

Условие

Задача 9-1. «Физика на кухне»

Нагреватель электрочайника находится внутри воды, поэтому все теплота, выделяемая нагревателем, идет на нагрев воды и корпуса чайника. Обозначим мощность нагревателя P_0 . Можно считать, что она не зависит от температуры воды в чайнике t . Мощность нагревателя можно регулировать. Мощность теплоты, уходящей от чайника в окружающий воздух P_1 , пропорциональна разности температур воды и окружающего воздуха t_0 :

$$P_1 = \beta(t - t_0), \quad (1)$$

где β - постоянный коэффициент теплоотдачи. При заданной мощности нагревателя температура воды достигает некоторого предельного значения $\bar{t}$, которое будем называть стационарной температурой. Температура воздуха (во всех частях задачи) считать равной $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

Теплоемкость¹ чайника с водой считайте постоянной и равной $C = 4,5 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{град}}$.

Температура кипения воды $t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$.

Решение

Задача 9-1. «Физика на кухне»

1.1 В установившемся режиме мощность поступающей теплоты равна мощности теплоты, уходящей в окружающую среду:

$$P_0 = \beta(t_{\text{max}} - t_0). \quad (1)$$

Из этого равенства определяем коэффициент теплоотдачи

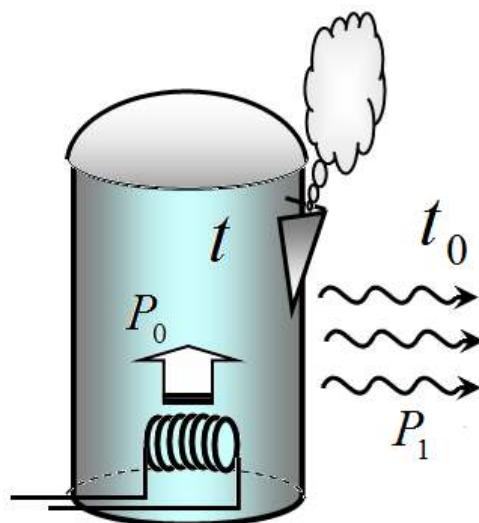
$$\beta = \frac{P_0}{t_{\text{max}} - t_0} = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{град}}. \quad (2)$$

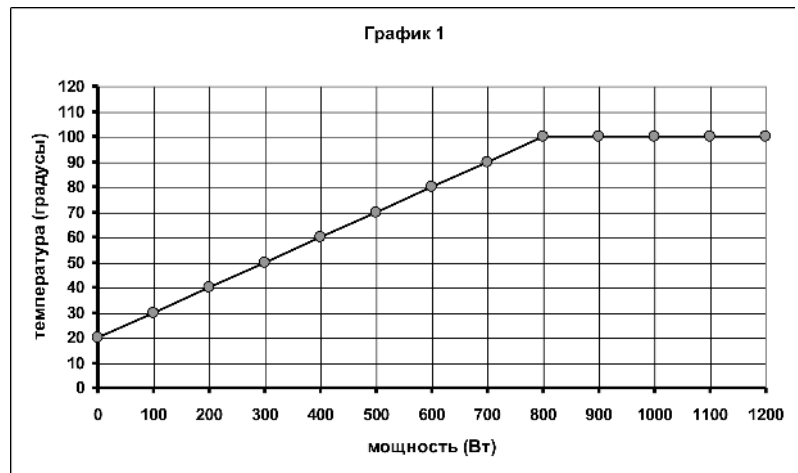
1.2 Из уравнения (1) находим мощность, необходимую для закипания воды

$$P_{0(\text{кипения})} = \beta(t_{\text{кипения}} - t_0) = 10 \cdot (100 - 20) = 800 \text{ Вт}. \quad (3)$$

1.3 Все из того же уравнения (1) находим установившуюся температуру:

$$\bar{t} = t_0 + \frac{P_0}{\beta} \quad (4)$$





Если установившаяся температура достигнет точки кипения 100° , то при дальнейшем увеличении мощности температура воды расти не будет. График этой зависимости показан на рисунке.

1.4 Требуемое уравнение есть уравнение теплового баланса: количество теплоты, которое поступает от нагревателя $P_0\Delta\tau$, равно сумме теплот, которое идет на нагревание чайника с водой $C\Delta t$, и уходит в окружающую среду $\beta(t - t_0)\Delta\tau$:

$$P_0\Delta\tau = C\Delta t + \beta(t - t_0)\Delta\tau \quad (5)$$

Это уравнение для удобства дальнейшего анализа удобно переписать в виде

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{P_0}{C} - \frac{\beta}{C}(t - t_0) \quad (6)$$

1.5.1 В начальный момент времени скорость изменения температуры максимальна и равна

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\right)_0 = \frac{P_0}{C} \approx 0,33 \frac{\text{град}}{c}. \quad (7)$$

При увеличении температуры воды увеличивается мощность теплоотдачи, поэтому скорость роста температуры уменьшается. Когда температура воды достигает температуры кипения, скорость роста становится равной

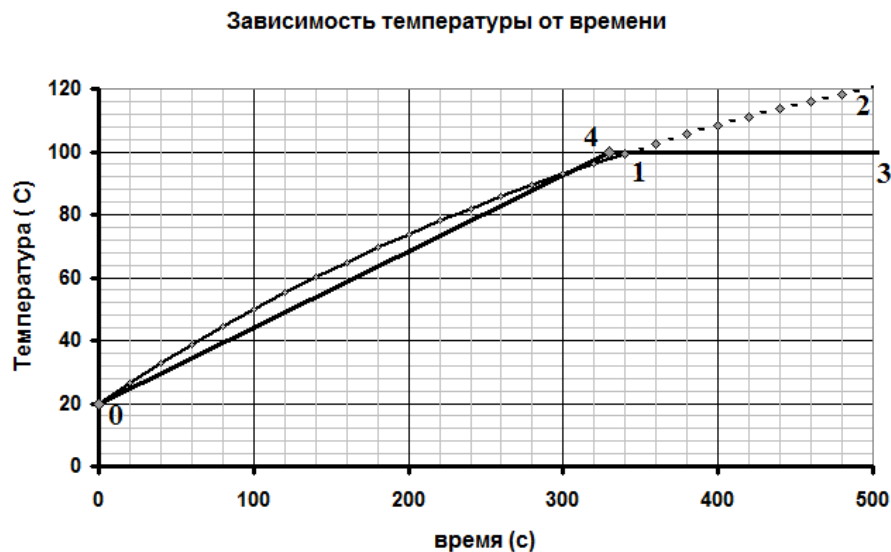
$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta\tau}\right)_1 = \frac{P_0 - \beta(t_k - t_0)}{C} = \frac{1500 - 10(100 - 20)}{4500} \approx 0,16 \frac{\text{град}}{c}. \quad (8)$$

Если бы вода не закипала, то ее температура достигла бы установившегося значения, равного

$$\bar{t} = t_0 + \frac{P_0}{\beta} = 170^\circ C \quad (9)$$

Поэтому график зависимости должен был стремиться к этому значению, если бы воды не закипела. Схематически этот график показан на рисунке:

Зависимость температуры от времени



При отсутствии закипания — кривая 0-1-2; с учетом закипания 0-1-3; Примерный график для проведения дальнейших оценок: 0-4-3.

1.5.2 Приближенную зависимость, состоящую из двух отрезков прямых, можно построить следующим образом. Можно приближенно считать, что температура воды возрастает по линейному закону. В качестве средней скорости роста температуры можно взять среднее арифметическое этой величины (среднее между (7) и (8)): $V \approx 0,24 \frac{\text{град}}{\text{с}}$. Тогда до температуры закипания зависимость температуры воды от времени описывается функцией:

$$t = t_0 + V\tau. \quad (10)$$

Из этой формулы легко оценить время закипания

$$\tau_1 = \frac{t_{\text{кмп}} - t_0}{V} \approx 330 \text{ с}. \quad (11)$$

Заметим, что строгий расчет дает значение 340 с. Кстати, и график на рисунке построен точный!

1.5.3 Используя полученную оценку времени закипания, не сложно оценить долю потерь. Так, за время нагревания чайник получил количество теплоты, равное

$$Q_0 = P_0 \tau_1 \approx 500 \text{ кДж}, \quad (12)$$

из них на нагревание пошло

$$Q_1 = C \Delta t \approx 360 \text{ кДж}. \quad (13)$$

Следовательно, доля потерь составила

$$\eta = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = 28\%. \quad (14)$$