

-2. Бумажный маятник. Приборы и материалы

Условие

Задание 11-2. Бумажный маятник.

Приборы и материалы: плотная бумага (которую вы самостоятельно должны разрезать на нужные вам полоски), линейка, канцелярские скрепки, ножницы, секундомер.

В данном задании необходимо исследовать изгибные колебания бумажной полоски с прикрепленными к ней грузами. Полоска бумаги, расположенная вертикально и закрепленная в верхней части может рассматриваться, как горизонтально расположенная пружина. Поэтому, если к полоске бумаги снизу прикрепить грузы (в качестве которых можно использовать канцелярские скрепки), то полоска бумаги может совершать колебания, при которых ее нижний конец движется примерно горизонтально.

1. Запишите формулу для периода колебаний пружинного маятника: груза массы m , прикрепленного к пружине жесткости k и движущегося горизонтально.

Приблизительно можно считать, что эффективная жесткость бумажной полоске при указанном движении зависит от длины ее свободной части l и ширины полоски h степенным образом:

$$k = Cl^\alpha h^\beta. \quad (1)$$



2. Предложите методику экспериментального определения показателей степеней в этой формуле с помощью исследования колебаний полоски.
3. Проведите необходимые измерения и определите показатели степеней α, β в формуле (1). Оцените погрешность найденных значений.

Подсказки: 1. В качестве грузов используйте 2-3 канцелярские скрепки. 2. Конечно, свободные колебания полоски очень быстро затухают. Поэтому рекомендуем «закреплять» верхний край полоски между пальцами своей руки. При этом вы сможете постоянно «подкачивать» бумажный маятник.

Решение

Задание 11-2. Бумажный маятник.

1. Период колебаний пружинного маятника рассчитывается по известной формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1)$$

2. Подставляя формулу для жесткости пружины получим, что период колебаний зависит от размеров полоски следующим образом

$$T = Al^{-\frac{\alpha}{2}} h^{-\frac{\beta}{2}}. \quad (2)$$

Для определения показателей степеней необходимо провести измерения зависимости периода колебаний от длины полоски (при неизменной ширине) и зависимости периода колебаний от ширины полоски (при неизменной длине). Формула (2) допускает очевидную линеаризацию с использованием двойного логарифмического масштаба

$$\ln T = B - \frac{\alpha}{2} \ln l - \frac{\beta}{2} \ln h. \quad (3)$$

Поэтому построив указанные зависимости в двойном логарифмическом масштабе по коэффициенты наклона графиков можно рассчитать искомые показатели степеней.

3. Измерения требуют большого терпения. Требуется 5-10 минут, чтобы научиться мягко раскачивать маятник, плавно вводя его в резонанс. Зато при этом можно измерить времена большого числа периодов колебаний (до 100). Результаты измерений очень сильно зависят от сорта используемой бумаги. В наших измерения характерные значения периодов составляли от нескольких десятых доли секунды до 1,5 с. В ходе измерения одной зависимости удавалось достичь изменения периодов в 2-2,5 раза. Полученные зависимости оказываются близкими к линейным. Оказывается, что значение параметра α близко к -3, а параметра β к 1. Конечно погрешность ручных измерений высока и составляет величины порядка 20%.