

-2. Капли ...

Условие

Задание 10-2. Капли ...

В данной задаче Вам предстоит определить поверхностное натяжение воды, используя метод подсчёта капель.

Оборудование: шприц (10см^3), стакан с водопроводной водой, штангенциркуль, клин измерительный (заточенная деревянная палочка диаметром 3мм), штатив, весы электронные (2шт. на кабинет), термометр (один на кабинет) салфетки бумажные (для вытирания воды со стола).

Если осторожно выдавливать воду из шприца, то при вертикальном расположении шприца для образующихся капель в момент отрыва можно считать, что

$$F_{\text{пн}} = m_0 g, \quad (1)$$

где $F_{\text{пн}}$ – сила поверхностного натяжения, m_0 – масса одной капли. Используя (1) можно получить уравнение

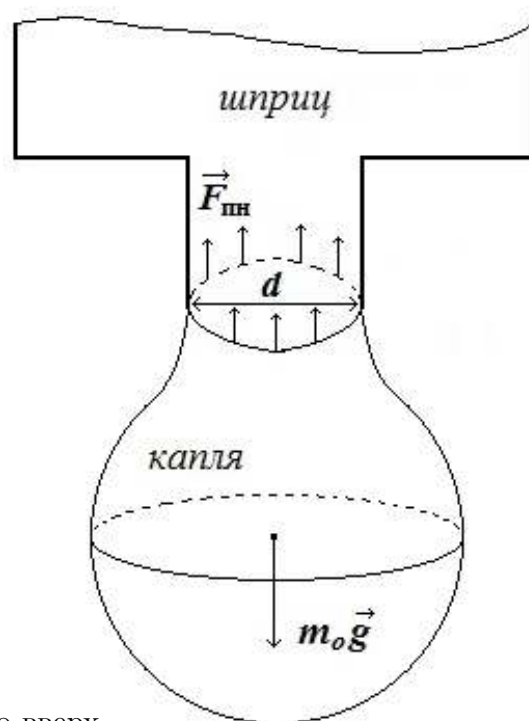
$$n = \frac{\rho g}{\sigma \pi d} V, \quad (2)$$

где: V – объём выдавленной из шприца воды, σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность воды, d – внутренний диаметр носика шприца, n – количество образовавшихся капель, $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ – ускорение свободного падения, $\pi = 3,1416$.

В данной физической модели полагаем, что сила поверхностного натяжения действует строго вертикально вверх.

1. Выведите уравнение (2). Если Вы не можете это сделать, то не тратьте время и приступайте к выполнению следующих пунктов. 2. Определите используя штангенциркуль и измерительный клин внутренний диаметр носика шприца. 3. Определите плотность воды. Укажите цену деления приборов, которыми Вы пользовались. Укажите значения физических величин, которые вы измерили. Результат запишите в виде $\rho = \langle \rho \rangle + \Delta \rho$. (Измерения выполните так, чтобы минимизировать погрешность). 4. Исследуйте экспериментально зависимость количества образовавшихся капель от объёма выдавленной из шприца воды $n_1(V)$ при вертикальном положении шприца. Результаты представьте таблично.

5. Определите математический вид зависимости $n_1(V)$ по экспериментальным данным. Запишите уравнение $n_1(V)$ с числовыми коэффициентами. 6. Используя результаты эксперимента, определите коэффициент поверхностного натяжения воды σ . Результат запишите в



виде: $\sigma = \langle \sigma \rangle \pm \Delta \sigma$. Совпадает ли Ваш результат с табличным значением (табл. 1)? Ответ обоснуйте. Если не совпадает, то укажите причины расхождения значений.

Таблица 1. Коэффициент поверхностного натяжения дистиллированной воды при некоторых температурах

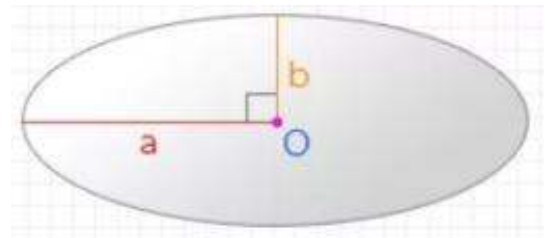
$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$
16	73,34	21	72,60
17	73,20	22	72,44
18	73,05	23	72,28
19	72,89	24	72,12
20	72,75	25	71,96

7. Исследуйте экспериментально зависимость количества образовавшихся капель от объёма выдавленной из шприца воды $n_2(V)$ при горизонтальном положении шприца. Результаты представьте таблично. **8.** Определите математический вид зависимости $n_2(V)$ по экспериментальным данным. Запишите уравнение $n_2(V)$ с числовыми коэффициентами. **9.** В чём причина отличий результатов полученных в п.4 и п.7? **10.** Используя результаты экспериментов, определите характерные линейные размеры сечения шейки капли в момент отрыва капли при горизонтальном положении шприца. Погрешности в данном пункте вычислять не нужно.

Полуподсказка. Возможно при выполнении п.10 Вам понадобится что-то из информации приведенной ниже: $l = 2\pi r$ (3) – длина окружности, $S = \pi r^2$ (4) – площадь круга, $S = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \gamma$ (5) – площадь кругового сектора с центральным углом γ° ,

$l = \pi(a + b)$ (6) – длина эллипса,

$S = \pi ab$ (7) – площадь эллипса, a – большая полуось эллипса b – малая полуось эллипса $S = 4\pi r^2$ (8) – площадь сферы, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (9) – объём шара.



Решение

Задание 10-2. Капли ...

Решение

1.

$$F_{\text{пн}} = \sigma l_{\text{гр}} \quad (10),$$

где $l_{\text{гр}}$ – длина границы области соприкосновения воды и шприца:

$$l_{\text{гр}} = \pi d \quad (11),$$

где d – внутренний диаметр носика шприца. Массу капли можно определить как

$$m_0 = \frac{V}{n} \rho \quad (12),$$

где: V – объём выдавленной из шприца воды, ρ – плотность воды, n – количество образовавшихся капель. Подставляя (11) в (10) и (12) в (1), после чего приравняв правые части (10) и (1) получим:

$$\sigma \pi d = \frac{V}{n} \rho g \quad (13).$$

Откуда получаем

$$n = \frac{\rho g}{\sigma \pi d} V \quad (2).$$

2. $d = (2,0 \pm 0,1)$ мм.

3. Массу измеряем с помощью электронных весов: $C_{\text{в}} = 0,1 \frac{\text{г}}{\text{дел}}$. Объём воды измеряем с помощью шприца: $C_{\text{ш}} = 0,5 \frac{\text{мл}}{\text{дел}}$. Масса пустого шприца: $m_{\text{ш}} = (6,5 \pm 0,1)$ г. Набранный объём воды в шприц: $V_{\text{в}} = (12,0 \pm 0,5) \text{ см}^3$. (*Шприцы (10 мл) градуируются шкалой до 12 мл*). Масса шприца с водой: $m_{\text{шв}} = (18,6 \pm 0,1)$ г. Масса воды: $\langle m_{\text{в}} \rangle = \langle m_{\text{шв}} \rangle - \langle m_{\text{ш}} \rangle = 18,6 \text{ г} - 6,5 \text{ г} = 12,1 \text{ г}$ (14). Плотность воды:

$$\langle \rho \rangle = \frac{\langle m_{\text{в}} \rangle}{\langle V_{\text{в}} \rangle} = \frac{12,1 \text{ г}}{12,0 \text{ см}^3} = 1,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (15).$$

$$\Delta m_{\text{в}} = \Delta m_{\text{шв}} + \Delta m_{\text{ш}} = 0,1 \text{ г} + 0,1 \text{ г} = 0,2 \text{ г} \quad (16),$$

$$\varepsilon_{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_{\text{в}}}{\langle m_{\text{в}} \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{\text{в}}}{\langle V_{\text{в}} \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,2 \text{ г}}{12,1}\right)^2 + \left(\frac{0,5 \text{ см}^3}{12,0 \text{ см}^3}\right)^2} = 0,045 = 4,5\% \quad (17),$$

Допускается упрощённое уравнение $\varepsilon_{\rho} = \frac{\Delta m_{\text{в}}}{\langle m_{\text{в}} \rangle} + \frac{\Delta V_{\text{в}}}{\langle V_{\text{в}} \rangle}$ (17')

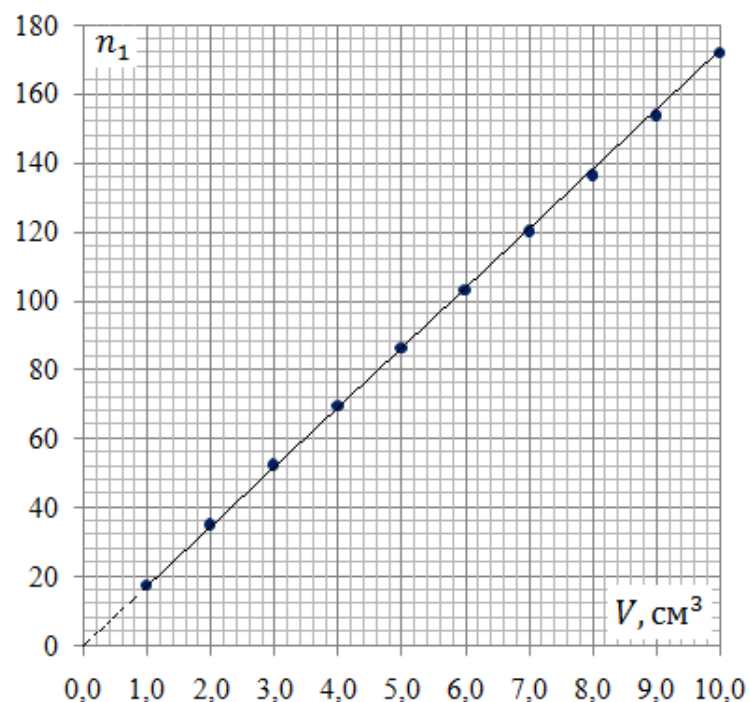
$$\Delta \rho = \langle \rho \rangle \cdot \varepsilon_{\rho} = 1,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 0,045 = 0,05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (18),$$

2023-2024 учебный год

$$\rho = (1,01 \pm 0,05) \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

4. Результаты экспериментов представлены в таблице 2.

Таблица 2



Повторные изм.,				Объём
Колич. капель				воды
n_1				
1	2	3	$\langle n_1 \rangle$	V, cm^3
18	17	17	17	1,0
35	35	35	35	2,0
52	52	53	52	3,0
69	69	70	69	4,0
86	86	86	86	5,0
103	103	103	103	6,0
120	120	120	120	7,0
136	137	136	136	8,0
153	154	154	154	9,0
171	172	172	172	10,0
	Сред.		94,5	5,5
	Дисп.		2391	8
	Ковар.		140	
				$\langle a_1 \rangle,$
				$\frac{1}{\text{cm}^3}$
				17,1
				$\Delta a_1,$
				$\frac{1}{\text{cm}^3}$
				0,1

**График 1. Зависимость $n_1(V)$ **

5. Построим график зависимости $n_1(V)$ (график 1). Видим, что экспериментальные точки

расположились вблизи усредняющей прямой, проходящей через начало координат. Это свидетельствует о том, что зависимость $n_1(V)$ прямопропорциональная.

Используя МНК определим среднее значение углового коэффициента наклона усредняющей прямой (таблица 2 третья строчка снизу) и его абсолютную погрешность (таблица 2 последняя строчка)

$$\langle a_1 \rangle = 17,1 \frac{1}{\text{см}^3}.$$

$$n_1 = 17,1V \quad [V] = 1\text{см}^3. \quad (19)$$

2023-2024 учебный год

6. В уравнении (2) можно ввести обозначение:

$$a_1 = \frac{\rho g}{\sigma \pi d}. \quad (20)$$

Из (13) получим:

$$\sigma = \frac{\rho g}{a_1 \pi d}. \quad (21)$$

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1,01 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{17,1 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{м}^3} \cdot 3,1416 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \text{м}} = 0,092 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\left(\frac{\Delta \rho}{\langle \rho \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_1}{\langle a_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{\langle d \rangle}\right)^2}. \quad (22)$$

Допускается упрощённое уравнение аналогичное (17')

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\left(\frac{0,05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{1,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}\right)^2 + \left(\frac{0,01 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}\right)^2 + \left(\frac{0,1 \frac{1}{\text{см}^3}}{17,1 \frac{1}{\text{см}^3}}\right)^2 + \left(\frac{0,1 \text{мм}}{2,0 \text{мм}}\right)^2} = 0,071.$$

$$\Delta \sigma = \langle \sigma \rangle \cdot \varepsilon_\sigma = 0,092 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 0,071 = 0,007 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (23)$$

$$\sigma = \left(0,092 \pm 0,007 \frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$$

Полученный результат не совпадает с табличным значением. Измерения проводились при температуре воздуха в кабинете 21°C. Табличное значение коэффициента поверхностного натяжения при данной температуре не попадает в интервал абсолютной погрешности полученного нами значения. Причиной несовпадения значений может быть наличие примесей в водопроводной воде. В таблице 1 даны значения для дистиллированной воды. На результат

также будет влиять краевой угол. Однако данный угол уменьшает значение проекции силы поверхностного натяжения на вертикальную ось и это должно приводить к результату меньше табличного. У нас получился результат больше чем табличный, следовательно значение краевого угла не является определяющей причиной. Ещё одной причиной может быть то, что диаметр шейки капли при отрыве несколько больше чем внутренний диаметр носика шприца.

2023-2024 учебный год

7. Результаты экспериментов представлены в таблице 3.

Таблица 2

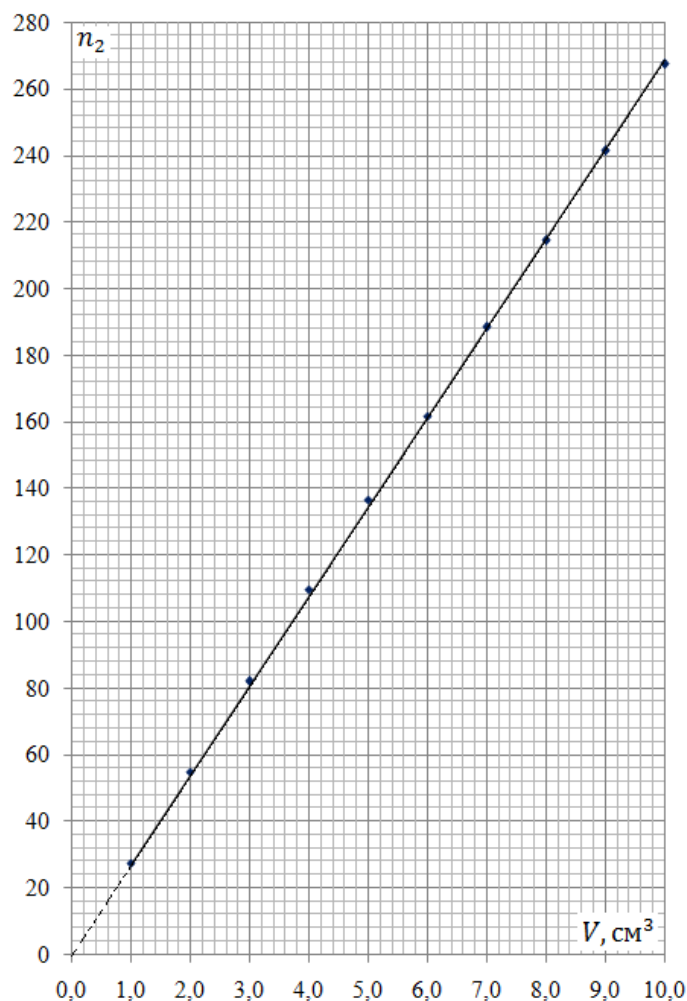
Повторные изм.,				Объем
Колич. капель				воды
** n_2 **				
1	2	3	** $\langle n_2 \rangle$ **	** V , см ³ **
27	27	28	27	1,0
55	54	55	55	2,0
82	82	82	82	3,0
110	110	109	110	4,0
136	137	137	137	5,0
162	162	161	162	6,0
188	189	188	188	7,0
214	215	214	214	8,0
241	242	241	241	9,0
267	268	267	267	10,0
		Сред.	148,3	5,5
		Дисп.	5839	8
		Ковар.	219	
				$\langle a_2 \rangle$,
				$\frac{1}{\text{см}^3}$
				26,9
				Δa_2 ,
				$\frac{1}{\text{см}^3}$
				0,2

**График 2. Зависимость $n_2(V)$ **

8. Построим график зависимости $n_2(V)$ (график 2). Видим, что экспериментальные точки расположились вблизи усредняющей прямой, проходящей через начало координат. Это свидетельствует о том, что зависимость $n_2(V)$ так же прямопропорциональная.

Используя МНК определим среднее значение углового коэффициента наклона усредняющей прямой (таблица 3 третья строчка снизу) и его абсолютную погрешность (таблица 3 последняя строчка)

$$\langle a_2 \rangle = 26,9 \frac{1}{\text{см}^3}.$$



$$n_2 = 26,9V \quad [V] = 1\text{см}^3. \quad (24)$$

2023-2024 учебный год

9. Причина отличий результатов полученных в п.4 и п.7 в том, что при горизонтальном расположении шприца форма сечения шейки капли будет не круг, а близкой к эллипсу. Длина границы, перпендикулярно которой будет действовать сила поверхностного натяжения при отрыве капли уменьшится. Значит уменьшится и модуль силы поверхностного натяжения при отрыве капли, а следовательно силы поверхностного натяжения будут удерживать каплю меньшей массы. Если масса капли уменьшается, то их количество, выдавленное из такого же объёма, увеличивается.

10. Характерные линейные размеры сечения шейки капли в момент её отрыва – это полуоси эллиптического сечения. Большая полуось примем равной внутреннему радиусу носика шприца.

$$a = \frac{d}{2} = \frac{2,0\text{ мм}}{2} = 1,0\text{ мм}. \quad (25)$$

Для вычисления значения малой полуоси воспользуемся уравнением (13). Заменим в нём длину окружности πd , на длину эллипса $\pi(a + b)$, получим:

$$\sigma\pi(a + b) = \frac{V}{n}\rho g. \quad (26)$$

Из (26) получим:

$$n = \frac{\rho g}{\sigma\pi(a + b)}V. \quad (27)$$

В уравнении (27) можно ввести обозначение:

$$a_2 = \frac{\rho g}{\sigma\pi(a + b)}. \quad (28)$$

Из (28) получим:

$$b = \frac{\rho g}{\sigma\pi a_2} - a, \quad (29)$$

$$b = \frac{1,01 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{0,092 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 3,1416 \cdot 26,9 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{м}^3}} - 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

2023-2024 учебный год

