

-1. Катится колесо

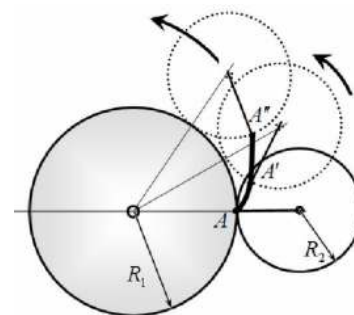
Условие

Задание 9-1. Катится колесо

Выполнение этого задания требует большого терпения и предельной аккуратности!

Приборы и оборудование: циркуль, ножницы, линейка, бумага.

В данном задании вам предстоит экспериментально исследовать траектории, которые описывает точка, находящаяся на ободе диска, который катится по поверхности другого неподвижного диска без проскальзывания.



Так на рис. 1 диск радиуса R_2 обкатывает без проскальзывания неподвижный диск радиуса R_1 . На рис. 1 показано несколько положений подвижного колеса, положения движущейся точки A , A' , A'' и участок траектории этой точки. Линия траектории в данном случае называется эпициклоидой.

Подвижный диск может катиться и по внутренней поверхности неподвижного диска (рис. 2). В этом случае траектория называется гипоциклоидой.

Справка из Википедии: Эпициклоида (от др.-греч. $\varepsilon\pi\acute{\iota}$ — на, над, при и $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma$ — круг, окружность) — плоская кривая, образуемая фиксированной точкой окружности, катящейся по внешней стороне другой окружности без скольжения. Гипоциклоида (греч. $\upsilon\pi\acute{o}$ (под, внизу) + $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma$ (круг, окружность)) — плоская кривая, образуемая точкой окружности, катящейся по внутренней стороне другой окружности без скольжения.

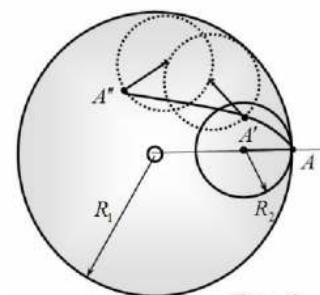


Рис. 2

Вид рассматриваемых траекторий зависит от отношения радиусов катящегося и неподвижного дисков $\frac{R_2}{R_1}$. Если это отношение является рациональным числом, то траектория является замкнутой (именно такие траектории рассматриваются в данном задании).

Для построения траекторий используйте бумажные подвижные диски, нарисованные на отдельном бланке. Вам необходимо самостоятельно и аккуратно их вырезать. На каждом диске

нанесена угломерная шкала: полный угол разбит на 48 равных частей. Внимательно следите, какой диск предназначен для, какой части задачи.

Неподвижные диски нарисованы на отдельных листах (их вырезать не надо). Построения выполняйте на этих листах (не забудьте их сдать). Эти диски также снабжены аналогичной угломерной шкалой. Для всех дисков «рабочей поверхностью» является внешняя окружность. Для измерения длин траекторий используйте циркуль и линейку.

В данном задании для вас приготовлены отдельные бланки (листы) для каждой части задачи. Все построения выполняйте на этих листах. Результаты измерений приводите на этих листах в специальных таблицах. Необходимые расчеты и ответы на поставленные вопросы приводите на рабочих листах.

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 2

Часть 1. Как измерить длину кривой линии

С помощью циркуля и линейки измерить длину кривой абсолютно точно невозможно! Однако в физических экспериментах все измерения проводятся с некоторой погрешностью. Вместо длины кривой измеряется длина некоторой ломанной, вписанной в измеряемую кривую. Такая замена приводит к появлению систематической погрешности.

В этой части работы Вы должны оценить число звеньев ломанной (длины которых измеряются), обеспечивающих требуемую точность измерения длины кривой.

В данной Части работы допустимо вместо измерения, провести теоретические расчеты.

Обратите внимание на интересную особенность данного задания: Традиционно: проводят измерения, а потом оценивают их погрешность; в данном задании Вы должны так провести измерения, чтобы их погрешность не превышала заданную величину!

На рабочем бланке 1 нарисован круг, разбитый на 48 равных секторов. Вам необходимо измерить длину окружности, ограничивающий этот круг. Если в окружность вписать правильный n -угольник, то при большом числе сторон этого многоугольника его периметр примерно будет равен длине окружности.

1.1 Измерьте диаметр окружности и рассчитайте ее длину L_0 . Оцените погрешность найденного значения длины окружности. 1.2 Измерьте длины периметров L_n правильных n -угольников (начиная с $n = 3$), вписанных в данную окружность. 1.3 Для каждого n рассчитайте относительную систематическую погрешность ε_n , возникающую из-за замены окружности n -угольниками. 1.4 Укажите, при каких значениях n систематическая погрешность не превышает 5%. 1.5 Укажите, при каких значениях n систематическая погрешность оказывается меньше погрешности традиционного измерения (и расчета) длины окружности, проведенного вами в п. 1.1.

Полученные результаты используйте при последующих измерениях.

Далее все измерения следует проводить с погрешностью, не превышающей 5%. Далее оценка погрешностей не требуется!

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 3

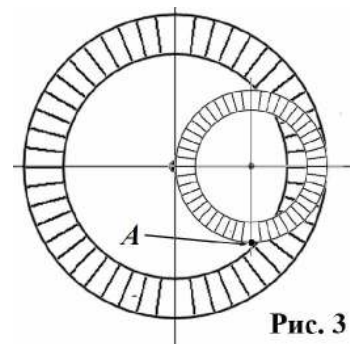
Часть 2. Качение внутри окружности (гипоциклоиды)

Диск катится без проскальзывания внутри диска, радиус которого в два раза больше радиуса подвижного диска. Начальное положение точки А показано на рис. 3.

2.1 Постройте траекторию точки А. Кратко опишите методику построения траектории. Определите, какой путь пройдет точка А, пока подвижное колесо вернется в начальное состояние?

Для выполнения следующего задания используйте диск меньшего диаметра, изображенный на листе для вырезания. Этот диск также обкатывает без проскальзывания неподвижный диск изнутри.

2.2 Постройте траекторию точки, находящейся на краю подвижного диска, пока эта выбранная точка не вернется в исходное состояние. Кратко опишите методику построения. Измерьте длину этой траектории. Кратко опишите методику измерения (или расчета) длины траектории.



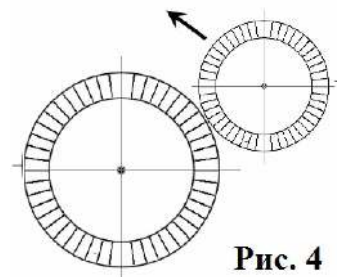
Часть 3. Качение снаружи окружности (эпициклоиды)

Подвижный диск (надо вырезать) обкатывает без проскальзывания неподвижный снаружи (рис. 4).

3.1 Постройте траекторию точки, находящейся на краю подвижного диска, пока эта выбранная точка не вернется в исходное состояние. Кратко опишите методику построения. Измерьте длину этой траектории. Кратко опишите методику измерения (или расчета) длины траектории.

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 4

Лист для выполнения Части 1.





Окончательный результат измерения длины окружности

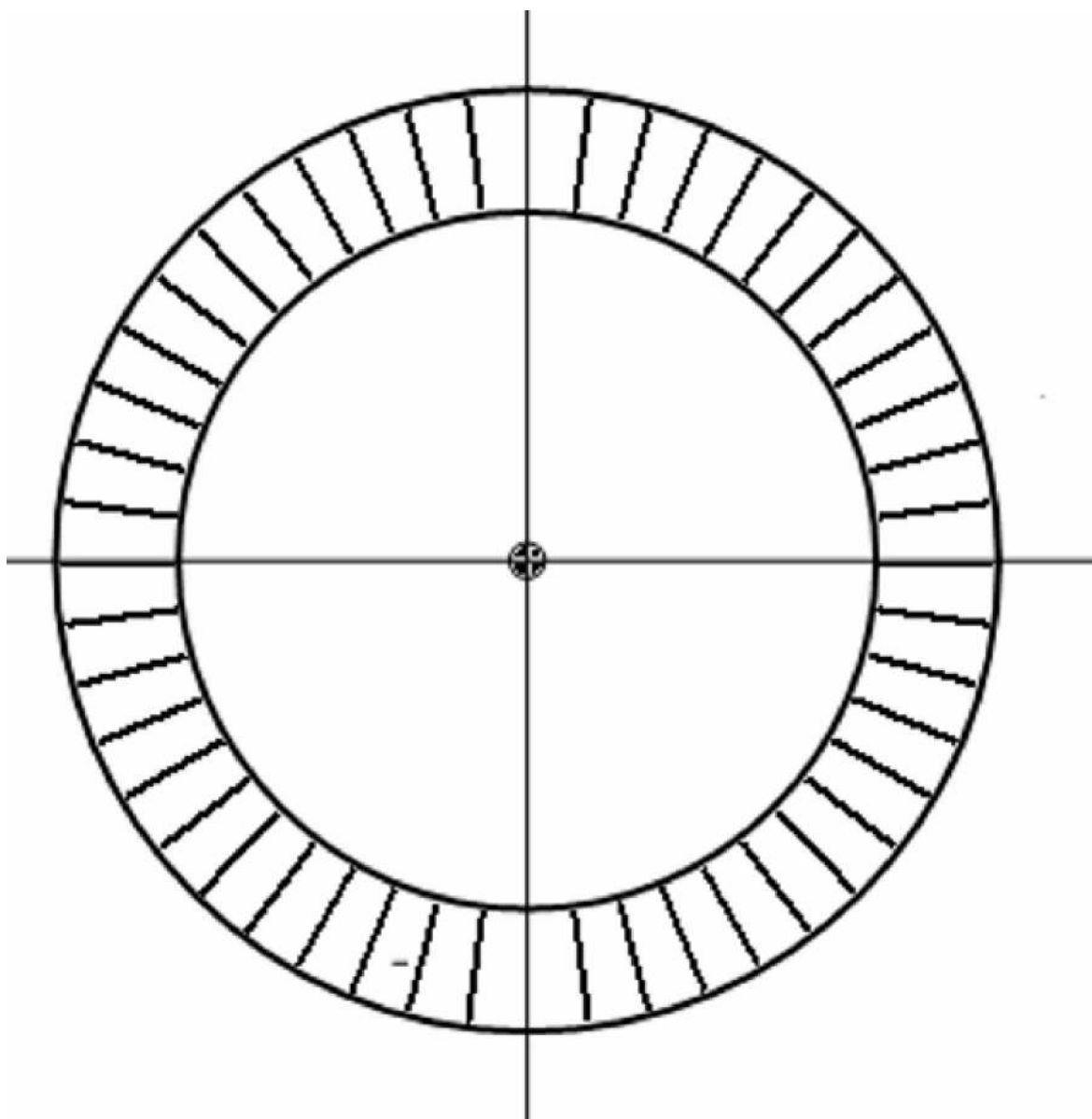
$$L_0 =$$

1.2 Результаты измерений длин периметров

n									
L_n									
ε_n									

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 5

Лист для выполнения задания 2.1



Пройденный путь

$$S =$$

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 6

Лист для выполнения задания 2.2

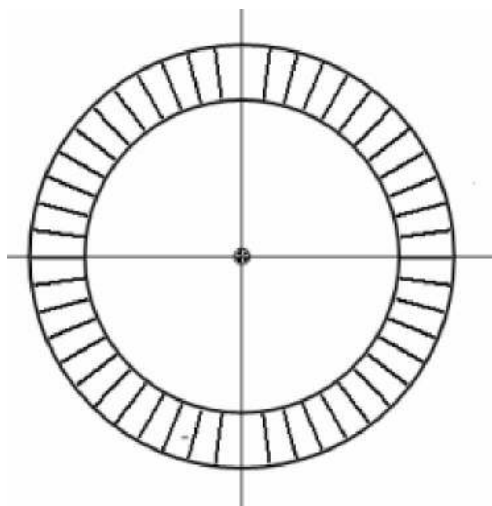
Пройденный путь

$$S =$$

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 7

Лист для выполнения задания 3.1

9 класс. Экспериментальный тур.

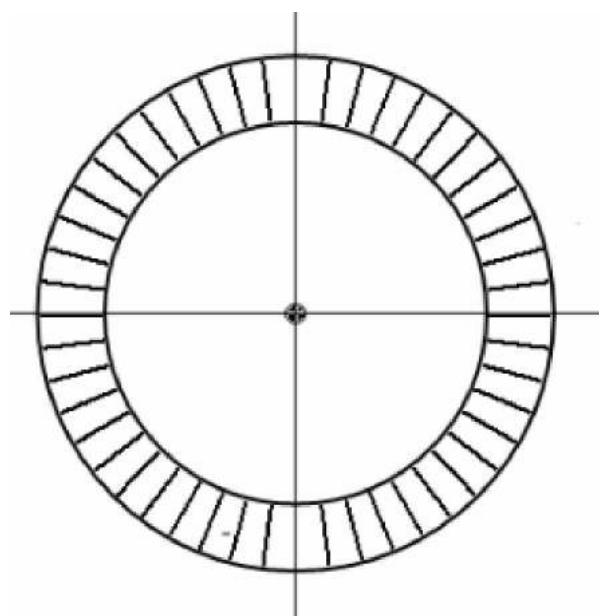


Пройденный путь

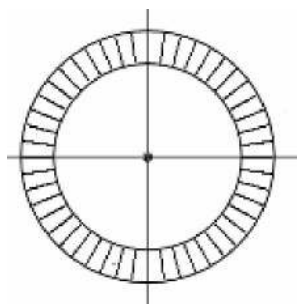
$$S =$$

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 8

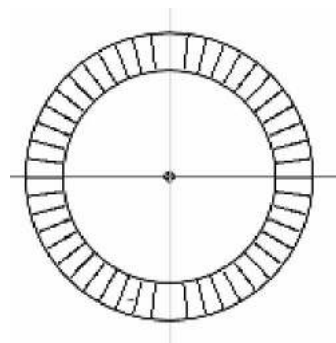
Лист для вырезания дисков.



К заданию 2-1.



К заданию 2.2



К заданию 3.1

IX класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 9