

-3. Тень от расчески

Условие

Задание 9-3. Тень от расчески.

На отдельном бланке представлена фотография тени от расчески, освещаемой точечным источником света. Расческа располагалась вертикально, тени зафиксированы на миллиметровой бумаге. Высота зубьев расчески над бумагой равна $h = 4,5$ см. Для удобства на фото нанесена разметка осей координат, которые вы должны использовать в этой работе. Оцифровка шкал проведена в сантиметрах. Обратите внимание, что, во-первых, фотография не совсем резкая, во-вторых, изображение немного искажено (имеет трапецевидную форму).

Поэтому решать данную задачу чисто графически не рекомендуется. Хотя вы можете проводить некоторые построения на этом рисунке. Кратко опишите их в своей работе и не забудьте сдать отдельный лист с вашими построениями. По вашему желанию, вы также можете не пользоваться приведенными шкалами, а провести собственные измерения необходимых вам величин на этой фотографии с помощью линейки.

На рис. 1 показано примерное положение расчески и точечного источника света. Там же указаны используемые координаты, которые совпадают с приведенными на фото.

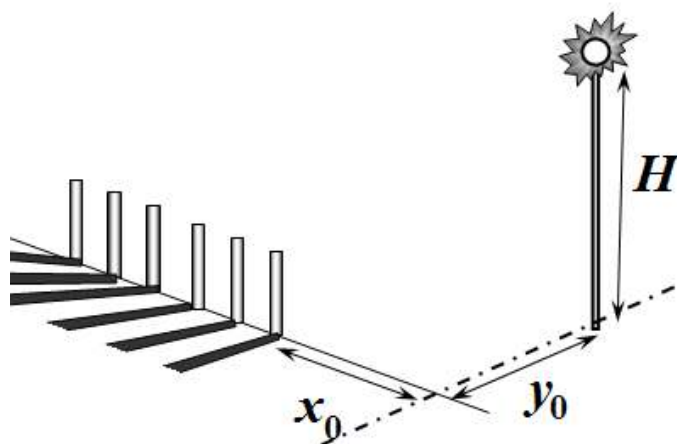


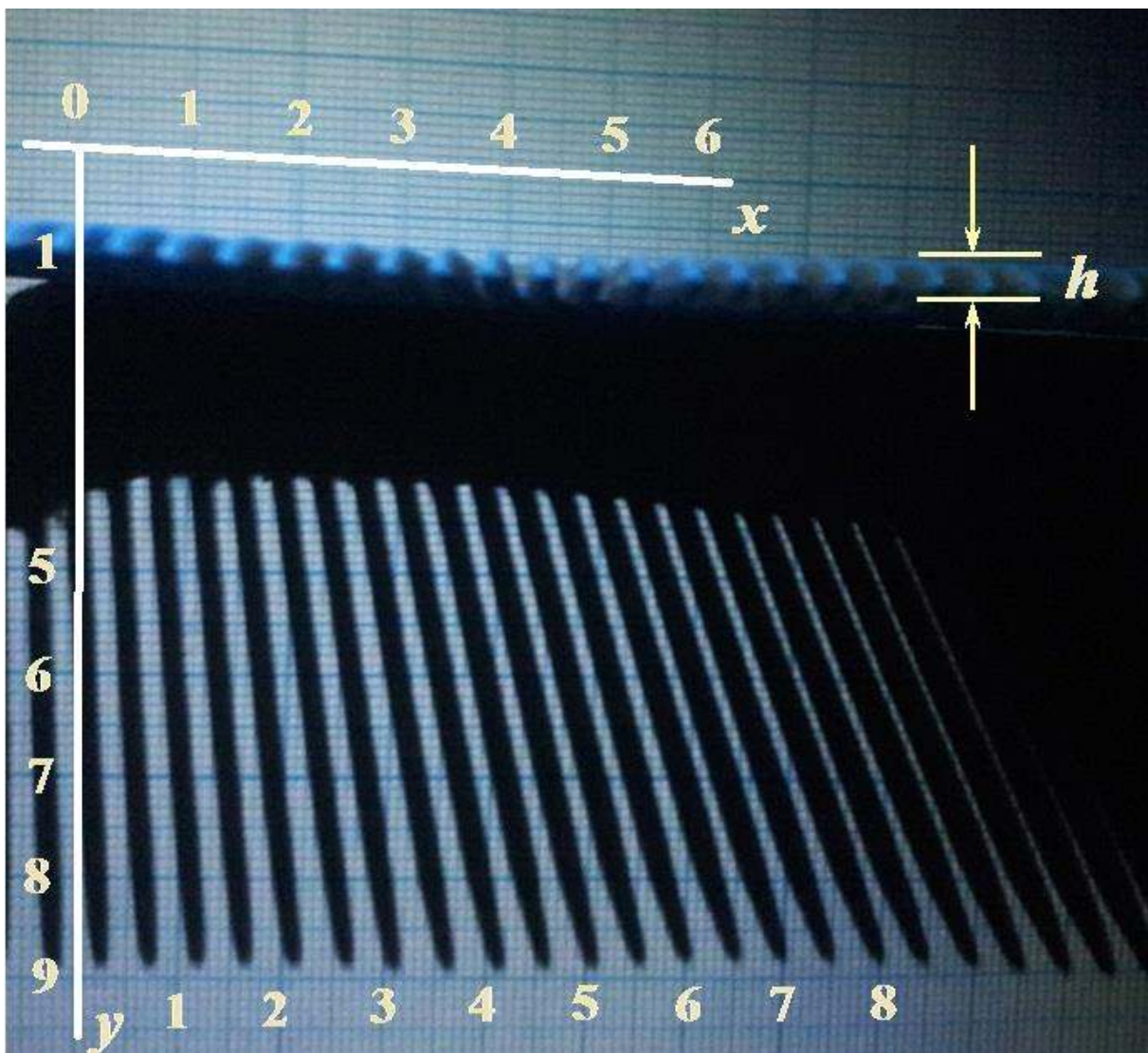
Рис. 1. Геометрия эксперимента.

Используя приведенную фотографию, определите координаты x_0 , y_0 источника света, а также его высоту над поверхностью бумаги H .

Постарайтесь провести такую обработку, чтобы точность определения координат источника и его высоты была максимально возможной.

Бланк к задаче 9.1 Тени от расчески.

Не забудьте вложить его в свою работу!



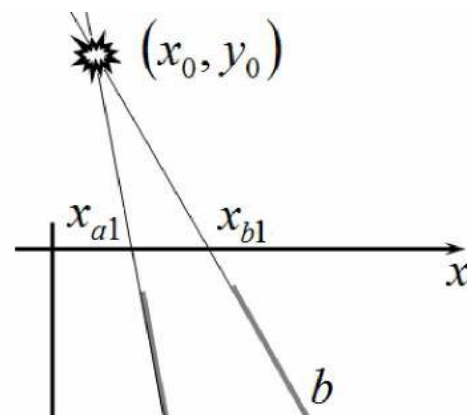
7

Решение

Задание 9-3. Тень от расчески.

Нарисуем схему установки (вид сверху).

Здесь a, b - тени от двух произвольных зубцов расчески. Из рисунка следует, что прямые, на которых лежат эти тени, пересекаются в источнике (точнее в точке проекции источника на плоскость фотографии). На приведенной фотографии надо выбрать две тени от различных зубцов, провести через них прямые и найти координаты точки их пересечения (x_0, y_0) . Для повышения точности следует вы-



бирать прямые, далеко отстоящие друг от друга. Если же выбрать две близкие (почти параллельные прямые), то определение точки их пересечения сопряжено с большими ошибками. Решить эту задачу можно различными способами: посредством геометрических построений, алгебраически и т.д. Мы кратко изложим формальный метод, основанный на простейших понятиях аналитической геометрии. На каждой из выбранных прямых выбираем две точки (также желательно расположенных на большом расстоянии друг от друга), снимаем их координаты, записываем уравнение прямой. На рисунке показаны выбранные прямые и указаны точки, координаты которых определялись по рисунку

С помощью фотографии можно определить координаты двух произвольных точек, лежащих на линиях теней. В таблице приведены координаты этих точек.

Точка	x, см	y, см
a1	0,4	0,0
a2	1,1	9,0
b1	5,1	0,0
b2	8,3	9,0

Коэффициенты уравнения $y = ax + b$ прямой линии, проходящей через две точки с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) Рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} a &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ b &= y_2 - ax_2 \end{aligned} \quad (1)$$

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

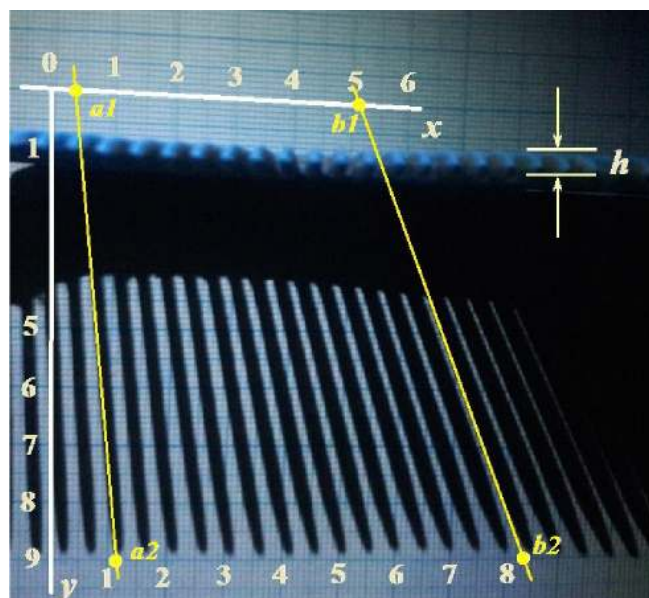
Расчет по приведенным координатам выбранных точек дал следующие уравнения прямых

$$\begin{cases} y = 12,9x - 5,1 \\ y = 2,8x - 14,3 \end{cases} \quad (2)$$

Решение этой системы уравнений дает координаты источника

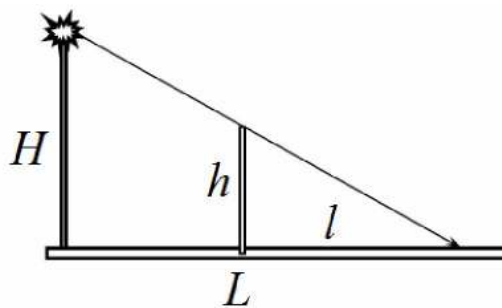
$$x_0 = -0,91 \text{ см}$$

$$y_0 = -16,9 \text{ см} \quad (3)$$



Теперь построим схему расположения объектов в вертикальной плоскости, содержащей источник света и один из зубцов. На этом рисунке l - расстояние от зубца до конца его тени, L - горизонтальное расстояние от источника до конца тени. Из рисунка следует, что справедлива пропорция:

$$\frac{H}{h} = \frac{L}{l}. \quad (4)$$



Но отношение указанных расстояний равно отношению изменения координат (лучше взять координаты y - они измеряются точнее). Тогда из выражения (5) находим:

$$H = h \frac{y_1 - y_0}{y_2 - y_0} \quad (5)$$

Здесь $y_1 = 9,0$ координаты концов теней, $y_1 = 1,0$ - координаты расположения расчески, $y_0 = -16,9$ - найденная координата источника. Подстановка этих численных значений в выражение (6) дает высоту, на которой находился источник

$$H = 6,5 \text{ см} \quad (6)$$

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

Решения задач. 10 класс