

-3. Обогрев дома

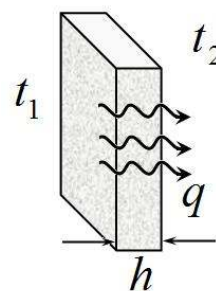
Условие

Задача 9-3. Обогрев дома.

Республика Беларусь тратит значительно количество энергии на обогрев помещений. Экономия ресурсов, затрачиваемых на отопление, является важной государственной проблемой. В данной задаче Вам необходимо рассмотреть некоторые возможности уменьшения расходов на поддержание комфортных температур в жилых помещениях.

При решении задачи вам понадобится закон теплопроводности (сформулированный французским физиком Ш. Фурье). В упрощенной форме он формулируется следующим образом. Пусть одна сторона плоскопараллельной пластины толщиной h поддерживается при постоянной температуре t_1 , а вторая при температуре t_2 . Тогда плотность потока теплоты q через пластину пропорционален разности температур и обратно пропорционален толщине пластины

$$q = \lambda \frac{t_1 - t_2}{h}, \quad (1)$$



Коэффициент пропорциональности зависит только от материала пластины и называется **теплопроводностью** материала.

Плотностью потока теплоты называется количество теплоты, которое перетекает через площадку единичной площади в единицу времени (чтобы избежать путаницы в данной задаче температуру будем обозначать t , а время τ)

$$q = \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta \tau} \quad (2)$$

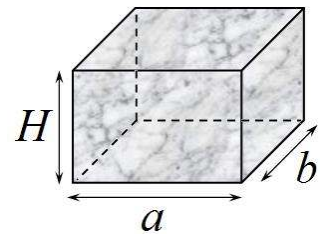
Справочные данные:

	Плотность	Удельная теплоемкость	Теплопроводность
Воздух	$\rho_0 = 1,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$c_0 = 1,0 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\lambda_0 = 2,4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$
Бетон	$\rho_1 = 2,2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$c_1 = 0,92 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\lambda_1 = 1,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$
Утеплитель (стекловата)			$\lambda_2 = 6,0 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$

Примечание. Плотность, теплоемкость и теплопроводность воздуха зависят от температуры и давления. Однако, в данной задаче этими зависимостями следует пренебречь и использовать приведенные в таблице средние значения.

Часть 1. Бетонная коробка.

Основу дома является бетонная коробка, внутренние размеры которой $a \times b \times H = 6,0 \times 6,0 \times 2,5$ м. Толщина стен, пола и потолка равна $h = 20$ см.



1.1 Рассчитайте массу бетона, из которого изготовлена коробка. 1.2 Рассчитайте теплоемкость коробки C_1 . 1.3 Оцените массу воздуха внутри дома и его теплоемкость C_0 .

Теплоемкостью тела C (не путайте с удельной теплоемкостью вещества) называется количество теплоты, которое требуется, чтобы нагреть тело на 1° .

Влиянием окон и дверей на потери теплоты можно пренебречь. Пол и потолок дома хорошо теплоизолированы (потолок поверх слоя бетона, а пол снизу слоя бетона), поэтому потери теплоты проходят только через стены дома.

Часть 2. Обогрев без утеплителя

В данной части задачи рассматриваются возможности обогрева рассмотренного в Части 1. Для обогрева дома используется печь, работающая на дизельном топливе. Коэффициент полезного действия печи приемлем равным 70% (т.е. 30% выделяемой теплоты улетает «в трубу»). Максимальная полезная мощность печи равна $P_0 = 10$ кВт.

2.1 Рассчитайте стоимость ($s_0 \frac{\text{руб}}{\text{Дж}}$) 1 Джоуля теплоты, идущего на нагревание дома.

Плотность дизельного топлива $\rho = 860 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплота его сгорания $q = 43 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$, цена 1 литра топлива 1,2 руб.

2.2 Пусть мощность теплоты идущей на обогрев комнаты равна P , температура наружного воздуха t_0 . Получите формулу для установившейся температуры воздуха внутри дома t_1 .

**Считайте, что температура поверхности стен внутри дома равна t_1 , а снаружи - t_0 . Для передачи теплоты от стен к наружному воздуху температура стены должна быть немного выше, чем температура воздуха. Однако эта разность обычно мала и ею можно пренебречь.*

2.3 Пусть средняя температура наружного воздуха равна $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$. Какова должна быть мощность теплоты P_1 , идущей на обогрев, что бы температура воздуха внутри дома была равна $t_1 = 20^\circ\text{C}$? Рассчитайте стоимость дизельного топлива, которое потребуется на обогрев дома в течение суток.

2.4 Рассмотрим разогрев дома. Пусть начальная температура воздуха в доме и температура стен равна температуре наружного воздуха $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$. Печь разжигают. Рассчитайте: - количество теплоты, которое пойдет на разогрев воздуха в комнате до температуры $t_1 = 20^\circ\text{C}$; - количество теплоты, которое пойдет на нагревание стен, потолка и пола до достижения установившейся температуры; - стоимость «разогрева» дома в рублях. Оцените время разогрева дома до установившейся температуры. Если мощность печи равна максимальной полезной мощности печи $P_0 = 10$ кВт.

Часть 3. Утепление

Пусть теплота перетекает через некоторый слой вещества. На основании закона Фурье можно

записать, что плотность потока теплоты через слой выражается формулой

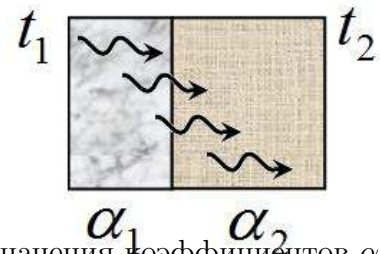
$$q = \alpha \Delta t, \quad (3)$$

где коэффициент α (назовем ее тепловой проводимостью) зависит от материала слоя и его толщины, Δt - разность температур на границах слоя.

3.1 Рассчитайте численное значение коэффициента α для бетонной стены рассматриваемого дома.

3.2 Путь теплота протекает через два параллельных слоя, теплопроводности которых равны α_1 и α_2 . Покажите, что плотность потока теплоты через составной слой может быть записана в виде

$$q = \alpha(t_1 - t_2) \quad (4)$$



Выразите значение коэффициента α для составного слоя, через значения коэффициентов α_1 и α_2 .

Для уменьшения расходов стены дома утепляют, покрывая их слоем утеплителя (стекловаты), толщиной $h_2 = 10$ см.

3.3 Какова должна быть мощность теплоты P_2 , идущей на обогрев дома, чтобы поддерживать внутри постоянную температуру $t_1 = 20^\circ\text{C}$ при температуре наружного воздуха $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$.

3.4 Во сколько раз уменьшаться финансовые расходы на поддержание температуры в доме.

3.5 Оцените время и стоимость «разогрева» утепленного дома от $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$ до установившейся температуры $t_1 = 20^\circ\text{C}$, если включить печь на максимальную полезную мощность $P_0 = 10$ кВт.

3.6 Допустим, что житель города наезжает в свой загородный дом (рассматриваемый в данной задаче) только на выходные дни. Дайте совет — что экономически выгоднее, разогревать дом по приезду в субботу, или поддерживать его установившуюся температуру в течение будних дней?