

Формула Торричелли

Условие

Задача 9-3. «Формула Торричелли»



В учебнике физики для 7 класса в параграфе, посвященном давлению, приведен рисунок, на котором показаны струи воды, вытекающие из отверстий в боковой стенке бутылки.

На отдельном бланке к данной задаче воспроизведен этот рисунок, к которому добавлена масштабная сетка. Разметка шкал проведена в сантиметрах.

В данной задаче вам необходимо проверить, правильно ли нарисован этот рисунок, а также рассмотреть некоторые вопросы, связанные с вытеканием жидкости из отверстия.

Еще в 1641 году итальянский ученый Эванжелиста Торричелли получил формулу для скорости жидкости, вытекающей из небольшого отверстия

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (1)$$

где h - расстояние от отверстия до уровня жидкости (глубина на которой находится отверстие), g - ускорение свободного падения. Считайте, что вектор скорости струи на выходе из отверстия направлен горизонтально.

При численных расчетах считайте, что $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Во всех задачах сопротивлением воздуха следует пренебречь.

Часть 1. Дальность полета струи.

Пусть бутылка стоит на подставке, расположенной на горизонтальном столе. Обозначим: h - высоту уровня воды в бутылке над уровнем стола; z - глубину, которой находится отверстие в боковой стенке; S - расстояние, на котором струя падает на стол.

1.1 Получите формулу для дальности полета струи S в зависимости от глубины, на котором находится отверстие z . Высоту уровня воды h считайте известной и постоянной.

1.2 Найдите, при какой глубине z дальность полета струи S будет максимальна. Чему равна эта максимальная дальность S_{max} ?

1.3 Используя рисунок из учебника (расположенный на отдельном бланке) рассчитайте каковы должны быть равны дальности всех струй. Результаты расчетов представьте в таблице 1.

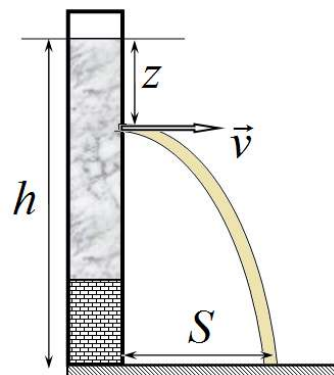


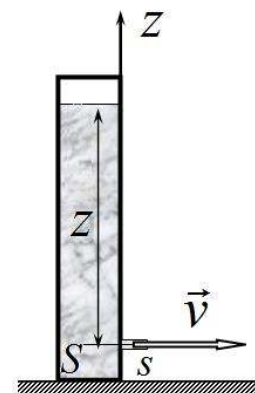
Таблица 1.

Номер струи k	Высота h_k (см)	Положение отверстия z_k (см)	Дальность струи S_k , (см)
1			
2			
3			

1.4 Получите уравнение траектории струи $y(x)$, где x , y - горизонтальная и вертикальная координаты точек струи. На свободном бланке правильно нарисуйте все струи.

Часть 2. Время вытекания.

В этой части задачи необходимо математически описать процесс вытекания воды из цилиндрического сосуда через малое отверстие в боковой стенке. Отношение площади отверстия s к площади поперечного сечения сосуда S обозначим $\eta = \frac{s}{S}$. Введем вертикальную ось z , направленную вверх, начало отсчета совместим с отверстием. Высота уровня воды в начальный момент времени равна h . Основной целью является расчет зависимости координаты верхнего уровня воды в сосуде от времени $z(t)$.

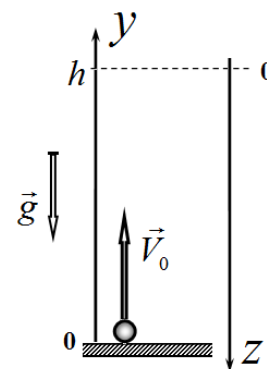


2.1 Качественное описание.

2.1.1 Укажите на рисунке направление векторов скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$ движения верхнего уровня воды. 2.1.2 Найдите зависимость проекции вектора скорости $\vec{V}$ на ось z от координаты $V_z(z)$. 2.1.3 Нарисуйте схематический график зависимости координаты уровня воды от времени $z(t)$.

2.2 Вспомогательная задача.

Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0 . Введем ось y , направленную вертикально вверх, начало отсчета совместим с точкой бросания.



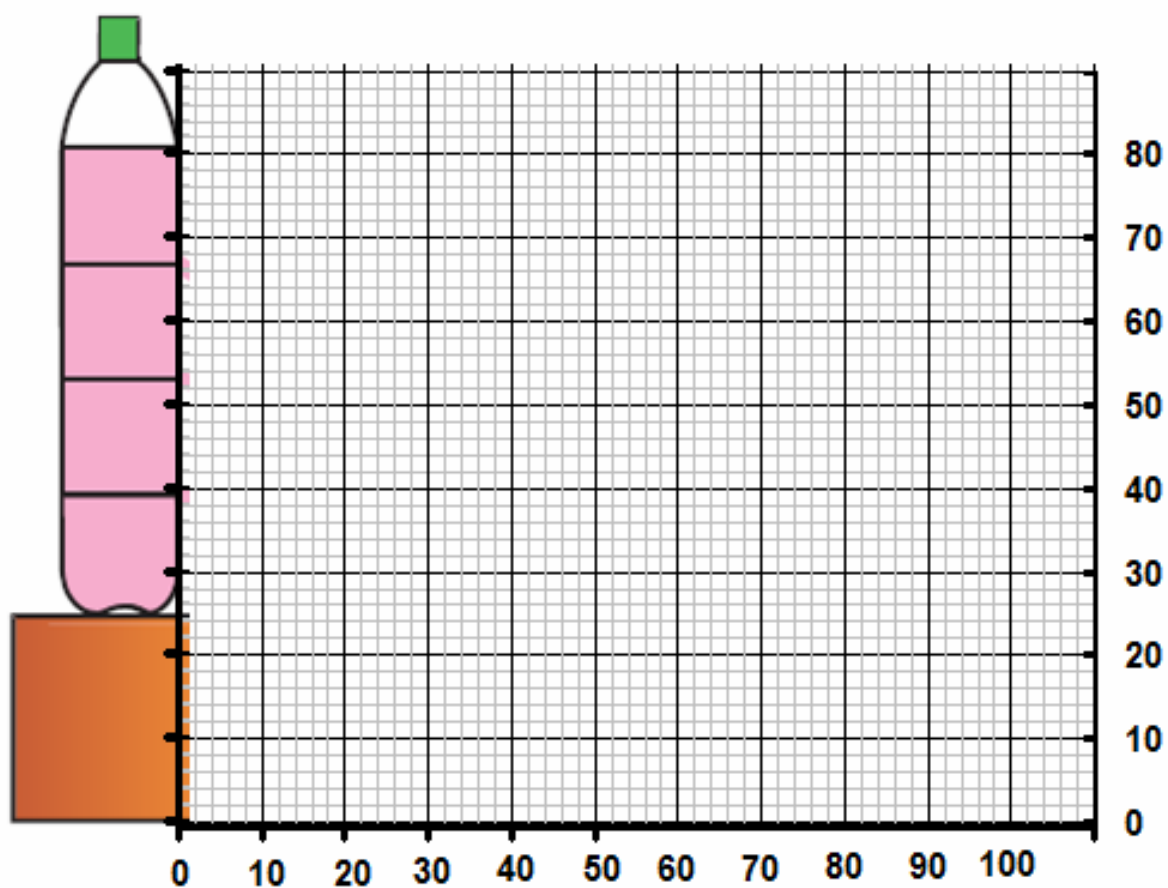
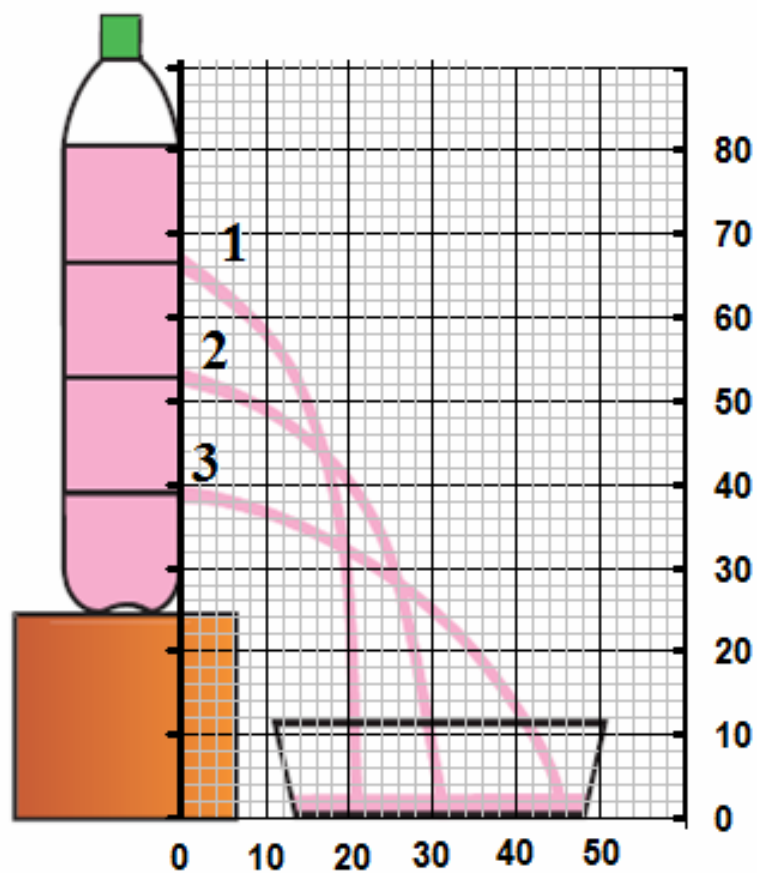
2.2.1 Запишите зависимость проекции скорости тела $V_y(t)$ на ось y и координаты брошенного тела $y(t)$ от времени. Постройте схематический график зависимости $y(t)$. 2.2.2 Найдите максимальную высоту подъема тела $h = z_{\max}$.

Теперь введем ось z , направленную вертикально вниз, начало отсчета, которой находится на высоте максимального подъема h .

2.2.3 Запишите зависимости проекции скорости тела $V_z(t)$ на ось z и координаты тела $z(t)$ от времени. 2.2.4 Найдите зависимость проекции скорости тела на ось z от его координаты $V_z(z)$.

2.3 Возвращение к вытеканию воды.

2.3.1 Запишите зависимость координаты уровня воды в цилиндрическом сосуде (см. п. 2.1) от времени $z(t)$. 2.3.2 Найдите время вытекания воды из сосуда τ . 2.3.3 Рассчитайте численное значение времени вытекания τ воды, если радиус круглого отверстия равен $r = 1,0$ мм, а радиус сосуда $R = 5,0$ см, начальная высота уровня воды равна $h = 20$ см.



Бланк к задаче 9-3