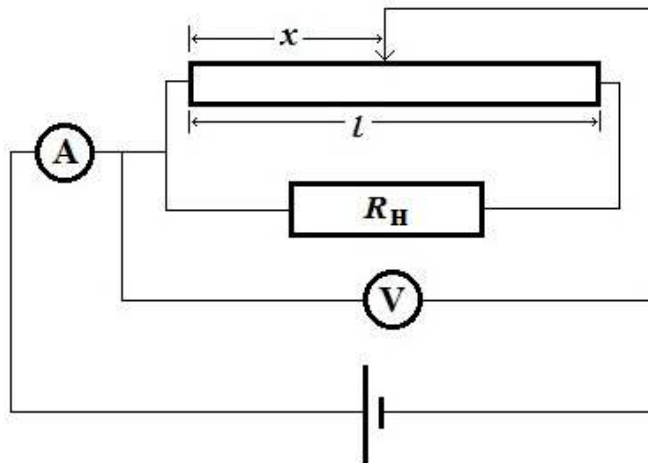
2.5 По результатам данного эксперимента определите R_0 двумя способами. Окончательный результат для каждого способа запишите в виде $R_0 = \langle R_0 \rangle \pm \Delta R_0$. Какой из способов предпочтительнее? 2.6 По результатам данной части задачи вычислите полное сопротивление реостата. Результат запишите в виде $R_{p2} = \langle R_{p2} \rangle \pm \Delta R_{p2}$. 2.7 Можно ли считать значения полного сопротивления реостата, указанные в п.п. 1.5, 2.6, равными? почему? В чём причина различия значений R_{p1} и R_{p2} ?

Часть 3. Немного сложнее части 2

Соберите электрическую цепь, как показано на рисунке 2. 3.1 Получите уравнение связывающее физические величины: I – сила тока, которую показывает амперметр, U – напряжение, которое показывает вольтметр, R_0 – сопротивление единицы длины катушки реостата, R_n – сопротивление резистора (индекс «н» обозначает неизвестное сопротивление), l – длина катушки реостата, x – длина одной из частей катушки реостата

3.2 Измерьте значения силы тока и напряжения при различных значениях x . 3.3 Используя результаты полученные в п.3.2, проверьте, подтверждается или нет уравнение полученное Вами в п.3.1. 3.4 По результатам данного эксперимента определите R_n . Погрешности R_n вычислять не нужно.

Рисунок 2



Часть 4. Простая

Если графики, указанные в п.4.1 и п.4.2 уже построены, то второй раз строить их не нужно. Просто укажите возле них соответствующий номер пункта. В п.2.4 и п.3.3 нужны другие графики!

4.1 Постройте график зависимости $R(x)$ по результатам п.2.3 (где $R = \frac{U}{I}$).

4.2 Постройте график зависимости $R(x)$ по результатам п.3.2 (где $R = \frac{U}{I}$).

4.3 Чем отличаются графики? В чём причина отличий?

Решение

Задание 9-2. «Закороченный» реостат. Решение Часть 1

1.1 Электрическая схема представлена на рисунке 3.

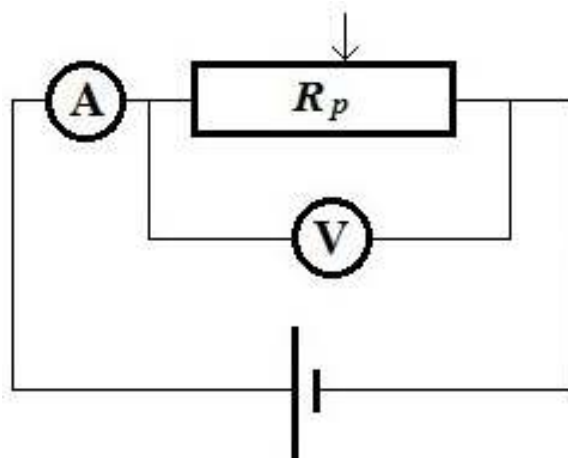
$$C_V = 0,2 \frac{\text{В}}{\text{дел}}, \quad C_A = 0,05 \frac{\text{А}}{\text{дел}}.$$

В данном случае задействуем неподвижные клеммы. Ползунок оставляем свободным. Если задействовать неподвижную клемму и ползунок, то его контакты нужно ставить на стальное кольцо другой неподвижной клеммы. В этом случае контакты ползунка плохо прижимаются к кольцу и измерения могут быть некорректными.

$$1.2 \quad I = (0,35 \pm 0,05)\text{А}, \quad U = (3,9 \pm 0,2)\text{В}.$$

1.3 Из закона Ома для участка цепи

$$\langle R_{p1} \rangle = \frac{\langle U \rangle}{\langle I \rangle} = \frac{3,9\text{В}}{0,35\text{А}} = 11,1\text{Ом}. \quad (1)$$



1.4

$$\varepsilon_{R_{p1}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{\langle I \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{\langle U \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,05\text{А}}{0,35\text{А}}\right)^2 + \left(\frac{0,2\text{В}}{3,9\text{В}}\right)^2} = 0,15 = 15\%, \quad (2)$$

$$\Delta R_{p1} = \langle R_{p1} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{p1}} = 11,1\text{Ом} \cdot 0,15 = 1,7\text{Ом}. \quad (3)$$

$$1.5 \quad R_{p1} = (11,1 \pm 1,7)\text{Ом}.$$

Часть 2

2.1 Части реостата длиной x и $(l - x)$ соединены параллельно. Сопротивления этих частей можно записать в виде:

$$R_x = xR_0 \quad (4)$$

$$\text{и} \quad R_{l-x} = (l - x)R_0. \quad (5)$$

Их общее сопротивление при параллельном соединении можно выразить из уравнения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{xR_0} + \frac{1}{(l - x)R_0}. \quad (6)$$

2023-2024 учебный год

После не сложных преобразований получим:

$$R = R_0 x - \frac{R_0}{l} x^2. \quad (7)$$

Из закона Ома для участка цепи

$$R = \frac{U}{I}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получим:

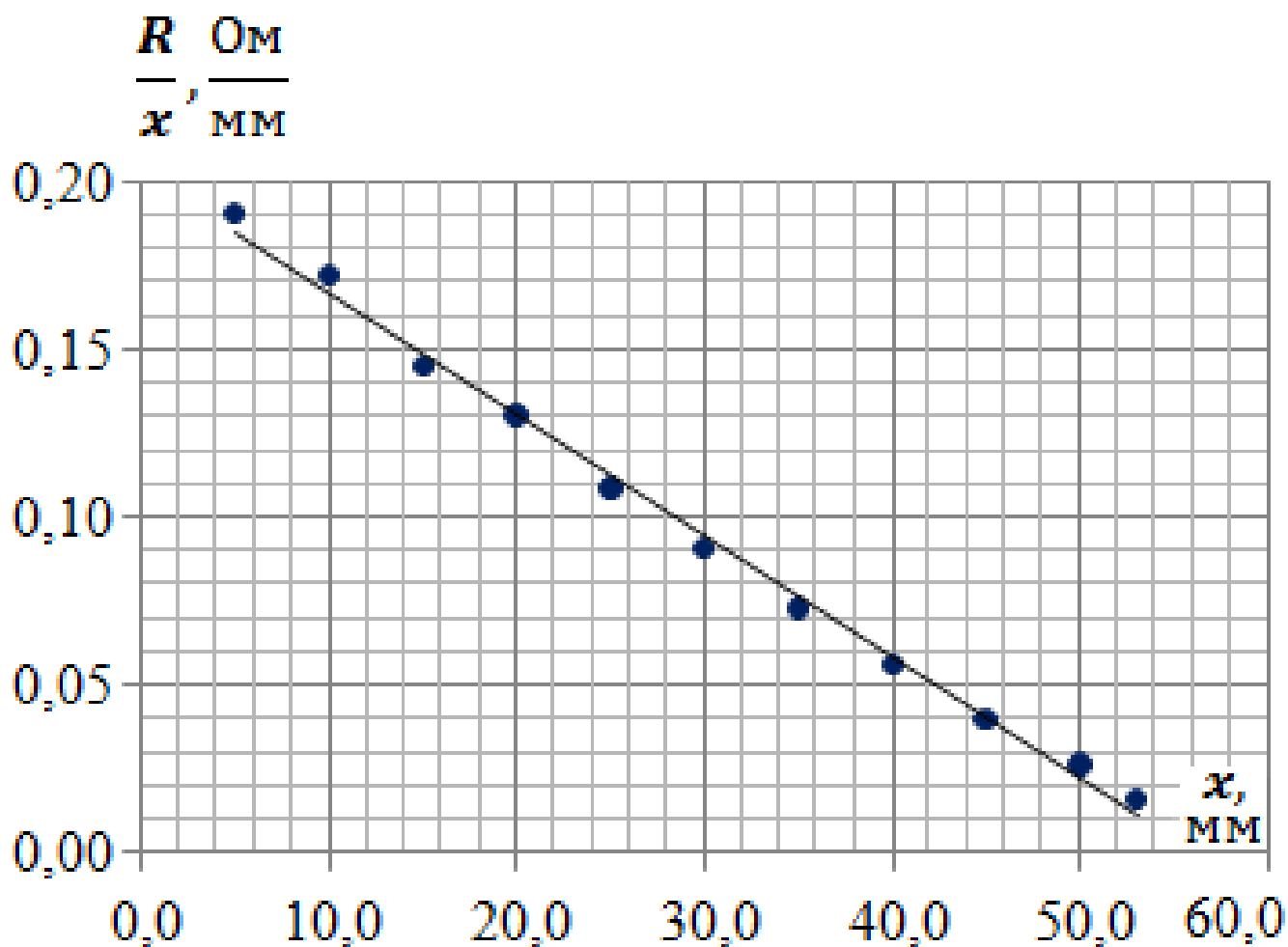
$$\frac{U}{I} = R_0 x - \frac{R_0}{l} x^2. \quad (9)$$

2.2 $l = (57 \pm 1)$ мм.

2.3 Результаты измерений представлены в таблице 1 (колонки 1, 2, 4).

Таблица 1

1	2	3	4	5
$I, \text{А}$	$U, \text{В}$	$R = \frac{U}{I}, \text{Ом}$	$x, \text{мм}$	$R/x, \text{Ом/мм}$
2,00	1,9	0,95	5,0	0,19
1,40	2,4	1,7	10	0,17
1,20	2,6	2,2	15	0,14
1,00	2,6	2,6	20	0,13
1,07	2,9	2,7	25	0,11
1,07	2,9	2,7	30	0,090
1,10	2,8	2,5	35	0,073
1,25	2,8	2,2	40	0,056
1,45	2,6	1,8	45	0,040
1,70	2,2	1,3	50	0,026
1,90	1,6	0,84	53	0,016
		Сред.	30	0,095
		Дисп.	241	0,0032
		Ковар.		-0,87
			$\langle a_2 \rangle$	$\langle b_2 \rangle$
			-0,0036	0,203
			Δa_2	Δb_2
			0,0002	0,005



2.4 Так как уравнения (9) и (7) эквивалентны, то далее будем работать с уравнением (7).

2023-2024 учебный год

Для того чтобы проверить справедливость какого-либо уравнения по результатам эксперимента, необходимо построить график равнозначной линеаризованной зависимости. Выполним линеаризацию уравнения (7), разделив обе его части на x , получим:

$$\frac{R}{x} = R_0 - \frac{R_0}{l}x. \quad (10)$$

Вычислим значения R и $\frac{R}{x}$ (колонки 3 и 5 таблицы 1). На графике 1 представлена линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$. Из графика видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Это подтверждает, что линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$ действительно является линейной. Значит уравнение (7) подтверждается, следовательно подтверждается и уравнение (9).

2.5 Введём в уравнении (10) следующие обозначения:

$$|a_2| = \frac{R_0}{l}, \quad (11)$$

$$b_2 = R_0. \quad (12)$$

R_0 можно вычислить как свободное слагаемое в уравнении (10) или через угловой коэффициент наклона усредняющей прямой. Используя МНК определим $\langle a_2 \rangle$ и $\langle b_2 \rangle$ (таблица 1, колонки 4 и 5, третья строчка снизу) и абсолютные погрешности Δa_2 и Δb_2 (таблица 1, колонки 4 и 5, последняя строчка). Из (11) получим:

$$\langle R_{01} \rangle = |\langle a_2 \rangle| \langle l \rangle = 0,0036 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2} \cdot 57 \text{мм} = 0,205 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}. \quad (13)$$

$$\varepsilon_{R_{01}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}}{36 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}}\right)^2 + \left(\frac{1 \text{мм}}{57 \text{мм}}\right)^2} = 0,058 = 5,8\%, \quad (14)$$

$$\Delta R_{01} = \langle R_{01} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{01}} = 0,205 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 0,058 = 0,012 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}. \quad (15)$$

Из (12) получим:

$$\langle R_{02} \rangle = \langle b_2 \rangle = 0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}. \quad (16)$$

$$\Delta R_{02} = \Delta b_2 = 0,005 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}, \quad (17)$$

2023-2024 учебный год

$$\varepsilon_{R_{02}} = \frac{\Delta R_{02}}{\langle R_{02} \rangle} = \frac{0,005 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}{0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}} = 0,025 = 2,5\%. \quad (18)$$

$$R_{01} = (0,205 \pm 0,012) \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}, \quad R_{02} = (0,203 \pm 0,005) \frac{\text{Ом}}{\text{мм}},$$

Как видим, оба способа дают одинаковый результат с точностью до абсолютной погрешности, однако во втором случае результат определён с меньшей относительной погрешностью, следовательно способ по уравнению (12) предпочтительнее.

2.6

$$\langle R_{p2} \rangle = \langle R_{02} \rangle \cdot \langle l \rangle = 0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 57 \text{мм} = 11,6 \text{Ом}. \quad (19)$$

$$\varepsilon_{R_{p2}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_{02}}{\langle R_{02} \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,005 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}{0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}\right)^2 + \left(\frac{1 \text{ мм}}{57 \text{ мм}}\right)^2} = 0,030 = 3,0\%. \quad (20)$$

$$\Delta R_{p2} = \langle R_{p2} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{p2}} = 11,6 \text{ Ом} \cdot 0,030 = 0,4 \text{ Ом}. \quad (21)$$

$$R_{p2} = (11,6 \pm 0,4) \text{ Ом}.$$

2.7 Значения полного сопротивления реостата, указанные в п.п. 1.5, 2.7, считать равными нельзя, так как $\langle R_{p1} \rangle$ не попадает в интервал абсолютной погрешности ΔR_{p2} . Причина в том, что различные экспериментальные способы могут давать разные результаты?

Часть 3.

3.1 В данном случае часть намотки реостата $(l-x)$ и резистор $R_{\text{н}}$ соединены последовательно, параллельно им включена часть намотки реостата x .

Их общее сопротивление можно выразить из уравнения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{xR_0} + \frac{1}{(l-x)R_0 + R_{\text{н}}}. \quad (22)$$

После преобразований получим:

$$R = \frac{R_0 R_{\text{н}} + R_0^2 l}{R_{\text{н}} + R_0 l} x - \frac{R_0^2}{R_{\text{н}} + R_0 l} x^2. \quad (23)$$

Из закона Ома для участка цепи

2023-2024 учебный год

$$R = \frac{U}{I}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (23), получим:

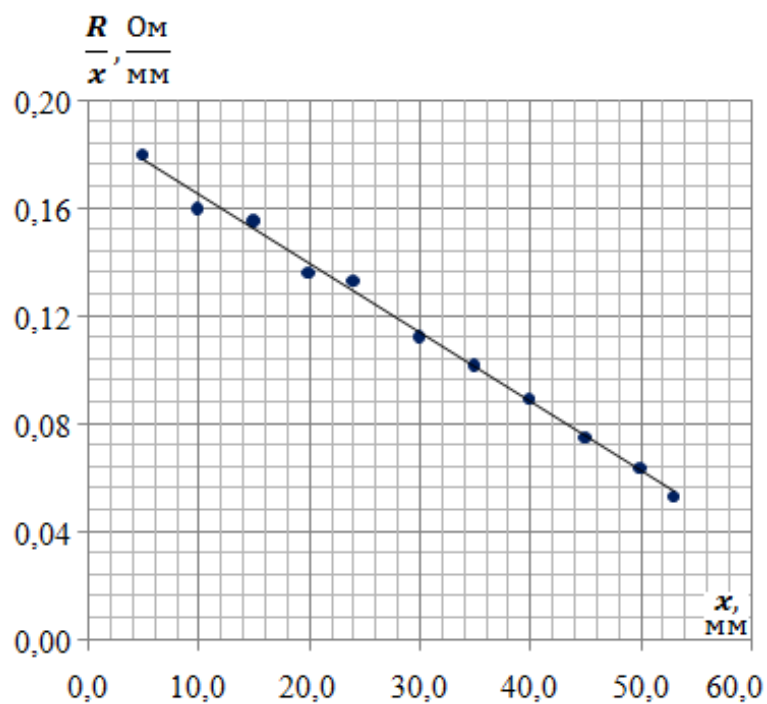
$$\frac{U}{I} = \frac{R_0 R_{\text{н}} + R_0^2 l}{R_{\text{н}} + R_0 l} x - \frac{R_0^2}{R_{\text{н}} + R_0 l} x^2. \quad (24)$$

3.2 Результаты измерений представлены в таблице 2 (колонки 1, 2, 4).

Таблица 2

1	2	3	4	5
I, A	U, B	$R = \frac{U}{I}, \text{ Ом}$	$x, \text{ мм}$	$R/x, \text{ Ом/мм}$
2,00	1,8	0,90	5,0	0,18
1,50	2,4	1,6	10	0,16
1,20	2,8	2,3	15	0,16
1,10	3,0	2,7	20	0,14
1,00	3,2	3,2	24	0,13
0,92	3,1	3,4	30	0,11
0,90	3,2	3,6	35	0,10
0,90	3,2	3,6	40	0,089
0,92	3,1	3,4	45	0,075
0,95	3,0	3,2	50	0,063
1,00	2,8	2,8	53	0,053
		Сред.	30	0,114
		Дисп.	242	0,00161
		Ковар.		-0,623
			$\langle a_3 \rangle$	$\langle b_3 \rangle$
			-0,0026	0,191
			Δa_3	Δb_3
			0,0001	0,004

**График 2. Линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$. **



3.3 Так как уравнения (24) и (23) эквивалентны, то далее будем работать с уравнением (23).

Выполним линеаризацию уравнения (23), разделив обе его части на x , получим:

$$\frac{R}{x} = \frac{R_0 R_n + R_0^2 l}{R_n + R_0 l} - \frac{R_0^2}{R_n + R_0 l} x. \quad (25)$$

Вычислим значения R и $\frac{R}{x}$ (колонки 3 и 5 таблицы 2).

На графике 2 представлена линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.

2023-2024 учебный год

Из графика видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Это подтверждает, что линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$ действительно является линейной. Значит уравнение (23) подтверждается, следовательно подтверждается и уравнение (24).

3.4 Введём в уравнении (25) следующие обозначения:

$$|a_3| = \frac{R_0^2}{R_n + R_0 l}, \quad (26)$$

$$b_3 = \frac{R_0 R_n + R_0^2 l}{R_n + R_0 l}. \quad (27)$$

R_n можно вычислить используя уравнение (26) или (27). Воспользуемся уравнением (26), так как оно проще. Используя МНК определим $\langle a_3 \rangle$ (таблица 2, колонка 4, третья строчка снизу). Из (26) получим:

$$R_n = \frac{R_0^2}{|a_3|} - R_0 l = \frac{(0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}})^2}{0,0026 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}} - 0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 57 \text{мм} = 4,3 \text{Ом} \quad (28)$$

Часть 4

4.1 Зависимость $R(x)$ по результатам п.2.3 представлена на графике 3.

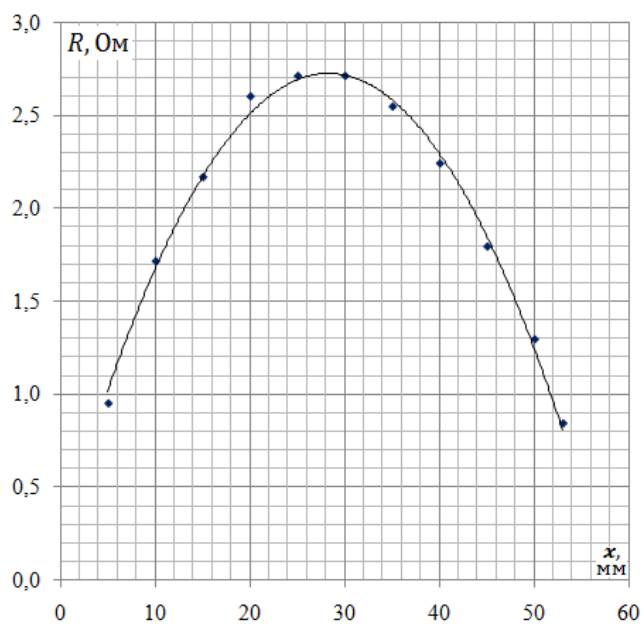
4.2 Зависимость $R(x)$ по результатам п.3.2 представлена на графике 4.

4.3 Сравнивая графики видим, что в случае п. 2.3 максимальное сопротивление участка, на котором измеряется сила тока и напряжение, 2,7Ом достигается, когда ползунок реостата располагается на середине его катушки $x = 29 \text{мм}$. В случае п. 3.2 максимальное сопротивление участка, на котором измеряется сила тока и напряжение, 3,6Ом достигается, когда ползунок реостата располагается в положении $x = 36 \text{мм}$. Видим, что максимум сопротивления смещается правее и выше. Такой сдвиг обусловлен влиянием сопротивления R_n .

2023-2024 учебный год

График 3. Зависимость $R(x)$ по результатам п.2.3

График 4. Зависимость $R(x)$ по результатам п.3.2



2023-2024 учебный год

