

Условие

Задание 10-2. Годограф

Годографом вектора называется кривая, представляющая собой множество концов переменного со временем вектора $\vec{r}(t)$, начало которого (Рис. 1) для всех t есть фиксированная точка O («Математический энциклопедический словарь»). Иными словами годограф вектора представляет собой множество точек, по которым «движется» конец данного вектора со временем, если положение его начала зафиксировать в некоторой точке O .

Справедливости ради отметим, что школьники косвенно знакомы с данным понятием, поскольку годографом радиус-вектора $\vec{r}_i(t)$ ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$) движущейся материальной точки является ... её траектория, отмеченная на рисунке 1 пунктирной линией. Годограф вектора наглядно представляет его эволюцию с течением времени, а также используется при различных расчетах.

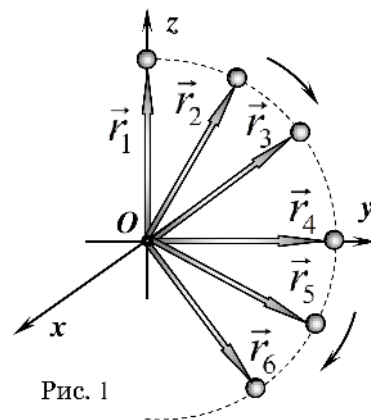


Рис. 1

Часть 1. Вычисление полного ускорения

1.1 Небольшой массивный шарик, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, отклонили так, что нить стала горизонтальна и аккуратно отпустили без натяжения нити (рис. 2). При движении шарик будет приобретать как центростремительное (нормальное) ускорение $\vec{a}_n$, направленное вдоль нити, так и касательное (тангенциальное) $\vec{a}_\tau$ ускорение, направленное перпендикулярно нити (см. рис. 2). Сумма $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$ называется *полным* ускорением тела. Найдите зависимости модулей ускорений $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ от угла α , образованного нитью с вертикалью. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.

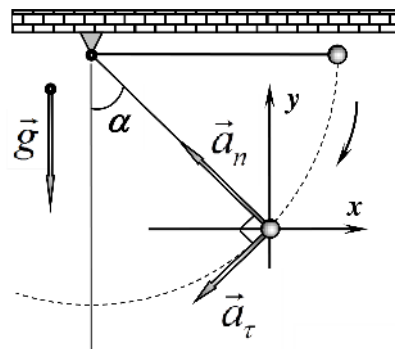


Рис. 2

1.2 Найдите зависимость $a(\alpha)$ модуля полного ускорения $\vec{a}$ шарика от угла α в процессе движения до нижней точки траектории.

1.3 Поскольку вектор полного ускорения шарика поворачивается со временем, то в некоторый момент он будет горизонтален. Найдите полное ускорение шарика a_1 и угол α_1 между нитью и вертикалью в этот момент времени.

Часть 2. Построение годографа полного ускорения шарика

2.1 Найдите зависимости проекций a_x и a_y полного ускорения шарика от угла α в стандартной (декартовой) системе координат. Выразите их в безразмерных единицах $a_x^* = a_x/g$ и $a_y^* = a_y/g$.

2.2 Чему равен модуль максимального горизонтального ускорения $a_{x \max}$ шарика в процессе движения до низшей точки траектории? Максимального вертикального ускорения $a_{y \max}$?

10 класс. Теоретический тур. Вариант 2.

2.3 Разбейте прямой угол α на интервалы по $\Delta\alpha = 5^\circ$ градусов и вычислите проекции ускорений a_x^* и a_y^* для точек в диапазоне $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Результаты вычислений занесите в Таблицу 1 (см. ниже).

2.4 Пользуясь Таблицей 1, постройте на выданном бланке годограф полного ускорения шарика при его движении до нижней точки траектории.

2.5 Проанализируйте построенный годограф, отметьте его существенные особенности и попытайтесь описать их математически (например, получить уравнение, описывающее полученную кривую).