

-3. Скатывание без проскальзывания

Условие

Задание 10-3. Скатывание без проскальзывания.

Существует множество задач, в которых брусок движется по наклонной плоскости при наличии трения. В зависимости от коэффициента трения и угла наклона плоскости брусок может либо скользить по плоскости, либо покоится.

Если на наклонную плоскость поместить трубку, то она всегда будет скатываться, но может катиться либо без проскальзывания, либо проскальзывать.

Целью данного задания является анализ такого движения. Далее будем рассматривать однородную тонкостенную трубку, радиус которой равен R , а масса m равномерно распределена по стенкам трубки. Толщина стенок трубки значительно меньше ее радиуса.

Часть 1. Динамика вращательного движения.

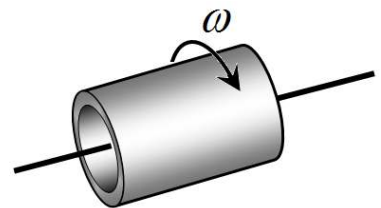
Сложное движение твердого тела можно рассматривать как суперпозицию двух составляющих: поступательного движения центра масс и вращения вокруг оси, проходящей через центр масс тела. Движение центра масс подчиняется уравнению второго закона Ньютона. Вращение тела описывается углом поворота φ , угловой скоростью $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ и угловым ускорением – скоростью изменения угловой скорости $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ (величиной аналогичной обычному ускорению). В этой части на основании закона сохранения энергии Вы должны самостоятельно получить основное уравнение динамики вращательного движения трубки, определяющее угловое ускорение вращения трубки.

1.1 Трубка вращается вокруг неподвижной собственной оси с угловой скоростью ω . Чему равна кинетическая энергия трубки?

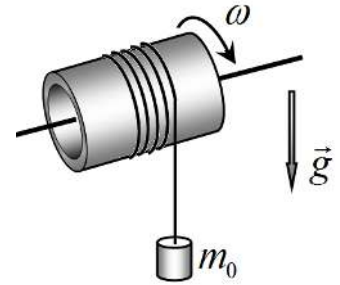
Для реализации такого движения можно считать, что трубка насажена на очень легкий вал, диаметр которого равен внутреннему диаметру трубки.

1.2 Трубка катится (с проскальзыванием) по горизонтальной поверхности. Скорость оси трубки равна $\vec{v}_c$, угловая скорость вращения вокруг оси трубки ω . Чему равна кинетическая энергия трубки в этом случае?

1.3 Чему равна кинетическая энергия трубки, которая катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности, если скорость ее оси равна $\vec{v}_c$?



Трубку снова насадили на неподвижную горизонтальную ось, на его поверхность намотали легкую прочную нить, к концу которой привязали груз массы m_0 . Груз отпускают, он начинает опускаться, раскручивая трубку.



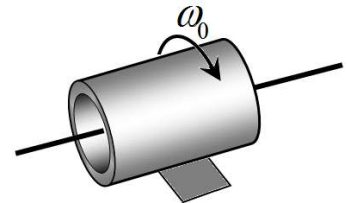
1.4 Чему равно изменение кинетической энергии трубки при опускании груза на малую величину Δh ?

1.5 Найдите ускорение груза a угловое ускорение трубки β .

1.6 Выразите угловое ускорение трубки через момент силы натяжения нити $M = TR$ (это и будет уравнение динамики вращательного движения).

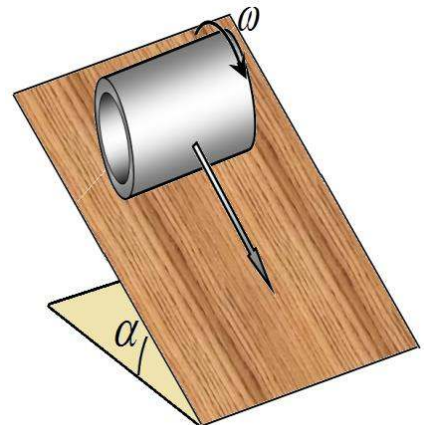
Рекомендуем использовать следующую формулу: если некоторая величина x изменяется на малую величину Δx , то ее квадрат изменяется на величину

$$\Delta(x^2) = 2x\Delta x.$$



Трубке, закрепленной на неподвижной горизонтальной оси, сообщили угловую скорость ω_0 . После чего к ее поверхности поднесли пластинку, которая действует на трубку с постоянной силой трения F .

1.7 Найдите зависимость угловой скорости трубки от времени $\omega(t)$. 1.8 Сколько оборотов сделает обруч до остановки?



Часть 2. Скатывание с наклонной плоскости. Трубку кладут на наклонную плоскость, образующую угол α с горизонтом, так что ось трубки располагается горизонтально, и отпускают. Трубка начинает скатываться с наклонной плоскости. Коэффициент трения трубки о плоскость равен μ . Обозначим силу трения, действующую на боковую поверхность трубки F .

2.1 Найдите ускорение оси трубки a и ее угловое ускорение β в зависимости от силы трения F . 2.2 Найдите значение силы трения, если трубка катится без проскальзывания. 2.3 Определите, при каких углах наклона плоскости α к горизонту, качение цилиндра будет проходить без проскальзывания (при фиксированном значении коэффициента трения μ).