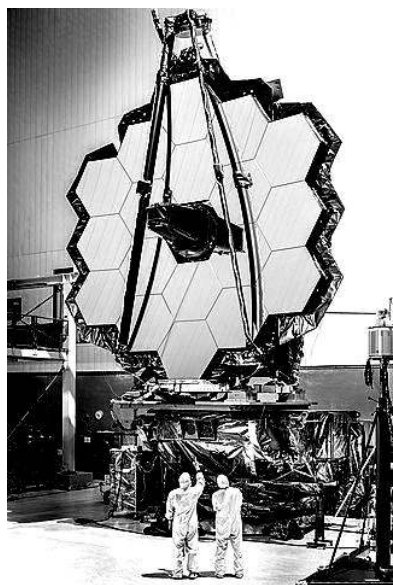


Ариан-5

Условие

Задание 10-2. Космический инфракрасный телескоп Джеймс Уэбб.



25 декабря 2021 года с космодрома Куру при помощи ракеты «Ариан-5» был успешно запущен **космический аппарат, снабженный инфракрасным телескопом «Джеймс Уэбб»** (англ. *James Webb Space Telescope, JWST*). В январе 2022 года этот аппарат вышел в точку своей постоянной дислокации. Положение телескопа будет оставаться практически неизменным относительно Земли, причем все время он будет находиться в тени Земли.

В данной задаче вам необходимо рассчитать положение этой научной станции. На первый взгляд — такое положение космического аппарата невозможно: чтобы он все время оставался в тени Земли (т.е. все время находился на одной прямой с Солнцем и Землей) угловая скорость его вращения должна быть равна угловой скорости движения Земли. Но... по 3 закону Кеплера период обращения однозначно связан с радиусом орбиты!!!

Разрешение парадокса заключается в том, что центр орбиты Земли не совпадает с центром Солнца: два взаимодействующих тела вращаются вокруг общего центра масс. Для упрощения расчетов примем следующие приближения: - при рассмотрении движения Земли и Солнца влиянием других планет пренебрегаем (рассматриваем задачу двух тел); - тем более движение космического аппарата не влияет на движение Земли; - орбита Земли является окружностью.

Масса Солнца $M_C = 2,0 \cdot 10^{30}$ кг. Масса Земли $M_3 = 6,0 \cdot 10^{24}$ кг. Радиус орбиты Земли $R = 1,5 \cdot 10^8$ км.

Рассмотрим задачу «двух» тел: два массивных тела (масса одного из них m_1 , масса второго m_2 , для определенности будем считать, что $m_1 > m_2$) движутся только под действием силы гравитационного взаимодействия по круговым орбитам. Расстояние между телами остается неизменным и равным R .

1. Докажите, что центры окружностей, по которым движутся тела, совпадают с центром масс системы этих тел.
2. Найдите радиусы траекторий R_1 , R_2 обоих тел.

Добавим в рассматриваемую систему третье тело, масса которого m_0 значительно меньше масс первых двух тел. Будем считать, что это тело все время находится на прямой, проходящей через центры Солнца и Земли. Можно показать, что на этой прямой существует только три точки, в которых может находиться третье тело, оставаясь все время неподвижным относительно Земли и Солнца (эти точки называются точками Лагранжа).

3. Получите точное уравнение, позволяющие определить расстояние x от менее массивного тела m_2 (т.е. Земли) до точки Лагранжа на прямой Земля – Солнце, находящейся за орбитой Земли.

Масса Солнца значительно больше массы Земли, поэтому полученное уравнение можно решить приближенно. Используйте тот факт, что расстояние от центра Солнца до центра масс системы Солнце – Земля значительно меньше радиуса земной орбиты.

4. Рассчитайте, на каком расстоянии от Земли располагается аппарат JWST.

Математическая подсказка: при $x \ll R$ можно использовать приближенную формулу

$$\frac{1}{(R+x)^2} \approx \frac{1}{R^2} - \frac{2}{R^3}x.$$