

Условие

Задача 11-2. «Измерения без приборов»

Многие важные и интересные результаты можно получать, проводя физические эксперименты практически без измерительных приборов, что вам и предстоит сделать в данной работе!

Несмотря на простоту предлагаемых экспериментов, будьте точны, аккуратны и терпеливы.

Оборудование: штатив с лапкой, гвоздь 100 мм, 1 м нитки, линейка, кусок пластилина.

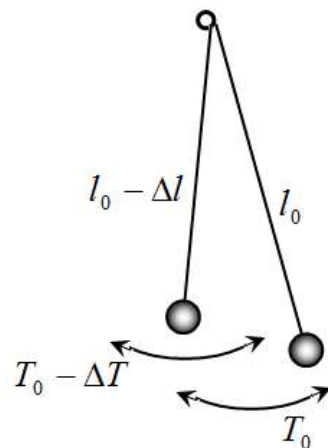
Из двух одинаковых кусочков пластилина скатайте шарики и прикрепите их к нитке, тем самым вы получите два маятника, которые можно считать математическими.

Часть 1. Зависимость периода колебаний от длины маятника (метод совпадений).

Подвесьте два маятника на горизонтальном гвозде, так, чтобы они могла колебаться в параллельных плоскостях, не касаясь друг друга. Длина каждого маятника должна равняться 32 оборотам нитки вокруг гвоздя. Постарайтесь сделать длины маятников как можно точнее.

Длину одного маятника оставляйте неизменной $l_0 = 32s$ (где s длина одного оборота вокруг гвоздя). Неизменный период колебаний этого маятника обозначим T_0 . Длину второго маятника постепенно уменьшайте, наматывая нить на гвоздь: $l = l_0 - ns$ (n - число оборотов, которые вы сделали, укорачивая маятник. При этом период колебания маятника будет уменьшаться $T = T_0 - \Delta T$.

Если маятники отклонить в одну сторону на один и тот же угол и отпустить, то они будут колебаться так что углы отклонения будут постоянно изменяться. Через N периодов колебаний неизменного маятника T_0 углы отклонения снова станут одинаковыми, маятники отклонятся на максимальную величину одновременно, в одну сторону, нити станут параллельными. Это число периодов до очередного совпадения отклонений легко и точно измеряется.



1.1 Получите формулу, позволяющую выразить относительную разность периодов $\frac{\Delta T}{T_0}$ через число колебаний до совпадения отклонений N .

1.2 Измерьте зависимость величины N от числа оборотов n . Укорачивающих длину маятника. Постройте график полученной зависимости.

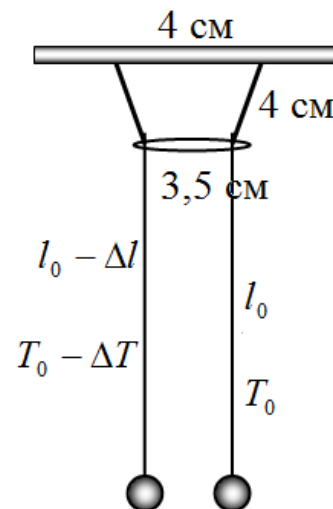
1.3 Получите теоретическую зависимость величины $\frac{\Delta T}{T_0}$ от числа оборотов n и длины неизменного маятника (измеренной в единицах s) n_0 . Постройте на том же бланке теоретическую зависимость. Сравните их. Укажите возможные причины их расхождений.

1.4 Упростите полученную формулу полагая, что $\Delta l \ll l_0$. Укажите возможный диапазон использования такого приближения.

1.5 Оцените погрешность, с которой можно измерить относительное изменение периода $\frac{\Delta T}{T_0}$.

Часть 2 Биения.

Соберите систему из двух связанных маятников. На гвоздь прикрепите нити маятников на расстоянии примерно 4 см, на высоте примерно равной 4-5 см свяжите нити маятников ниткой, так, чтобы расстояние между нитями составляло примерно 3- 3,5 см. Маятники должны совершать колебания в плоскости перпендикулярной плоскости рисунка. Длину одного маятника оставляйте (и равной 32 см), длину второго маятника изменяйте с шагом 1 см. В данном эксперименте для измерения длин можете использовать линейку. Длину маятника можно изменять, передвигая пластилин по нитке.



Если сначала отклонить только один маятник (длина которого неизменна), то второй маятник начнет медленно раскачиваться, увеличивая амплитуду, а затем эта амплитуда снова уменьшится до нуля. Такое движение называется биения. Периодом биений T_B называется время между двумя последовательными остановками. В данном эксперименте вам необходимо исследовать зависимость периода биений от разности длин маятников Δl .

Период биений следует измерять в периодах колебаний маятника постоянной длины $\frac{T_B}{T_0}$.

Удобно исследовать эту величину в зависимости от относительной разности длин $\frac{\Delta l}{l_0}$.

2.1 Получите теоретическую формулу, описывающую зависимость $\frac{T_B}{T_0}$ от $\frac{\Delta l}{l_0}$.

2.2 Проведите соответствующие измерения, сравните полученные результаты с теоретическими, сделайте вывод о применимости построенной вами модели.

Подсказка: колебания каждого маятника можно рассматривать как сумму колебаний с двумя периодами T_0 и $T_0 - \Delta T$ (собственными периодами каждого маятника)

Решение

Задание 11-2. Измерения без приборов.

Часть 1. Зависимость периода колебаний от длины маятника (метод совпадений).

Решение задачи основано на наблюдении совпадений. Число колебаний до совпадения определяется из простого уравнения $NT_0 = (N + 1)(T_0 - \Delta T)$, откуда следует основная расчетная формула

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{N + 1}. \quad (1)$$

Теоретическая модель проста и строится на основе формулы для периода колебаний математического маятника.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}, \quad T_0 - \Delta T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0 - \Delta l}{g}}. \quad (2)$$

В этих формулах можно положить $l_0 = n_0 s$, где $n_0 = 32$ — длина маятника неизменной длины в единицах s ; $\Delta l = ns$, где n — число оборотов, сделанных при укорочении длины нити. Тогда

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{n}{n_0}} \quad (3)$$

Из формул (2)-(3) получаем

$$N = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - \frac{n}{n_0}}} - 1. \quad (4)$$

Если считать, что $n \ll n_0$, то из формулы (3) следует простое приближенное выражение

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{n}{n_0}} \approx \frac{n}{2n_0}. \quad (5)$$

Тогда число колебаний до совпадения рассчитывается по формуле:

$$N = \frac{2n_0}{n} - 1. \quad (6)$$

В таблице 1 приведены значения числа колебаний до совпадений:

N_1 — рассчитанные по формуле (6);

N_2 — рассчитанные по точной формуле (4);

$N_{\text{эксп}}$ — экспериментальные значения (рассчитанные, как средние по 5 измерениям)

Таблица 1.

n	N1	N2	Nэксп
1	63	62	63
2	31	30	31
3	20	20	19
4	15	14	15
5	12	11	12
6	10	9	

n	N1	N2	Nэксп
1	63	62	63
2	31	30	31
3	20	20	19
4	15	14	15
5	12	11	12
6	10	9	

Эксперимент показывает хорошее совпадение с результатами теоретических расчетов.

Расчет показывает, что при допустимой погрешности $\Delta N = \pm 1$, приближенная формула применима даже при $n = 10$.

Так как относительное изменение периода определяется формулой (1), то погрешность измерения относительного изменения периода оказывается равной (если положить, что погрешность подсчета числа колебаний равна $\Delta N = 1$)

$$\delta \left(\frac{\Delta T}{T_0} \right) = \frac{\Delta N}{(N+1)^2} \approx \frac{1}{(N+1)^2}. \quad (7)$$

Что при больших N является малой величиной.

Часть 2 Биения.

В этой части задачи анализ строится на известном результате о периоде биений, который подчиняется формуле

$$\frac{1}{T_B} = \frac{1}{T_0 - \Delta T} - \frac{1}{T_0}. \quad (1)$$

Эта формулу следует из тригонометрических формул для суммы синусов (или косинусов). Фактически она выражает тот факт, что частота биений равна разности частот колебаний слагаемых.

Из формулы (2) следует, что

$$N = \frac{T_B}{T_0} = \frac{T_0}{\Delta T} - 1 \quad (2)$$

Здесь N - период биений, измеренный в периодах колебаний маятника постоянной длины. А эта формула полностью совпадает с формулой (1). Поэтому все результаты (при указанных значениях параметров маятников), оказываются теми же самыми!

В таблице (2) повторены расчетные значения теоретические значения и результаты измерений (усредненные)

Таблица 1.

Δl (см)	N1	N2	Nэксп
1	63	62	64
2	31	30	32
3	20	20	22
4	15	14	14
5	12	11	10
6	10	9	

Δl (см)	N1	N2	Nэксп
1	63	62	64
2	31	30	32
3	20	20	22
4	15	14	14
5	12	11	10
6	10	9	

В этой части также наблюдается хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными результатами.