

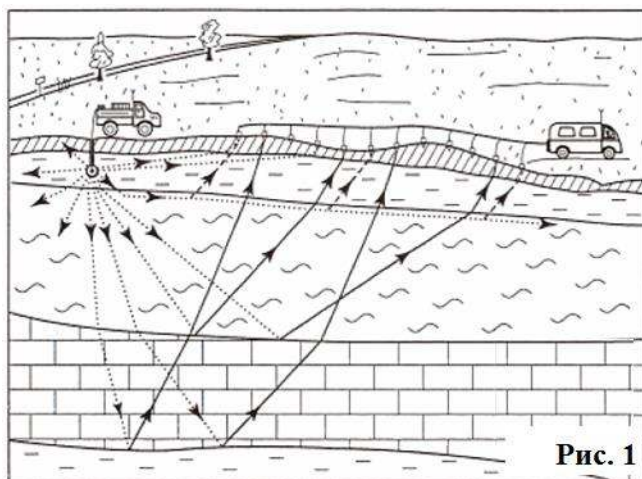
Условие

Задача 11- 3. «Сейсморазведка»

В Беларуси нефть добывают с глубин более 2 км. Как правило, нефтеносные пласты залегают среди пластов соли. А задумывались ли вы о том, как можно вести поиск полезных ископаемых на таких глубинах?

Для разведки используют различные физические методы.

Одним из важнейших из них является сейсморазведка – исследование структуры залегания пластов различных пород с помощью упругих сейсмических (акустических) волн. Схема проведения таких исследований показана на рис. 1. На небольшой глубине производят взрыв, возбуждаемые им упругие волны распространяются вглубь Земли, преломляются на границах пластов, отражаются от них и регистрируются рядом приемников. Полученные сигналы (сейсмограммы) затем анализируются. Отметим, что расшифровка полученных данных и восстановление по ним границ пластов является очень сложной проблемой. Поэтому в данной задаче рассматривается только несколько простейших примеров анализа сейсмограмм.



Рекомендации по решению задачи.

Во всех частях задачи исходные данные заданы в форме таблиц, в которых приведены расстояния L_k от места взрыва (точка E) до регистрирующего пункта R_k и времена прихода сигналов в этот пункт t_k .

Все регистрирующие пункты находятся на одной прямой, поверхность земли считать горизонтальной.

Результаты измерений времен имеют некоторую погрешность. Поэтому рекомендуем все части решать приближенными графическими методами.

В каждой части можно найти некоторые величины Y_k и X_k , (которые выражаются через исходные данные L_k и t_k и другие известные величины), связь между которыми оказывается линейной $Y = aX + b$. Вам необходимо найти такие преобразования, построить график линеаризованной зависимости и по его параметрам определить требуемые величины.

Часть 1. Одна плоская горизонтальная граница.

В данной части рассматривается следующая модель. Имеется толстый соляной пласт толщиной h , ниже которого горизонтально располагается граница нефтеносного пласта (рис. 2). Влиянием приповерхностных слоев можно пренебречь, поэтому можно считать, что взрыв проводится практически на поверхности в точке E . На всех сейсмограммах выделен сигнал, соответствующий волне, отраженной от нижней границы соляного пласта.

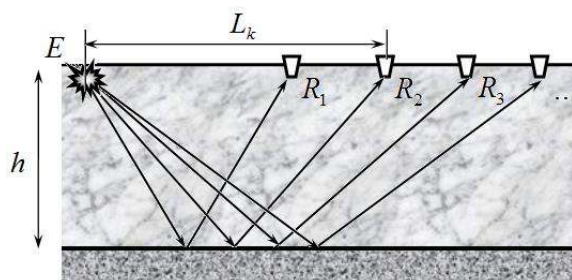


Рис. 2

В таблице 1 приведены расстояния L_k и времена прихода t_k (после взрыва) на приемный пункт R_k волны, отраженной от нижней границы соляного пласта.

Таблица 1.

L_k , км	0,80	1,50	2,30	3,70	4,20	5,30
t_k , с	1,11	1,13	1,18	1,35	1,43	1,59

1.1 Получите формулу для времени прихода волны t_k в зависимости от расстояния L_k , толщины пласта h и скорости волны c .

1.2 Укажите для каких величин Y , X зависимость между ними будет линейной и позволит вам найти толщину пласта и скорость волны в нем. Постройте график этой зависимости $Y(X)$.

1.3 Используя все приведенные данные, определите глубину залегания нижней границы пласта h и скорость волны в соли c .

Часть 2. Одна плоская наклонная граница.

В данной части нижняя граница соляного пласта плоская, но наклонена под некоторым углом α к горизонту (рис. 3).

Не зависимо от найденного в Части 1 значения, считайте, что скорость сейсмической волны в соли равна

$$c = 4,50 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

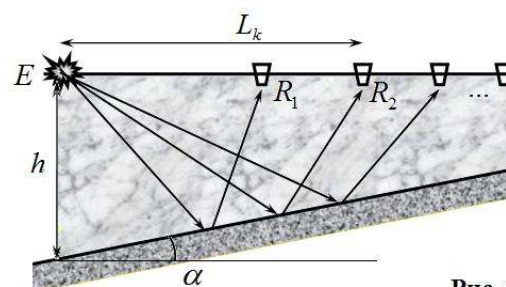


Рис. 3

В таблице 2 приведены расстояния L_k и времена прихода t_k (после взрыва) на приемный пункт R_k волны, отраженной от нижней границы соляного пласта.

Таблица 2.

L_k , км	0,60	1,10	2,00	2,60	3,30	3,90
t_k , с	0,95	0,93	0,95	0,98	1,03	1,09

2.1 Получите формулу для времени прихода волны t_k в зависимости от расстояния L_k , толщины пласта h под точкой взрыва, угла наклона пласта α и скорости волны c .

2.2 Укажите для каких величин Y , X зависимость между ними будет линейной и позволит рассчитать расстояние до пласта и угол его наклона. Постройте график этой зависимости $Y(X)$.

2.3 Используя все приведенные данные, определите глубину залегания нижней границы пласта под точкой взрыва h и угол наклона нижней границы соляного пласта α .

Часть 3. Промежуточный нефтеносный пласт.

Более тщательный анализ показал, что в сейсмограммах, рассмотренных в Части 1, после сигнала, соответствующему отражению от нижней границы соляного пласта, зарегистрирован сигнал, соответствующий отражению от нижней границы следующего узкого пласта, который может содержать нефть. В Таблице 3 приведены значения интервалов времен τ_k (в миллисекундах) между приходами волн, отраженных от верхней и нижней границ узкого пласта. Первые две строки повторяют таблицу 1, поэтому можете воспользоваться результатами, полученными в части 1.

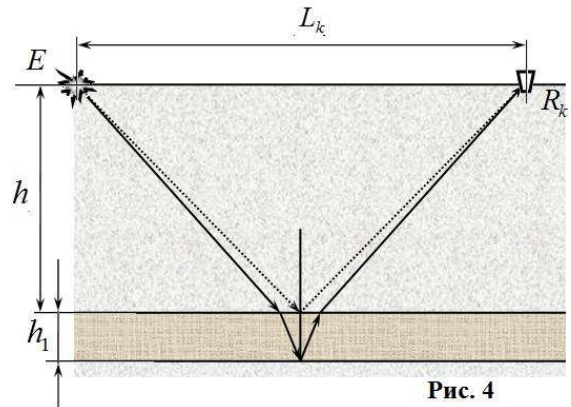


Рис. 4

Таблица 3.

L_k , км	0,80	1,50	2,30	3,70	4,20	5,30
t_k , с	1,11	1,13	1,18	1,35	1,43	1,59
τ , мс	74	73	71	67	66	64

Малость времен задержки свидетельствуют о том, что толщина нижнего пласта h_1 мала по сравнению с толщиной соляного пласта h . В этом случае для расчета времени задержки между сигналами можно воспользоваться разумным приближением.

Обозначим скорость волны в нижнем пласте c_1 . Отношение скоростей волн в соли c и рассматриваемом пласте c_1 называется относительным показателем преломления $\frac{c}{c_1} = n$.

При пересечении границы для сейсмических волн справедлив закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{c}{c_1} = n.$$

При пересечении границы для сейсмических волн справедлив закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{c}{c_1} = n.$$

Пусть волна падает на границу раздела под углом α к нормали к поверхности раздела. На рис. 5 изображен ход лучей, отраженных от верхней и нижней границ нефтеносного пласта. Пунктиром изображен луч 1-2' реально направленный на приемник, можно считать, что он параллелен лучу 4-5 (т.е. он совпадает с лучом 1-2)

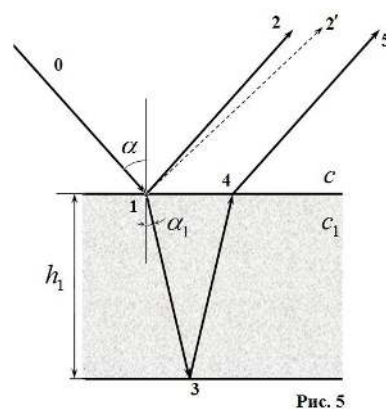


Рис. 5

3.1 Рассчитайте разность времен прихода волн τ_k , отраженных от верхней и нижней границ рассматриваемого пласта. Выразите ответ через толщину пласта, угол падения на верхнюю границу α , показатель преломления n и скорость волны в соли c .

3.2 Укажите для каких величин Y , X зависимость между ними будет линейной и позволит рассчитать толщину пласта и его относительный показатель преломления. Постройте график этой зависимости $Y(X)$.

3.3 Используя все данные таблицы 3, рассчитайте толщину пласта h_1 , относительный показатель преломления пласта n и скорость сейсмической волны в нем.

Решение

****<u>Задача 11-3. «Сейсморазведка»**

Часть 1. Одна плоская горизонтальная граница.</u>**

1.1 Закон отражения волн (угол падения равен углу отражения) одинаков для волн любой природы. Поэтому для расчета времени прохождения волны можно построить изображение точки взрыва E' зеркально симметрично относительно нижней границы (рис. 1) Как следует из рисунка, время прохождения волны до приемника определяется формулой

$$t_k = \frac{\sqrt{L_k^2 + 4h^2}}{c}. \quad (1)$$

1.2 Чтобы получить линейную зависимость достаточно возвести полученное выражение в квадрат

$$t_k^2 = \frac{L_k^2}{c^2} + \frac{4h^2}{c^2} \quad (2)$$

В этом случае следует построить зависимость величины $Y = t_k^2$ от величины $x = L_k^2$. Тогда параметры линейной зависимости $Y = aX + b$ выражаются через характеристики пласта следующим образом:

$$a = \frac{1}{c^2}, \quad b = \frac{4h^2}{c^2} \quad (3)$$

1.3 В таблице 1 приведены результаты расчетов этих величин. Ниже показан график этой зависимости. **Таблица 1.**

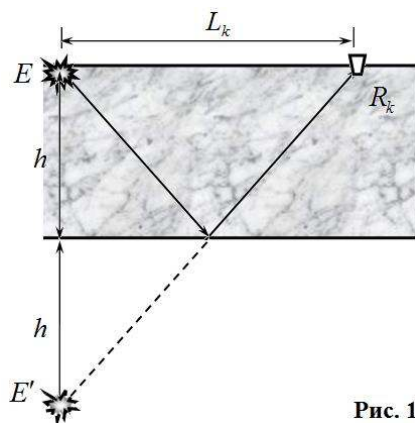
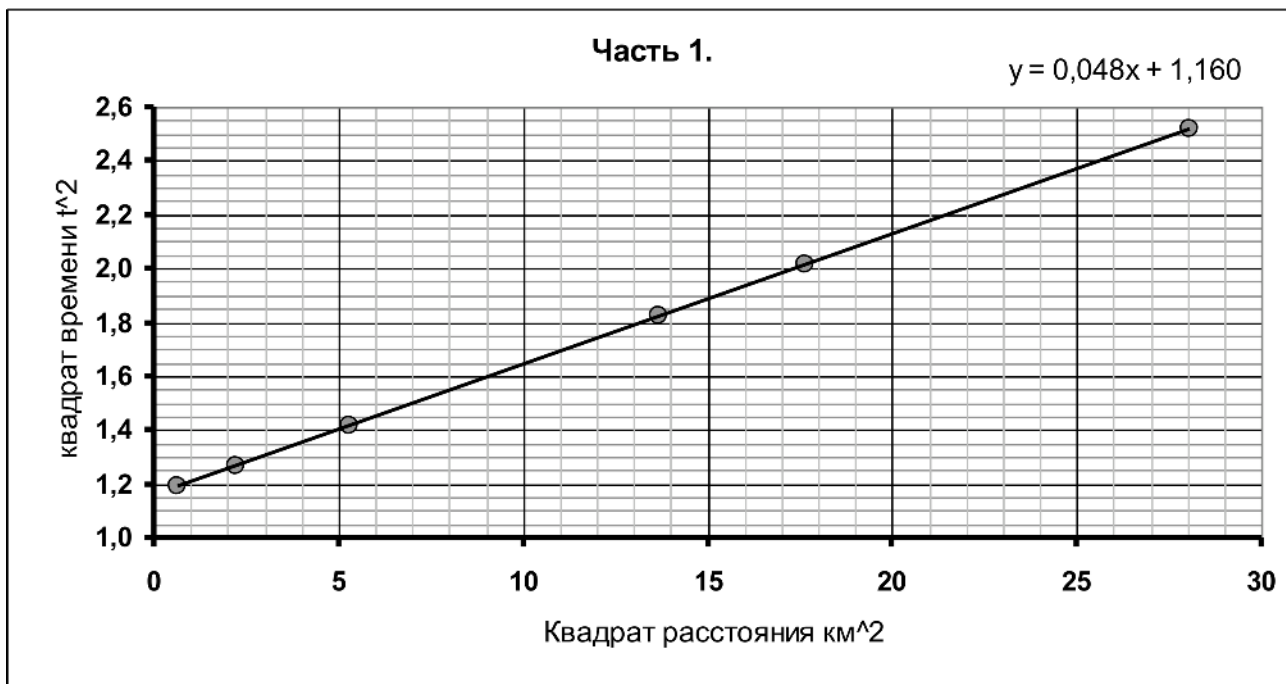


Рис. 1

$L_k, \text{ км}$	0,80	1,50	2,30	3,70	4,20	5,30
$t_k, \text{ с}$	1,11	1,13	1,18	1,35	1,43	1,59
$L_k^2, \text{ км}^2$	0,64	2,25	5,29	13,69	17,64	28,09
$t_k^2, \text{ с}^2$	1,19	1,27	1,42	1,82	2,01	2,52



Параметры этой зависимости оказываются равными

$$a = 0,048 \frac{c^2}{M^2}, \quad b = 1,16c^2 \quad (4)$$

Значения скорости волны и высоты пласта легко выражаются из формул (3)

$$c = \frac{1}{\sqrt{a}} \approx 4,6 \frac{\text{км}}{\text{с}}; \quad (5)$$

$$h = \sqrt{\frac{b}{4a}} \approx 2,46 \text{ км}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\frac{b}{4a}}}$$

Часть 2. Одна плоская наклонная граница.

2.1 В этой части также проще построить изображение точки взрыва E' и рассчитать расстояние от этой точки до приемника R_k (рис. 2). Расчет этого расстояния является простой геометрической задачей. Расстояние между источником и его изображением равно

$$|EE'| = 2h \cos \alpha. \quad (6)$$

Путь, который проходит волна, равен расстоянию от изображения до приемника, которое можно определить с помощью теоремы косинусов для треугольника $EE'R_k$ (с учетом того, что $\angle E'ER = \frac{\pi}{2} - \alpha$):

$$S_k = |E'R| = \sqrt{L_k^2 + (2h \cos \alpha)^2 - 4L_k h \cos \alpha \cdot \sin \alpha}. \quad (7)$$

Следовательно, время прихода отраженной волны равно

$$t_k = \frac{\sqrt{L_k^2 + (2h \cos \alpha)^2 - 4L_k h \cos \alpha \cdot \sin \alpha}}{c}. \quad (8)$$

Что бы линейаризовать эту зависимость, перепишем формулу (8) в виде

$$c^2 t_k^2 - L_k^2 = (2h \cos \alpha)^2 - 4L_k h \cos \alpha \cdot \sin \alpha. \quad (9)$$

Таким образом, величина

$$Y_k = c^2 t_k^2 - L_k^2 \quad (10)$$

Линейно зависит от квадрата расстояния до приемника $X = L_k^2$: $Y = aX + b$. Параметры этой зависимости определяются формулами

$$\begin{aligned} a &= 4h \cos \alpha \cdot \sin \alpha \\ b &= (2h \cos \alpha)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

В Таблице 2 Приведены результаты расчетов величин Y_k , ниже приведен график линейаризованной зависимости.

Таблица 2.

L_k , км	0,60	1,10	2,00	2,60	3,30	3,90
t_k , с	0,95	0,93	0,95	0,98	1,03	1,09
$Y_k = c^2 t_k^2 - L_k^2$, км ²	17,8	16,3	14,4	12,7	10,5	9,0

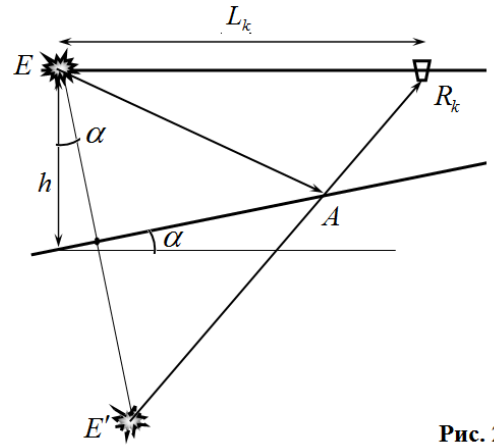
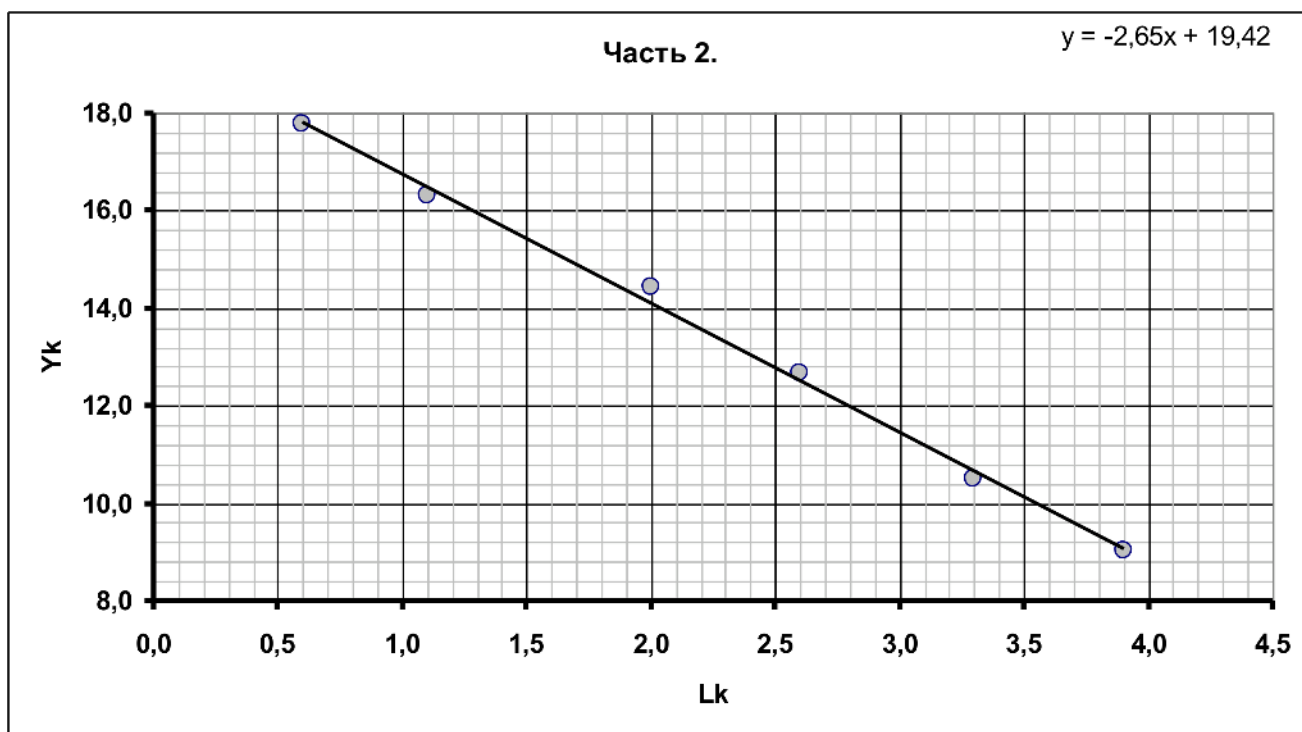


Рис. 2



Часть 2.

Параметры этой зависимости, определенные по построенному графику, оказались равными

$$a = -2,65 \text{ км}, \quad b = 19,42 \text{ км}^2. \quad (12)$$

Из формул (11) следует, что требуемые характеристики пласта равны

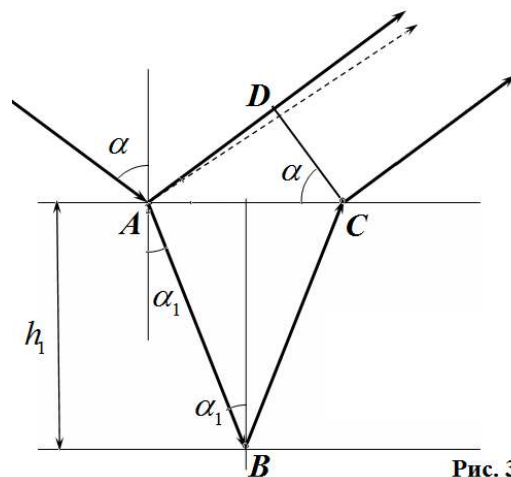
$$\frac{a}{\sqrt{b}} = 2 \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{a}{2\sqrt{b}} \approx 0,31 \approx 17,5^\circ$$

$$h = \frac{a}{2 \sin 2\alpha} \approx 2,3 \text{ км} \quad (13)$$

Часть 3. Промежуточный пласт.

3.1 Так как ширина пласта мала, то с хорошей точностью можно считать, что разность времен прихода равна разности времени движения волн по путям ABC и AD (рис. 3). Здесь отрезок CD перпендикулярен отраженным лучам и является фронтом волны. Из рисунка не сложно найти длины этих путей:

$$|AB| = \frac{h_1}{\cos \alpha_1}$$



$$|AC| = 2 \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \sin \alpha_1$$

$$|AD| = |AC| \sin \alpha = 2 \frac{h_1}{\cos \alpha_1} \sin \alpha_1 \sin \alpha$$

Тогда разность времен определится по формуле

$$\tau = \frac{2|AB|}{c_1} - \frac{|AD|}{c}. \quad (14)$$

Используя закон преломления $\sin \alpha = n \sin \alpha_1$ и полученные геометрические соотношения, эта формула преобразуется к виду

$$\tau = \frac{2|AB|}{c_1} - \frac{|AD|}{c} = \frac{2}{c} \frac{nh_1}{\cos \alpha_1} - 2 \frac{h_1}{c \cdot \cos \alpha_1} \sin \alpha_1 \sin \alpha = \frac{2nh_1}{c} \frac{1 - \sin^2 \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \frac{2nh_1}{c} \cos \alpha_1 = \frac{2nh_1}{c} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \quad (15)$$

3.2 Из полученной формулы (15) следует, что величина

$$Y = c^2 \tau^2 \quad (16)$$

линейно зависит от квадрата синуса угла падения

$$X = \sin^2 \alpha. \quad (17)$$

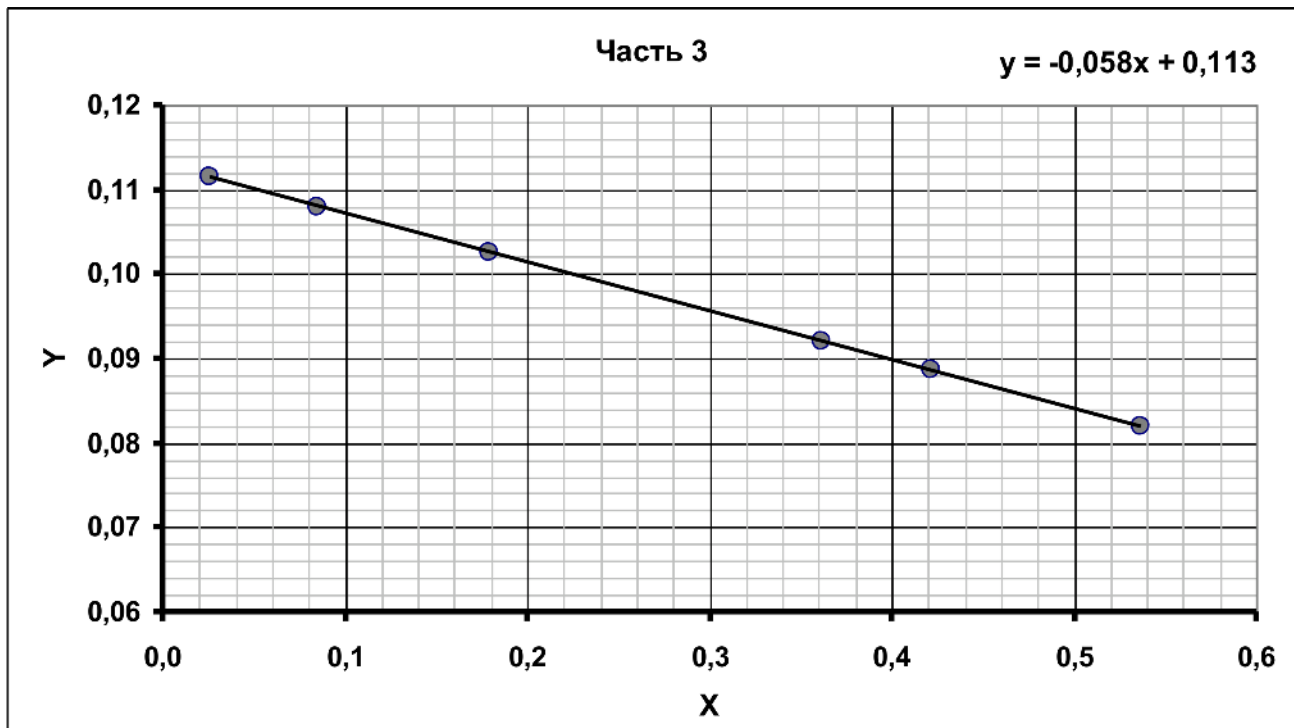
В свою очередь синус угла падения рассчитывается по формуле (см. рис. 1):

$$\sin \alpha = \frac{(L/2)}{\sqrt{(L/2)^2 + h^2}} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4h^2}}. \quad (18)$$

Толщина соленого пласта вычислена в Части 1, поэтому синусы угла падения могут быть вычислены для всех приемников. В таблице 3 приведены результаты расчетов величин Y_k и X_k , ниже приведен график зависимости $Y(X)$.

Таблица 3.

L_k , км	0,80	1,50	2,30	3,70	4,20	5,30
t_k , с	1,11	1,13	1,18	1,35	1,43	1,59
τ , мс	74	73	71	67	66	64
$\sin \alpha$	0,160	0,292	0,423	0,601	0,649	0,733
$X_k = \sin^2 \alpha_k$	0,026	0,085	0,179	0,361	0,422	0,537
$Y_k = c^2 \tau_k^2$, км ²	0,111	0,108	0,103	0,092	0,089	0,082



Из формулы (15) следует, что данная зависимость выражается функцией

$$c^2\tau^2 = -4h_1^2 \sin^2 \alpha + 4h_1^2 n^2. \quad (19)$$

Следовательно, параметры линейной зависимости $Y = aX + b$ задаются формулами

$$a = -4h_1^2, \quad b = 4h_1^2 n^2. \quad (20)$$

Численные значения параметров зависимости, найденные из построенного графика, оказались равными

$$a = -0,058 \kappa \mathcal{M}^2, \quad b = 0,113 \kappa \mathcal{M}^2. \quad (21)$$

Характеристики пласта рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{\sqrt{-a}}{2} \approx 0,12 \text{ км}; \\ n &= \sqrt{-\frac{b}{a}} \approx 1,4 \end{aligned} \quad (22)$$

Скорость волн в этом пласте

$$c_1 = \frac{c}{n} \approx 3,2 \frac{\text{км}}{\text{с}}. \quad (23)$$