

2. Почему линии электропередач высоковольтные? Часть 1. Элементарное введение

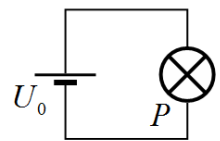
Условие

Задача 9.2. Почему линии электропередач высоковольтные?

Часть 1. Элементарное введение.

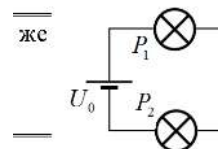
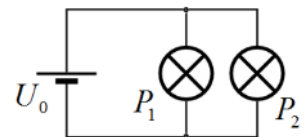
Мощность любого электроприбора зависит от подаваемого напряжения. Поэтому каждый такой прибор рассчитывается на определенное напряжение U_0 , при котором работа прибора является оптимальной. Такое напряжение называется **номинальным**, а развиваемая при этом напряжении мощность называется **номинальной мощностью**. Именно эти характеристики указываются в паспорте прибора.

В данной задаче используются следующие приближения: - напряжение источника постоянно и не зависит от сопротивления подключенной к нему цепи; - сопротивления проводов и электрических приборов (нагрузки) постоянны и не зависят от силы протекающих токов;



1.1 Номинальная мощность электрической лампочки равна $P = 100$ Вт, при номинальном напряжении $U_0 = 220$ В. Чему равно электрическое сопротивление этой лампочки?

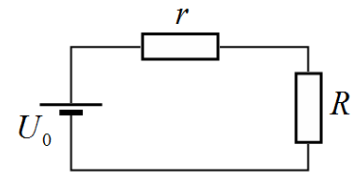
1.2 Две лампочки с номинальными мощностями (при номинальном напряжении $U_0 = 220$ В) $P_1 = 100$ Вт и $P_2 = 60$ Вт соединены параллельно и подключены к источнику напряжения $U_0 = 220$ В. Чему равна суммарная мощность такой цепи?



1.3 Эти же лампочки соединили последовательно и подключили к тому же источнику. Чему равна суммарная мощность в этой цепи?

Часть 2. Линия электропередачи.

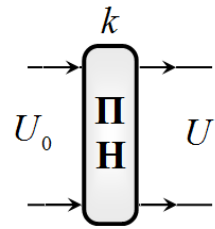
При передаче электроэнергии заметная ее часть теряется в проводах. Рассмотрим простейшую схему линии передач, состоящую из источника постоянного напряжения U_0 , проводной линии передачи (ее общее сопротивление равно r) и полезной нагрузки сопротивлением R .



2.1 Найдите электрическое напряжение на полезной нагрузке. 2.2 Рассчитайте коэффициент потерь линии электропередачи (отношение мощности, которая теряется в проводах к мощности, развиваемой источником). 2.3 Пусть электроэнергия передается от источника напряжения $U_0 = 220$ В на расстояние 5,0 км по медным проводам с диаметром поперечного сечения $d = 1,0$ мм. Номинальная мощность нагрузки потребителя $P_{\text{ном}} = 1,0$ кВт. Рассчитайте реальную мощность, получаемую потребителем, и коэффициент потерь в этой цепи. Удельное электрическое сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м

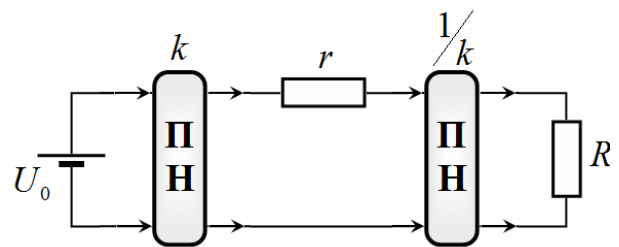
Часть 3. Линия с преобразованием напряжения.

Для уменьшения потерь электроэнергии увеличивают напряжение в подводящих проводах. В настоящее время вся электроэнергетика построена на основе переменного тока, основное достоинство которого и заключается в возможности достаточно просто преобразовывать напряжение с помощью трансформаторов. Изучение трансформаторов не входит в наши планы, поэтому мы воспользуемся простой моделью. Будем считать, что в нашем распоряжении имеется ПН (преобразователь напряжения) – устройство, преобразующее напряжение U_0 на входе в напряжение $U = kU_0$ на выходе без потери мощности тока. Коэффициент k называется коэффициентом трансформации.



Тогда схема линии электропередач включает следующие элементы:

Электрический ток, создаваемый источником напряжения U_0 (по-прежнему, считаем его идеальным, т.е. напряжение на источнике не зависит от сопротивления внешней среды) подается на повышающий преобразователь напряжения с коэффициентом трансформации k ; это повышенное напряжение подается на линию передачи (сопротивление которой равно r);



после линии передачи устанавливается понижающий преобразователь напряжения с коэффициентом трансформации $\frac{1}{k}$ (подавать высокое напряжение непосредственно потребителю нельзя по причинам безопасности); после этого ток при пониженном напряжении поступает потребителю (сопротивление нагрузки которого обозначаем R).

3.1 Найдите напряжение на нагрузке и силу тока через него в такой схеме линии электропередачи. 3.2 Какую замену в параметрах цепи можно провести, чтобы воспользоваться формулами, полученными в Части 2? 3.3 Рассчитайте коэффициент потерь в этой линии электропередачи. 3.4 Рассчитайте значение коэффициента потерь в цепи с преобразованием напряжения (при $k = 1000$) и значениями сопротивлений линии и нагрузки, рассчитанными в п. 2.3.

Решение

Задача 9.2. Почему линии электропередач высоковольтные?

Часть 1. Элементарное введение.

1.1 Мощность электрического тока рассчитывается по формуле

$$P = \frac{U_0^2}{R}, \quad (1)$$

Откуда следует, что сопротивление лампочки равно

$$R = \frac{U_0^2}{P} = 484 \text{ Ом}, \quad (2)$$

1.2 Так как напряжения на обеих лампочках номинальное, то они работают в номинальном режиме, поэтому суммарная мощность просто равна сумме мощностей:

$$P_\Sigma = P_1 + P_2 = 160 \text{ Вт}. \quad (3)$$

1.3 При последовательном соединении лампочек сила тока через них одинакова, поэтому суммарную мощность удобнее представить в виде

$$P_\Sigma = I^2 R_1 + I^2 R_2 = I^2 (R_1 + R_2). \quad (4)$$

Сопротивления лампочек выразим через их номинальные мощности с помощью формулы (2):

$$P_\Sigma = I^2 (R_1 + R_2) = I^2 \left(\frac{U_0^2}{P_1} + \frac{U_0^2}{P_2} \right) = I^2 U_0^2 \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right). \quad (5)$$

Учитывая, что произведение силы тока на напряжение источника равно суммарной мощности в цепи $IU_0 = P_\Sigma$, получим красивое выражение для мощностей

$$\frac{1}{P_\Sigma} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2}, \quad (6)$$

Из которого находим суммарную мощность

$$P_{\Sigma} = \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2} = 37,5 \text{ Вт.} \quad (7)$$

Часть 2. Линия электропередачи.

2.1 Напряжение на нагрузке в данном случае определяется по формуле

$$U = IR = \frac{U_0}{R + r} R. \quad (8)$$

2.2 Так как полезная нагрузка и провода соединены последовательно, то сила через все элементы цепи одинакова. Поэтому коэффициент потерь может быть найден по формуле

$$\eta_{\text{пот.}} = \frac{P_{\text{пот.}}}{P} = \frac{I^2 r}{I^2 (R + r)} = \frac{r}{R + r} \quad (9)$$

2.3 Рассчитаем сопротивление подводящих проводов (не забудьте, что их два):

$$r = \rho \frac{8L}{\pi d^2} = 216 \text{ Ом.} \quad (10)$$

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

И сопротивление нагрузки

$$R = \frac{U_0^2}{P} = 48,4 \text{ Ом.} \quad (11)$$

Напряжение на нагрузке рассчитывается по формуле (8)

$$U = \frac{U_0}{R + r} R = 40 \text{ В.} \quad (12)$$

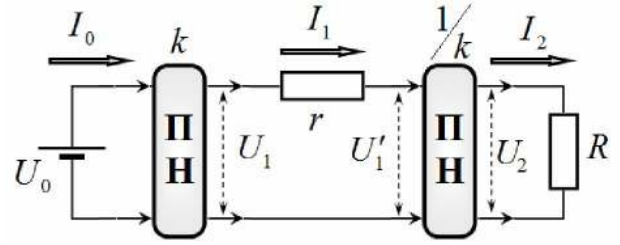
А коэффициент потерь по формуле (9)

$$\eta_{\text{пот.}} = \frac{r}{R + r} = 0,82 = 82\% \quad (13)$$

Таким образом, оказывается, что при передаче электроэнергии всего на 5 км напряжение падает более, чем в 5 раз и при этом более 80% энергии теряется в проводах!

Часть 3. Линия с преобразованием напряжения.

3.1 Для расчета параметров цепи введем обозначения сил токов и напряжений, показанные на рисунке. Расчет удобнее начинать от потребителя. Пусть напряжение на нагрузке равно U_2 . Сила тока через нагрузку определяется законом Ома



$$I_2 = \frac{U_2}{R}. \quad (14)$$

Тогда, мощность, потребляемая полезной нагрузкой, равна

$$P = \frac{U_2^2}{R} \quad (15)$$

Напряжение на входе второго понижающего преобразователя равно

$$U'_1 = kU_2, \quad (16)$$

Сила тока в линии электропередачи находится из условия постоянства мощности

$$U_2 I_2 = U'_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_2^2}{R \cdot kU_2} = \frac{U_2}{kR}. \quad (17)$$

Напряжение на выходе первого повышающего преобразователя можно найти из выражения:

$$U_1 = I_1 r + U'_1 = \frac{U_2}{kR} r + kU_2 = kU_2 \left(1 + \frac{r}{k^2 R} \right) \quad (18)$$

С другой стороны, это же напряжения можно выразить через напряжение источника

$$U_1 = kU_0. \quad (19)$$

Из двух последних выражений следует

$$kU_2 \left(1 + \frac{r}{k^2 R} \right) = kU_0 \Rightarrow U_2 = \frac{U_0}{1 + \frac{r}{k^2 R}} = U_0 \frac{R}{R + \frac{r}{k^2}}. \quad (20)$$

Теперь можно записать и формулу для силы тока через нагрузку

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{U_0}{R + \frac{r}{k^2}}. \quad (21)$$

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.

3.2 Из полученных формул для напряжения и силы тока (20)-(21) следует, что повышение напряжения в линии передачи в k раз формально равносильно понижению сопротивления линии в k^2 раз.

3.3 Для расчета коэффициента потерь можно воспользоваться формулой (13) с соответствующим изменением сопротивления проводов:

$$\eta'_{\text{пот.}} = \frac{r}{k^2 R + r} = 4,5 \cdot 10^{-6} \quad (22)$$

Таким образом, при повышении напряжения в 1000 раз потери энергии уменьшаются почти в 200 тысяч раз!!!

IX класс. Теоретический тур. Вариант 1.