

# Изучение весов

## Условие



### Задача 10-1. «Изучение весов»

Погрешность следует рассчитывать только в последнем пункте (3.3) данного задания.

Рычажные весы - один простейших и древнейших измерительных приборов. Однако теория весов не так проста, как кажется на первый взгляд. Даже в конце XIX века Д.И. Менделеев занимался этой теорией. В данной работе вам предстоит изучить и усовершенствовать обыкновенные школьные весы. Обычно при измерении массы тела добиваются равновесия весов. Для измерения малых масс можно также измерять отклонение стрелки весов.

При измерениях будьте терпеливы и аккуратны!

Перед каждой серией измерений с помощью пластилина тщательно уравновесьте весы (точно, по стрелке), а затем добавляйте грузы известной массы. Дождайтесь, пока колебания весов прекратятся.

**Оборудование:** Весы рычажные школьные, штатив с лапкой, 5 разновесов по 200 мг, пластилин, палочка для шашлыка, линейка.

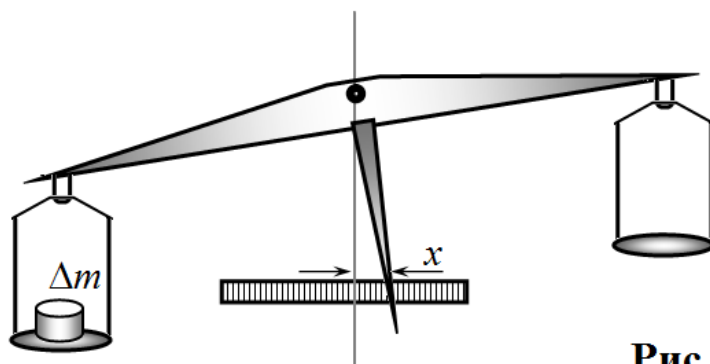


Рис. 1

Закрепите весы за опорный стержень в лапке штатива, так, чтобы стержень располагался вертикально, а нижний конец стрелки мог отклоняться от вертикали при опускании чашек весов не менее, чем на 2 см (рис.1). Во всех частях задачи вам необходимо измерять отклонение стрелки при добавлении грузов на чашки весов. В качестве грузов используйте 5 разновесов по 200 мг. Вам предстоит исследовать зависимости отклонения от разности масс: Считайте, что если дополнительные грузы находятся на левой чашке, то разность масс положительна; если на правой – то отрицательна. Очевидно, что проще строить графики в

зависимости от числа дополнительных грузов, а затем, при необходимости, пересчитывать массы этих грузов.

### Часть 1. Характеристики весов.

К стержню прикрепите небольшую полоску миллиметровой бумаги, чтобы по ней можно было измерять отклонение стрелки  $x$  (см. рис.1). Укажите расстояние от оси подвеса коромысла до шкалы.

1.1 Измерьте зависимость отклонения стрелки  $x$  от числа дополнительных грузов. Постройте график полученной зависимости. 1.2 Кратко объясните, почему весы приходят в равновесие при определенном угле отклонения. Постройте простую теоретическую модель, позволяющую теоретически рассчитать зависимость угла отклонения от массы дополнительных грузов. Укажите, какой единственный параметр весов определяет эту зависимость.

1.3 При малых отклонениях величину  $x$  можно считать прямо пропорциональной массе дополнительных грузов. Укажите, при каком числе дополнительных грузов полученная вами экспериментальная зависимость линейна. Рассчитайте чувствительность весов (отношение величины отклонения стрелки к массе дополнительного груза):

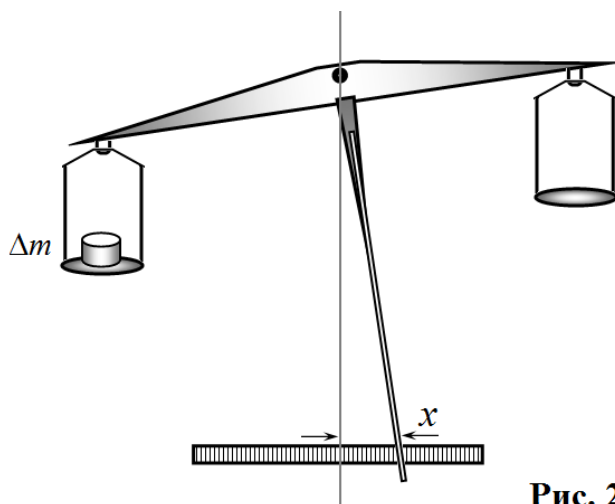
$$S = \frac{\Delta x}{\Delta m}, \quad (1)$$

1.4 Укажите основную причину того, что полученная зависимость может быть нелинейной и несимметричной, ответ обоснуйте. Строгих математических выкладок и получение строго зависимости не требуется.

### Часть 2. Дополнительная стрелка снизу.

Прикрепите с помощью пары небольших кусочков пластилина к стрелке весов деревянную палочку. Она не должна мешать движению весов. Снизу на столе закрепите линейку так, чтобы было можно измерять горизонтальное отклонение палочки  $x$ ). Укажите расстояние от оси подвеса коромысла до шкалы.

2.1 Измерьте зависимость величины отклонения  $x$  от числа дополнительных грузов. Постройте график полученной зависимости. 2.2 Рассчитайте чувствительность весов в данном случае. 2.3 Укажите какие характеристики дополнительной стрелки (т.е. палочки) способствуют увеличению чувствительности, а какие ее уменьшению.



**Рис. 2**

### Часть 3. Дополнительная горизонтальная стрелка.

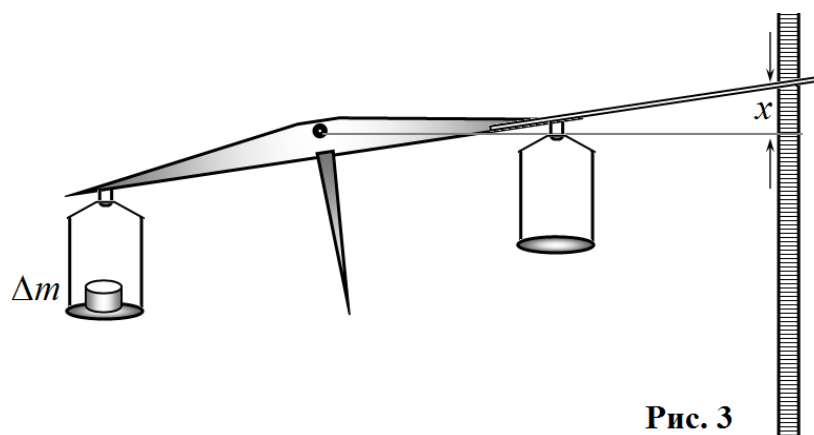


Рис. 3

Прикрепите палочку к коромыслу весов, как показано на рис. 3). Укажите расстояние от оси подвеса коромысла до шкалы.

С помощью пластилина закрепите линейку вертикально так, чтобы по ней можно было измерять отклонение конца стрелки  $x$ . Без дополнительных грузов палочка-стрелка должна располагаться горизонтального, для такого уравнивания весов используйте кусочки пластилина.

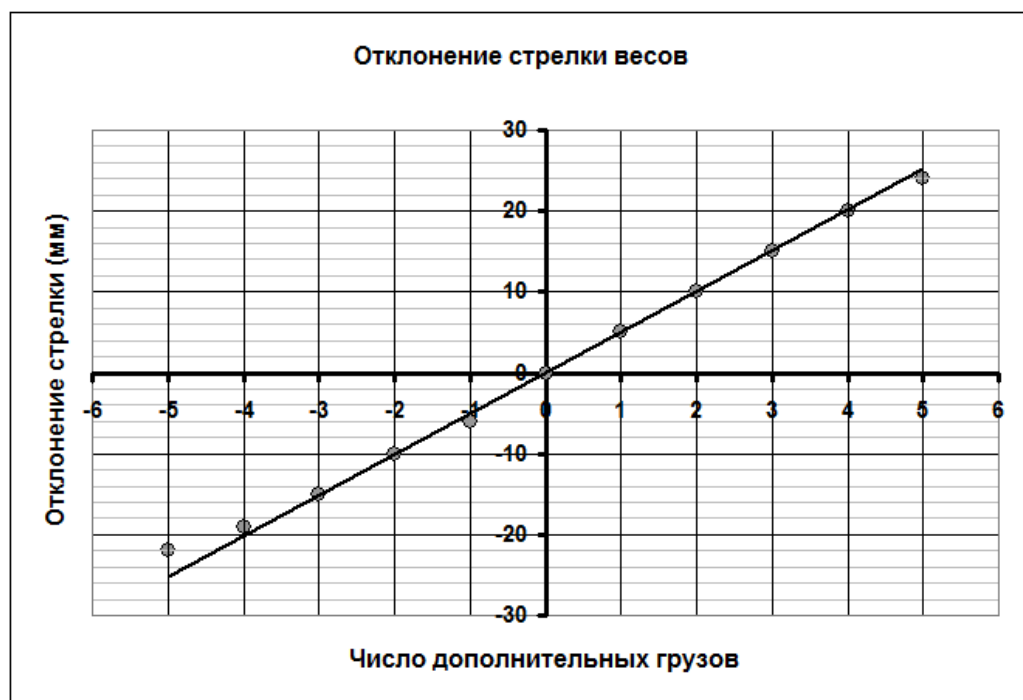
3.1 Измерьте зависимость вертикального отклонения палочки  $x$  от числа дополнительных грузов. Постройте график полученной зависимости. 3.2 Рассчитайте чувствительность весов (при малых отклонениях) в этом случае. 3.3 Вырежьте 5 кусочков миллиметровой бумаги площадью  $4 \text{ см}^2$ . Измерьте зависимость отклонения стрелки (палочки) от числа кусочков бумаги, положенных на левую чашку весов. Рассчитайте поверхностную плотность (массу  $1 \text{ м}^2$  миллиметровой бумаги). Оцените погрешность найденного значения.

## Решение

\*\*<u>Задание 10-1. «Изучение весов»

Часть 1. Характеристики весов.</u>\*\*

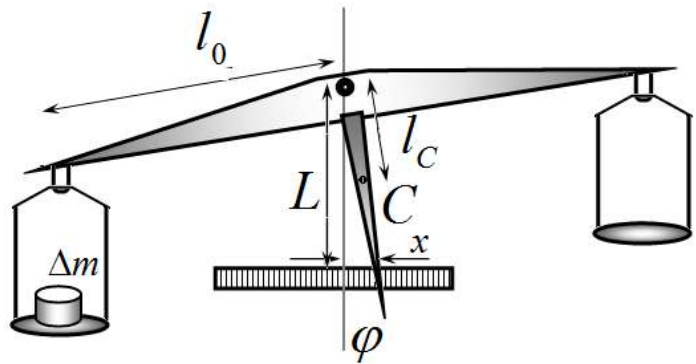
1.1 Результаты измерений зависимости отклонения стрелки  $x$  от числа дополнительных грузов  $n$  приведены в Таблице 1. Рядом показан график полученной зависимости.



**Таблица 1.**

| $n$ | $x$ , мм |
|-----|----------|
| -5  | -22      |
| -4  | -19      |
| -3  | -15      |
| -2  | -10      |
| -1  | -6       |
| 0   | 0        |
| 1   | 5        |
| 2   | 10       |
| 3   | 15       |
| 4   | 20       |
| 5   | 24       |

**1.2** Рассмотрим условие равновесия весов. Учтем, что из-за наличия стрелки, центр масс коромысла со стрелкой находится ниже точки подвеса.



Тогда в соответствии с правилом рычага имеем

$$Ml_C \sin \varphi = \Delta m l_0 \cos \varphi. \quad (1)$$

Где  $M$  - масса коромысла,  $l_C$  - расстояние от точки подвеса до центра масс коромысла со стрелкой,  $l_0$  - длина плеча весов. Из этого условия определяем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l_0}{Ml_C} \Delta m. \quad (2)$$

Таким образом, угол отклонения весов определяется следующим параметром  $\kappa = \frac{l_0}{Ml_C}$ . Главная причина установления равновесия – положение центра масс, который не находится на одной высоте с точкой подвеса. Отметим, что в рамках данной модели отклонение стрелки весов должно быть строго пропорционально массе дополнительного груза, так как

$$x = L \operatorname{tg} \varphi \quad (3)$$

Где  $L$  - расстояние от оси подвеса до шкалы.

**1.3** По приведенному графику определяется коэффициент наклона

$$K = \frac{\Delta x}{\Delta n} = 5,0 \frac{\text{мм}}{\text{штук}}. \quad (4)$$

Чувствительность весов рассчитывается по формуле

$$S = \frac{\Delta x}{\Delta m} = \frac{\Delta x}{m_0 \Delta n} = \frac{K}{m_0} = 25 \frac{\text{мм}}{\text{г}}. \quad (5)$$

**1.4** На экспериментальном графике наблюдаются заметные отклонения от линейной зависимости. Связано это с тем, что точки повеса чашек весов находятся ниже горизонтали, на которой расположена ось вращения. Это приводит к тому, что плечи сил тяжести чашек изменяются при наклоне весов: для поднимающейся чашки - увеличивается, для опускающейся - уменьшается. В этом случае в уравнение (1) следует включать и массы чашек с уравновешивающими грузами.

## Часть 2. Дополнительная стрелка снизу.

2.1 Результаты измерений зависимости отклонения «длинной» стрелки от массы дополнительных грузов приведены в Таблице 2, рядом показан график полученной зависимости.

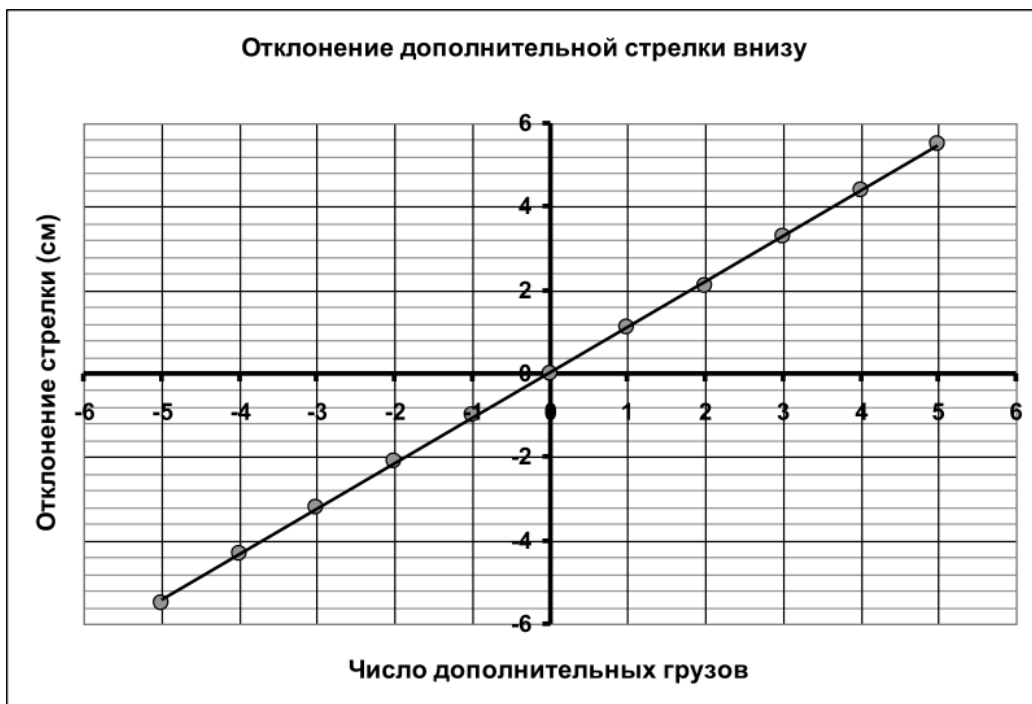


Таблица 2.

| <i>n</i> | <i>x</i> , см |
|----------|---------------|
| -5       | -5,5          |
| -4       | -4,3          |
| -3       | -3,2          |
| -2       | -2,1          |
| -1       | -1,0          |
| 0        | 0             |
| 1        | 1,1           |
| 2        | 2,1           |
| 3        | 3,3           |
| 4        | 4,4           |
| 5        | 5,5           |

2.2 Данная зависимость является практически прямо пропорциональной. Ее коэффициент наклона равен  $K = \frac{\Delta x}{\Delta n} = 1,1 \frac{\text{см}}{\text{штука}}$ , чувствительность весов

$$S = \frac{K}{m_0} = 55 \frac{\text{мм}}{\text{г}}, \quad (6)$$

Что в 2 раза выше, чем без дополнительной стрелки.

**2.3** Наличие палочки приводит к тому, что масса коромысла со стрелкой увеличивается, также увеличивается расстояние от оси вращения до центра масс. Эти факторы приводят к уменьшению чувствительности (см. (2)). Заметим, что угол отклонения в данном случае оказывается меньше, при той же перегрузке.

С другой стороны, существенно возрастает расстояние до шкалы, поэтому увеличивается величина отклонения  $x$ . Так как палочка легкая, но длинная второй фактор (увеличения чувствительности) преобладает.

### Часть 3. Дополнительная горизонтальная стрелка.

3.1 Результаты измерений зависимости отклонения «длинной» стрелки от массы дополнительных грузов приведены в Таблице 3, рядом показан график полученной зависимости.

**Таблица 3.**

| $n$ | $x$ , см |
|-----|----------|
| -5  | -12,1    |
| -4  | -10,8    |
| -3  | -7,8     |
| -2  | -5,2     |
| -1  | -2,5     |
| 0   | 0        |
| 1   | 2,7      |
| 2   | 5,6      |
| 3   | 8,6      |
| 4   | 11,2     |
| 5   | 13,2     |



Полученная зависимость близка к линейной, но при больших углах наблюдаются отклонения от линейной зависимости.

**3.2** Коэффициент наклона и чувствительность весов в этом случае равны

$$K = \frac{\Delta x}{\Delta n} = 2,7 \frac{\text{см}}{\text{штук}}; \quad S = \frac{K}{m_0} = 135 \frac{\text{мм}}{\text{г}}. \quad (7)$$

**3.3** Результаты измерений отклонения стрелки от числа бумажек, помещенных на чашку весов, приведены в таблице 4.

**Таблица 4.**

| $n$ | $x$ , см |
|-----|----------|
| 1   | 0,6      |
| 2   | 0,9      |
| 3   | 1,2      |
| 4   | 1,5      |
| 5   | 1,8      |

Видно, что каждая бумажка площади  $s = 4,0 \text{ см}^2$  увеличивает отклонение стрелки на  $\Delta x = 0,3 \text{ см}$ . Следовательно, масса одной бумажки

$$m_1 = \frac{\Delta x}{S} = 22 \text{ мг} \quad (8)$$

Поэтому поверхностная плотность миллиметровой бумаги составляет

$$\rho = \frac{m_1}{s} = \frac{22 \cdot 10^{-3} \text{ г}}{4,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 55 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}. \quad (9)$$

Для оценки погрешности следует отметить. Что наибольшую погрешность вносит погрешность измерения отклонения стрелки, которая может быть оценена  $\delta x_{\text{пр.}} = 1,0 \text{ мм}$ . Относительная погрешность максимального отклонения (при 5 бумажках)

$$\varepsilon = \frac{1,0}{18} = 0,06. \quad (10)$$

При расчёте плотности использовались только постоянные множители, относительные погрешности которых меньше погрешности измерения отклонения. Поэтому относительная погрешность измерения плотности будет такой же. Следовательно, погрешность измерения плотности оценивается величиной

$$\Delta \rho \approx 3 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}. \quad (11)$$