

-1. Изгиб поверхности

Условие

Задание 10-1. Изгиб поверхности

Оборудование: дощечка (длина 40 – 60см), монета 1коп., мерная лента, линейка (30 – 40см), транспортер, штатив, скотч тонкий, ножницы, полоски бумаги (ватман).

Соберите самостоятельно установку для проведения измерений по приведенной Инструкции.

В тексте условия используются обозначения, приведенные на рисунке 1.

Рисунок 1.



Часть 1. Измерения коэффициента трения.

1.1 Определите угол наклона плоскости α_0 , при котором монета начинает скользить по бумаге. 1.2 Определите коэффициент трения μ_1 монеты о бумагу. 1.3 Определите погрешности измерения коэффициента трения.

Часть 2. Скольжение монеты

Описание движения тела по наклонной плоскости хорошо известно. Если поверхность, по которой скользит тело, не является плоской (изогнута), то на таких участках сила нормальной реакции не равна нормальной составляющей силы тяжести из-за наличия центростремительных ускорений. Это приводит к дополнительным потерям механической энергии движущегося тела.

Изучение этих дополнительных потерь, обусловленных движением по искривленному участку при переходе от наклонной к горизонтальной плоскостям, является одной из главных целей данной работы.

2.1.1 (Теория) Рассчитайте зависимость полного горизонтального смещения монеты L от начальной высоты h : $L(h)$, пренебрегая дополнительными потерями механической энергии монеты при ее скольжении по участку изгиба. 2.1.2 Укажите, изменяется ли полученная зависимость при изменении угла наклона плоскости.

2.2.1 Проведите измерения зависимости горизонтального смещения монеты от ее начальной высоты $L(h)$ При некотором значении угла наклонной плоскости α , Укажите значения угла, при котором вы проводили измерения. 2.2.2 Постройте график полученной зависимости. 2.2.3 Аппроксимируйте полученную зависимость линейной функцией. Рассчитайте параметры этой линейной зависимости. Оцените их погрешности. 2.2.4 Используя полученную зависимость, найдите значение коэффициента трения монеты о бумагу.

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 2

2.2.5 Укажите, подтверждают ли результаты измерений теоретическую формулу, полученную вами в п. 2.2. Также укажите, совпадают ли значения коэффициентов трения полученные в этой части и ранее в Части 1.

На результаты измерений оказывают влияние многие случайные факторы. Поэтому при фиксированных условия проводите измерения смещения L несколько раз и усредняйте их.

Далее вам необходимо приблизительно учесть дополнительные потери механической энергии, возникающие при движении по искривленному участку траектории. Не стремитесь получить точное решение данной задачи, оно очень сложной. Достаточно провести приближенные расчеты (оценки) и установить вид зависимости дополнительных потерь от начальной высоты монеты.

2.3.1 (Теория) Оцените дополнительные потери механической энергии монеты, возникающие при движении по искривленному участку. Приблизенно этот участок можно считать дугой окружности. 2.3.2 .Определите, как влияют эти дополнительные потери на вид зависимости $L(h)$, а также на параметры ее линейной аппроксимации (приближения). 2.3.3 Укажите, при каких значениях угла наклона α дополнительные потери энергии становятся пренебрежимо малыми.

2.4.1 Проведите измерения зависимости $L(h)$ при нескольких значения угла наклона плоскости α . Постройте графики зависимостей $L(h)$ при различных значениях α . 2.4.2 Считая, что полученные зависимости являются линейными, рассчитайте коэффициенты их наклона. (погрешности в данной части рассчитывать не требуется). 2.4.3. Используя полученные данные, оцените к какому значению стремятся коэффициенты наклона графиков при α , стремящемся к нулю. 2.4.4 Используя все полученные данные, оцените по ним значения коэффициента трения и сравните его со значением, найденным в Части 1.

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 3

Инструкция к экспериментальной установке для задачи «Изгиб поверхности»

Бумажные полосы изготавливаются организаторами олимпиады из листа ватмана (формат A1)



Рисунок 1

Важно!!!, Скотч не должен быть наклеен поперек по ширине всей полосы. Обязательно после изготовления первой полосы проверьте, как будет скользить по ней монета.

Полосы не должны быть измяты или волнисты (рис. 2)

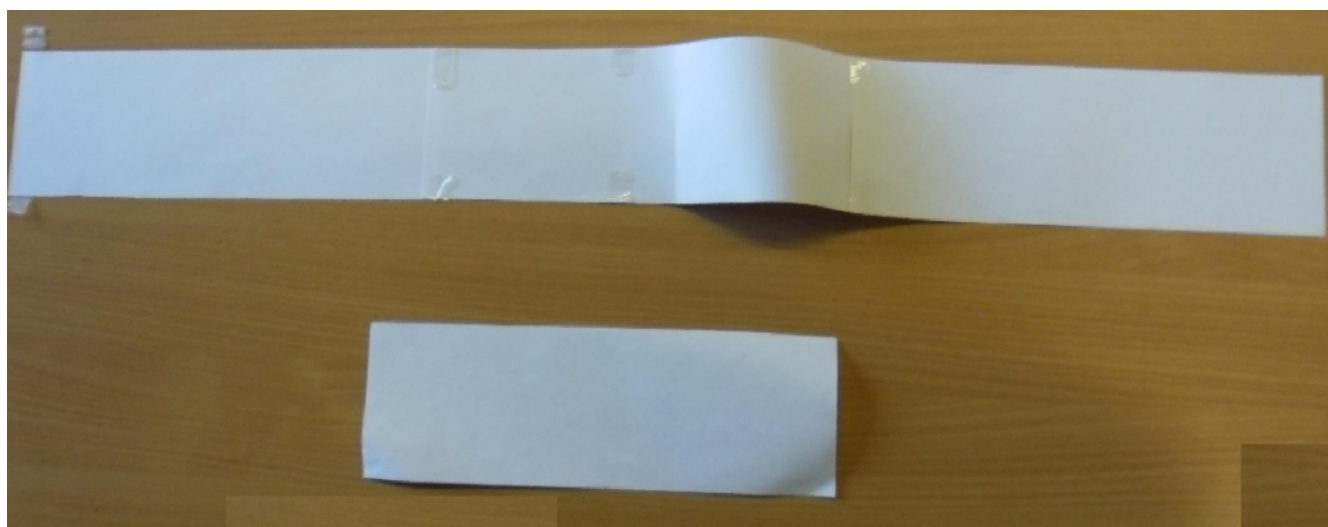


Рисунок 2. Таких полос не должно быть!!!

Прикрепите бумажную полосу скотчем на дощечку как показано на рисунке 3. Скотч должен крепить бумажную полосу только у боковых сторон дощечки на ширину не более 1,0см. Скотч не должен быть наклеен поперек по ширине всей полосы, это будет препятствовать движению монеты. Так же бумажную полосу нужно прикрепить у нижнего края наклонной плоскости с обеих сторон

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 4

дощечки на расстоянии 3,0 см от нижнего края. Это необходимо для того, чтобы результат исследования получился таким, как задумано авторами задачи.

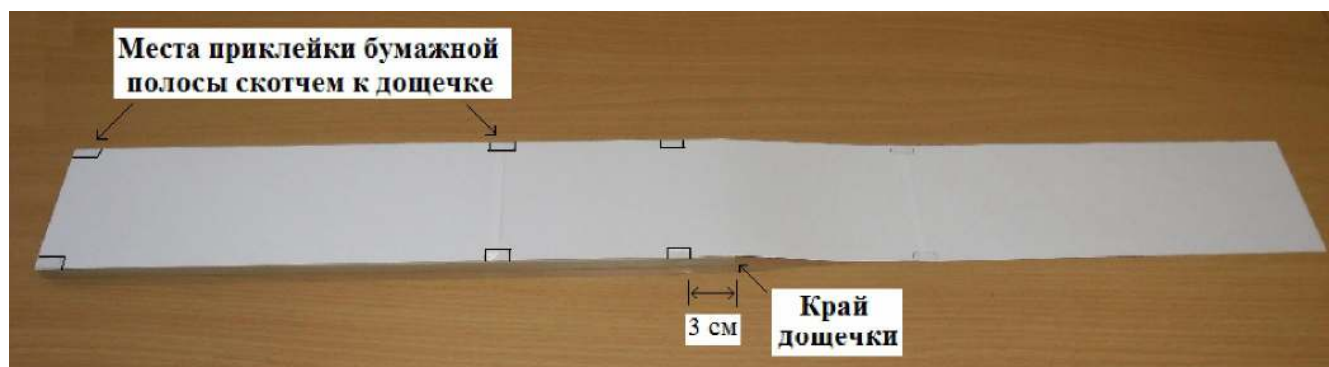


Рисунок 3

Далее закрепите дощечку в лапке штатива как показано на рисунке 4.



Рисунок 4

Важно!!! Часть бумажной полосы, лежащей на столе скотчем не закреплять!

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1 5

Решение

Задание 10-1. Изгиб поверхности

Часть 1. Измерения коэффициента трения.

Плавно увеличивая угол наклона плоскости следует засечь угол. При котором начинается скольжение монеты. Тангенс угла наклона этого угла и равен коэффициенту трения монеты о бумагу. В результате проведенных экспериментов получено значение:

$$\mu_1 = 0,19$$

С относительной погрешностью порядка 5%

Часть 2. Скольжение монеты

2.1. Элементарное рассмотрение задачи о движении тела по наклонной плоскости приводит к известному результату: горизонтальное смещение монеты L в данной установке (с горизонтальным участком) связано с начальной высотой h простым соотношением

$$\mu L = h \Rightarrow h = \frac{L}{\mu}. \quad (1)$$

Этот результат не зависит от угла наклона доски.

2.2 Результаты измерений представлены в таблице 1.

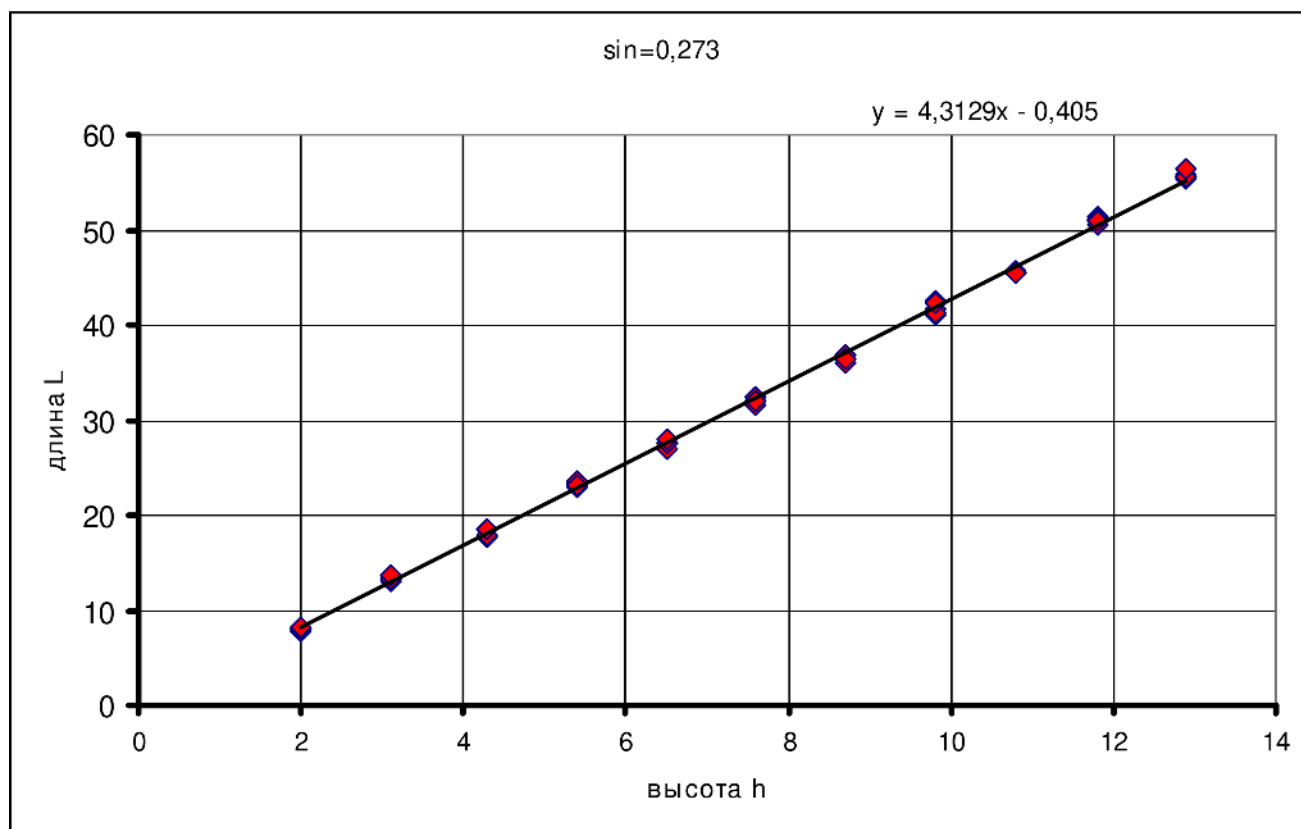
Таблица 1.

В данном эксп. синус угла наклона плоскости	0,273					
L1, см	L2	L3	L4	L5	L, см	h, см
7,7	7,9	8,1	8,0	8,3	8,0	2,0
13,0	13,5	13,2	13,7	13,6	13,4	3,1
17,7	18,0	18,5	18,5	18,5	18,2	4,3
23,0	23,3	23,4	23,6	23,2	23,3	5,4
27,5	26,9	27,5	27,6	27,9	27,5	6,5
31,6	32,4	32,5	32,0	32,0	32,1	7,6
36,0	36,9	36,5	36,9	36,5	36,6	8,7
41,7	41,1	42,5	41,2	42,4	41,8	9,8
45,6	45,5	45,5	45,4	45,5	45,5	10,8
51,4	50,5	51,0	51,2	50,9	51,0	11,8
55,7	55,6	55,4	55,5	56,4	55,7	12,9

В Таблице приведены значения 5 результатов измерений горизонтального смещения при одном значении высоты доски и среднее значение этого смещения.

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1. 1

График полученной зависимости $L(h)$ показан на рисунке.



Полученная зависимость линейная $L = ah + b$. Параметры этой зависимости, рассчитанные по МНК, равны

$$\begin{aligned} a &= 4,31 \pm 0,04 \\ b &= -0,4 \pm 0,3 \end{aligned} \quad (2)$$

Значение коэффициента трения, полученное с учетом соотношения (1), по этим данным равно

$$\mu = \frac{1}{a} = (0,238 \pm 0,002)$$

Основной вывод из полученных результатов: экспериментальная зависимость линейна (и даже можно считать пропорциональная), что качественно подтверждает теоретическую зависимость. Однако, полученное значение коэффициента трения заметно (статистически значимо) превышает значение, измеренное прямым методом. Это превышение не может быть объяснено различием между статическим и динамическим коэффициентом трения – отклонение в противоположную сторону. Таким, образом, нельзя признать, что эксперимент подтверждает теоретическую модель.

2.3 Понятно, что в данном эксперименте заметное влияние оказывают дополнительные потери энергии, обусловленные кривизной участка перехода от наклонной плоскости к горизонтальной поверхности. Для проведения оценки этих потерь можно приближенно считать, что изменение скорости на этом участке мало, поэтому оценка дополнительных потерь имеет вид:

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1. 2

$$\Delta E = \frac{mv^2}{R} \cdot R\alpha = \alpha mv^2 \quad (3)$$

Скорость движения может быть найдена из закона сохранения энергии при движении по наклонной плоскости:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh - \frac{\mu mgh}{\cos \alpha} \quad (4)$$

Из этих соотношений следует, что эти дополнительные потери приводят не только к сдвигу зависимости $L(h)$, но и к изменению угла наклона этой зависимости при изменении угла α . Установление точного вида зависимости коэффициента наклона графика от угла α достаточно сложная задача. Однако, как следует из формулы (3) влияние дополнительных потерь нивелируется при $\alpha \rightarrow 0$. Таким образом, необходимо провести измерения зависимости $L(h)$ при других углах наклона.

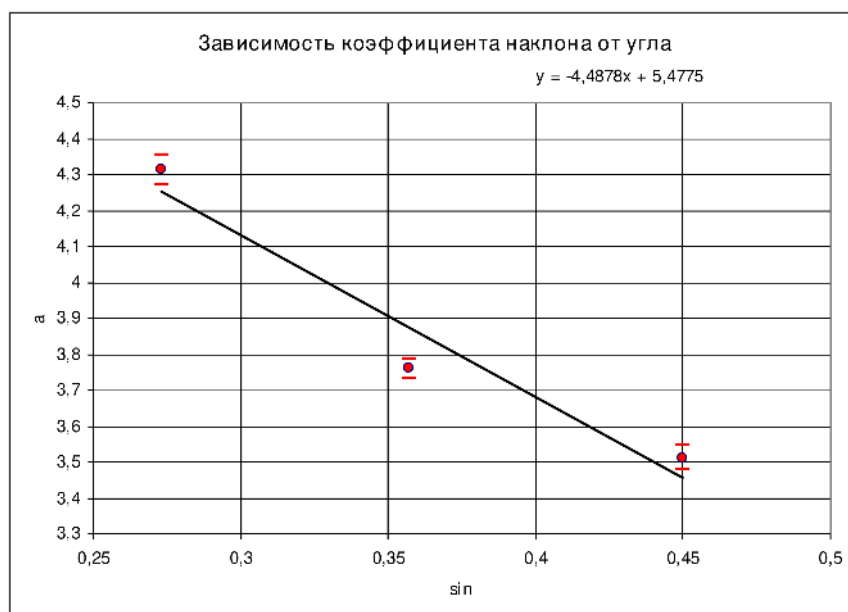
X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1. 3

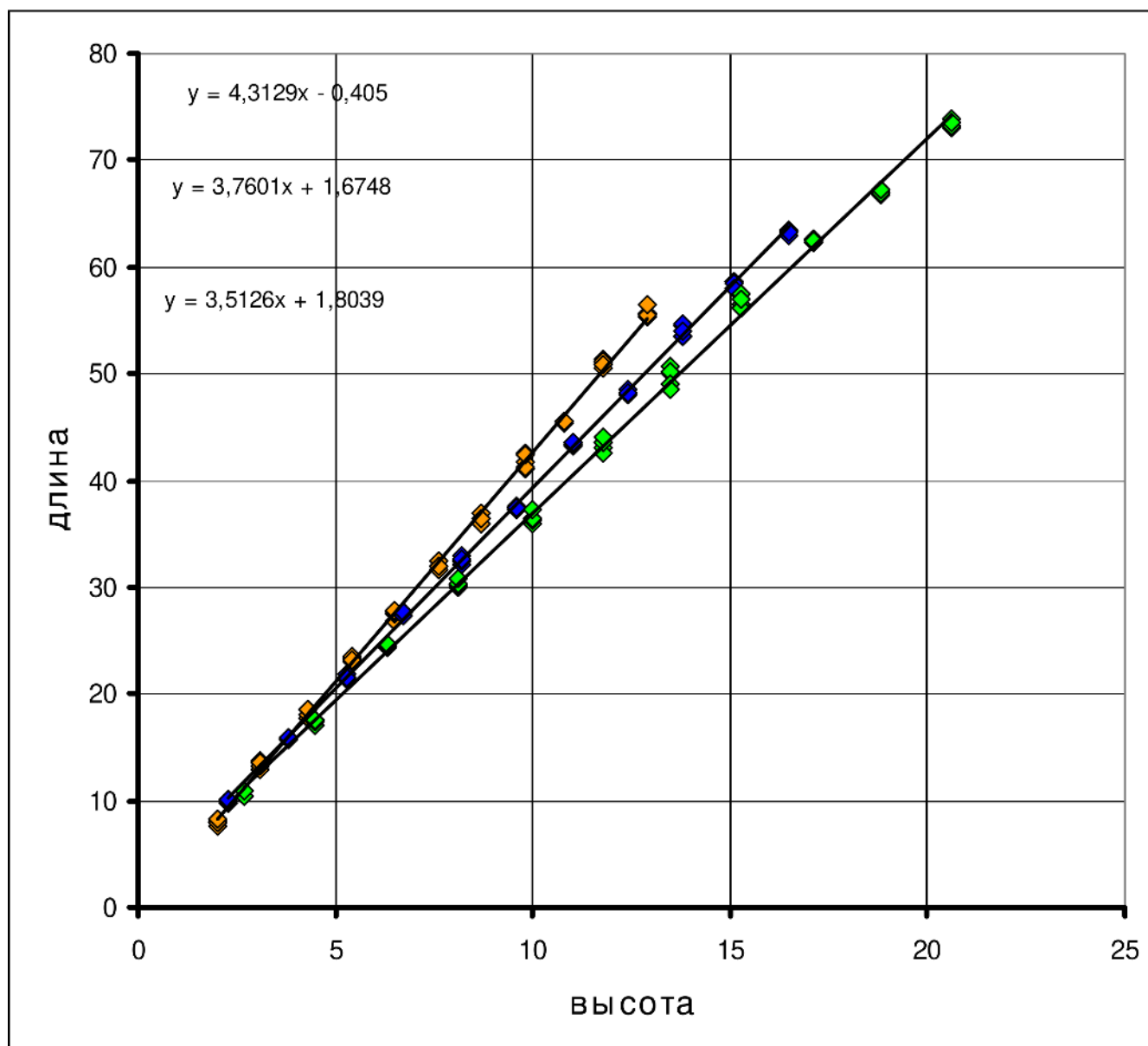
Результаты этих измерений приведены в следующих таблицах.

	Эксперимент 2					
В данном эксп. синус угла наклона плоскости					0,357	
L1, см	L2	L3	L4	L5	L, см	h, см
9,7	10,0	10,0	10,1	10,1	10,0	2,3
15,7	15,8	15,7	15,9	15,9	15,8	3,8
21,4	21,4	21,8	21,6	21,5	21,5	5,3
27,6	27,6	27,6	27,4	27,7	27,6	6,7
32,2	32,9	32,4	32,5	32,6	32,5	8,2
37,6	37,5	37,2	37,3	37,5	37,4	9,6
43,5	43,2	43,4	43,5	43,6	43,4	11
48,2	48,5	48,0	48,2	48,2	48,2	12,4
53,5	53,5	54,5	54,6	54,0	54,0	13,8
58,6	58,7	58,0	58,4	58,0	58,3	15,1
62,9	63,4	63,2	63,4	63,3	63,2	16,5
	Эксперимент 3					
В данном эксп. синус угла наклона плоскости					0,450	
L1, см	L2	L3	L4	L5	L, см	h, см
10,4	10,5	10,5	11,0	10,9	10,7	2,7
17,1	17,4	17,5	17,5	17,6	17,4	4,5
24,4	24,5	24,5	24,5	24,6	24,5	6,3
29,9	30,2	30,2	30,3	30,8	30,3	8,1
36,0	36,2	36,5	36,5	37,2	36,5	10
43,1	42,6	43,5	43,5	44,0	43,3	11,8
50,1	50,7	50,2	49,0	48,5	49,7	13,5
56,5	56,2	57,5	56,2	57,0	56,7	15,3
62,3	62,4	62,6	62,6	62,5	62,5	17,1
66,9	66,8	67,0	66,9	67,2	67,0	18,8
73,0	73,8	73,2	73,5	73,6	73,4	20,6

На следующем рисунке приведены построенные на одном бланке эти зависимости.

X класс. Экспериментальный тур. Вариант 1. 4





Теперь построим график зависимости коэффициента наклона от синуса угла наклона плоскости. Если аппроксимировать эту зависимость линейной функцией и найти ее значение при $\alpha = 0$, то получим значение «нулевого» коэффициента наклона $a = 5,4$

Что соответствует коэффициенту трения, равному $\mu = 0,18$.

Что хорошо совпадает с результатами прямых измерений.

Х класс. Экспериментальный тур. Вариант 1. 5