

## -1. Степенные зависимости

### Условие

#### Задание 11-1. Степенные зависимости.

Задание состоит из двух задач, связанных одной математической идеей: если некоторая величина  $Y$  зависит от величины  $x$  по степенному закону

$$Y(x) = Y_0 + ax^\gamma,$$

то скорость изменения этой величины описывается формулой, справедливой при любом показателе степени  $\gamma$  и малых значениях  $\Delta x$

$$\frac{\Delta Y}{\Delta x} = a\gamma x^{\gamma-1}.$$

#### Задача 1.1. Атмосфера с переменной температурой.

У поверхности земли атмосферное давление равно  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$  Па, а температура  $T_0 = 290$  К. Температура воздуха убывает с высотой  $z$  по линейному закону

$$T = T_0(1 - \alpha z).$$

Температура убывает на  $\Delta T = 1,0^\circ$  при подъеме на каждые  $\Delta h = 100$  м. Ускорение свободного падения считать равным  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>. Молярная масса воздуха  $M = 29$  г/моль. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж/(моль·К). Атмосфера неподвижна.

|       |                                                                         |
|-------|-------------------------------------------------------------------------|
| 1.1.1 | Найдите зависимость давления воздуха от высоты $P(z)$ .                 |
| 1.1.2 | Рассчитайте численное значение давления воздуха на высоте $H = 1,0$ км. |

#### Задача 1.2. Радиоактивные шары.

Два однородных шара изготовлены из одного радиоактивного материала. Благодаря радиоактивному распаду внутри материала постоянно выделяется теплота (мощность выделения этой теплоты постоянна). Шары находятся в вакууме, поэтому потери теплоты в окружающую среду осуществляются только посредством излучения. Радиус первого шара равен  $R_1$ , температура его поверхности равна  $T_{S1} = 400$  К, а температура в его центре -  $T_{C1} = 500$  К. Радиус второго шара равен  $R_2 = 2R_1$ .

|       |                                                                                   |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| 1.2.3 | Рассчитайте температуры на поверхности $T_{S2}$ и в центре $T_{C2}$ второго шара. |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|

Подсказки: 1. Согласно закону Стефана – Больцмана мощность теплового излучения с единицы площади пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$p = \sigma T^4. \quad (1)$$

2. Закон теплопроводности Фурье утверждает, что плотность потока теплоты (количество теплоты, перетекающей в единицу времени через площадку единичной площади) пропорционален градиенту температуры (изменению температуры на единицу длины):

$$q = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x}. \quad (2)$$

