

Условие

Задача 9-2. «Единица измерения энергии – рубль!»

Несмотря на то, что в настоящее время существует международная система единиц СИ, достаточно часто для измерения различных физических величин используются внесистемные единицы. В данной задаче вы должны продемонстрировать свое умение использовать различные единицы, переходить от одних единиц к другим, сравнивать их между собой и т.д.

При решении задачи обращайтесь внимание на правильность округления полученных численных значений.

Часть 1. Шкала Фаренгейта.

В США до настоящего времени для измерения температуры используется шкала Фаренгейта, предложенная еще в 1724 году. С привычной для нас шкалой Цельсия шкала Фаренгейта связана линейной зависимостью и следующими точными соотношениями:

- нулю градусов Цельсия ($t^{\circ}C = 0,0^{\circ}$) соответствует 32 градуса Фаренгейта ($t^{\circ}F$); - ста градусам Цельсия ($t^{\circ}C = 100^{\circ}$) соответствуют 212 градусов Фаренгейта.

1.1 Получите точные формулы, позволяющие переводить значения температуры в градусах Фаренгейта в градусы Цельсия и, наоборот, из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия.

1.2 Чему равна нормальная температура человеческого тела ($36,6^{\circ}C$) в шкале Кельвина?

1.3 Чему равны значения температур $0,0^{\circ}F$ и $100^{\circ}F$ в градусах Цельсия.

Часть 2. В каких единицах измерял работу Дж. Джоуль?

Вы знаете, что количество теплоты и механическая работа могут измеряться в единицах энергии, потому что они являются двумя способами изменения энергии. Однако, до середины 19 века глубокая связь между теплотой и работой не была известна. Поэтому для измерения количества теплоты была введена особая единица – калория, которая определялась, как количество теплоты, которое требуется для нагревания 1 грамма воды на 1 градус Цельсия.

В 1847-1850 года английский ученый Джеймс Прескотт Джоуль провел серию точнейших экспериментов по измерению, так называемого, механического эквивалента теплоты. Он установил количественное соотношение между единицей теплоты (калорией) и единицей механической работы. В качестве единицы работы Дж. П. Джоуль использовал «фут-фунт» - работу, которую необходимо совершить, чтобы поднять один фунт на высоту в один фут.

Справка: 1 английский фут – единица длины, равная 0,3048 м; 1 английский фунт – единица массы, равная 453,6 г;

Ускорение свободного падения считать равным $g = 9,811 \frac{M}{c^2}$.

2.1 Чему равна работа в 1 футо-фунт в Джоулях?

По результатам своих измерений Дж. Джоуль сделал основной вывод (считайте числа приведенные здесь точными):

Количество теплоты, которое в состоянии нагреть 1 фунт воды на 1 градус по Фаренгейту, равно и может быть превращено в механическую энергию, которая в состоянии поднять 772,7 фунта на высоту в 1 фут.

2.2 Определите по данным Дж. Джоуля, чему равна 1 калория в Джоулях.

Часть 3. Измерение энергии в рублях.

В данной части численные данные округляйте до двух значащих цифр.

В Республике Беларусь электроэнергию принято рассчитывать в киловатт-часах (кВт-час), а тепловую энергию в Гигакалориях (Гкал, $1 \text{ Гкал} = 10^9 \text{ кал}$). С 1 июня 2019 года стоимость 1 кВт-час электроэнергии равна 15 копеек, а стоимость 1 Гкал – 18,5 рублей.

3.1 Рассчитайте, чему равна энергия в 1 кВт-час в джоулях. Сколько стоит 1 Дж по тарифам за электроэнергию?

3.2 Рассчитайте, чему равна энергия в 1 Гкал в джоулях. Сколько стоит 1 Дж по тарифам за тепловую энергию?

3.3 Массу какого груза надо поднять на высоту 10 м (примерно третий этаж), чтобы совершить работу в 1 кВт-час (и заработать 15 копеек)?

3.4 Согласно инструкции поставщики тепловой энергии для расчета потребленной тепловой энергии применяют формулу

$$Q = AV\Delta t^{\circ} \quad (1)$$

Где Q - количество потребленной тепловой энергии в Гкал, V - объем использованной горячей воды в кубических метрах (м^3), Δt° - разность температур, на которую нагревают воду, A - численный коэффициент. Рассчитайте численное значение этого коэффициента.

3.5 Рассчитайте стоимость теплоты, необходимой для приема горячей ванны. Считайте, что объем ванны равен 200 литров, воду подогревают от 15°C до 40°C . Напоминаем: масса одного литра воды – один килограмм.

Решение

****Задача 9-2. Единица измерения энергии – рубль!**

Часть 1. Шкала Фаренгейта.

1.1 Так как связь линейна, то формулы, связывающие эти шкалы, должны быть линейными. В задаче требуется получить точные формулы, поэтому коэффициенты в этих формулах

должны быть точными. Заметим, что изменению температуры на 100 градусов Цельсия соответствует изменение на 180 градусов Фаренгейта, т.е.

$$100^{\circ}C = 180^{\circ}F \quad (1)$$

или $\frac{1^{\circ}C}{1^{\circ}F} = \frac{9}{5}$. Кроме того, нули шкал сдвинуты. Так $t^{\circ}C = 0,0^{\circ}$ соответствует $32^{\circ}F$, что свидетельствует о том, что шкала Фаренгейта сдвинута на $32^{\circ}F$. Поэтому формула, связывающая шкалу Цельсия со шкалой Фаренгейта, имеет вид

$$t^{\circ}F = \frac{9}{5}t^{\circ}C + 32^{\circ}F \quad (2)$$

Для проверки полученного соотношения можно воспользоваться второй опорной точкой: рассчитаем по полученной формуле значение температуры $100^{\circ}C$ по шкале Фаренгейта

$$\frac{9}{5} \cdot 100^{\circ}C + 32^{\circ}F = 212^{\circ}F.$$

Из формулы (2) легко получить формулу для обратного перехода

$$t^{\circ}C = \frac{5}{9}(t^{\circ}F - 32^{\circ}F) \quad (3)$$

Отметим, что записи этих же формул, с использованием десятичных дробей, не будут точными.

1.2 Для расчета воспользуемся формулой (2):

$$t^{\circ}F = \frac{9}{5} \cdot 36,6^{\circ}C + 32^{\circ}F = 97,9^{\circ}F \quad (4)$$

Так как формулы перехода являются точными, то округлять следует до разряда, соответствующего последнему разряду в исходных данных

1.3 Для перехода используем формулу (3):

$$t^{\circ}C = \frac{5}{9}(0,0^{\circ}F - 32^{\circ}F) = -18^{\circ}C \quad (5)$$

$$t^{\circ}C = \frac{5}{9}(100^{\circ}F - 32^{\circ}F) = 37,8^{\circ}C \quad (6)$$

В соответствии с исходными данными первое число округлено до двух значащих цифр, второе – до трех.

Часть 2. В каких единицах измерял работу Дж. Джоуль?

2.1 Работа при поднятии груза массы m на высоту h рассчитывается по формуле

$$A = mgh \quad (1)$$

Для того, чтобы получить работу в Джоулях, необходимо в эту формулу подставить значения величин, измеренных в единицах системы СИ:

$$A(1\phi \cdot \phi) = 0,4536\text{кг} \cdot 9,811 \frac{M}{c^2} \cdot 0,3048\text{м} = 1,356\text{Дж} \quad (2)$$

2.2 По определению 1 калория равна количеству теплоты, которое требуется, чтобы нагреть 1 грамм воды на 1 градус Цельсия. По результатам измерений Дж. П. Джоуля на нагревание $m_0 = 1\text{фунт}$ на $\Delta t = 1^\circ F$ потребовалась энергия, равная потенциальной энергии 838 футо-фунтов, поднятых на высоту в 1 фут. Следовательно, энергия в 1 калорию рассчитывается по формуле, в которой массу воды надо выразить в граммах, а разность температур в градусах Цельсия:

$$Q(1\text{кал}) = \frac{mgh}{m_0\Delta t(^{\circ}C)} = \frac{773 \cdot 0,4536 \cdot 9,811 \cdot 0,3048}{1000 \cdot 0,4536 \cdot \frac{5}{9}} = 4,159 \frac{\text{Дж}}{\text{кал}}. \quad (3)$$

Часть 3. Измерение энергии в рублях.

3.1 При мощности в 1 Вт за 1 секунду совершается работа в 1 Дж. Поэтому $1\text{Дж} = 1\text{Вт} \cdot 1\text{с}$. Тогда

$$1\text{кВт} \cdot \text{час} = 1000\text{Вт} \cdot 3600\text{с} = 3,6 \cdot 10^6\text{Дж(точно)}. \quad (4)$$

Цена (price) одного «электроджоуля» равна

$$\text{Pr}(1\text{Дж}) = \frac{0,15}{3,6 \cdot 10^6} = 4,2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}}. \quad (5)$$

или 4,2 микропайки.

3.2 1 Гигакалория в джоулях равна

$$1\text{Гкал} = 4,159 \cdot 10^9\text{Дж} \approx 4,2 \cdot 10^9\text{Дж}. \quad (6)$$

Цена (price) одного «теплоджоуля» равна

$$\text{Pr}(1\text{Дж}) = \frac{18,5}{4,16 \cdot 10^9} = 4,5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}}. \quad (5)$$

или 4,5 микропайки, что немного дороже «электроджоуля».

3.3 Из формулы для потенциальной энергии в поле тяжести земли находим

$$E = mgh \quad m = \frac{E}{gh} = \frac{3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10 \text{ м}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ кг.} \quad (6)$$

Итак, чтобы заработать 15 копеек по тарифам за электроэнергию, необходимо поднять 36 тонн на высоту 10 м – и кто скажет, что цена электроэнергии высока?

3.4 Используем формулу для количества теплоты, необходимо для нагревания

$$Q = cm\Delta t. \quad (7)$$

По определению калории теплоемкость воды равна $c = 1 \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \text{град}}$, или $c = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кал}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$.

Масса 1 кубометра воды (т.е. плотность) равна $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Подставим эти значения в формулу (7):

$$Q = cm\Delta t = \left(1 \cdot 10^3 \frac{\text{кал}}{\text{кг} \cdot \text{град}}\right) \cdot \left(1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot V\right) \Delta t^\circ = 1,0 \cdot 10^6 \frac{\text{кал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} V \Delta t^\circ. \quad (8)$$

Наконец, переходим к Гигакалориям:

$$Q = 1 \cdot 10^6 \frac{\text{кал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} V \Delta t^\circ = 1,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Гкал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} V \Delta t^\circ. \quad (9)$$

Таким образом, формула расчета полученной теплоты звучит так: «объем использованной воды в кубометрах умножаем на нагрев в градусах и делим на тысячу»

3.5 Используя полученную формулу, рассчитываем количество теплоты (в Гигакалориях):

$$Q = \frac{0,2 \cdot 25}{1000} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гкал},$$

и умножая на цену, получаем стоимость тепловой энергии в ванне

$$P_r = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гкал} \cdot 18,5 \frac{\text{руб}}{\text{Гкал}} = 0,093 \text{ руб},$$

или примерно 10 копеек.