

-3. Автоколебания

Условие

Задача 11-3. Автоколебания

В данной задаче рассматривается поведение следующего механического устройства. На горизонтальный вал 1 радиуса $r = 2,0$ см насажена муфта 2, к которой жестко прикреплен стержень 3, на конце которого закреплен массивный шарик 4. Шарик, стержень и муфту будем называть маятником. Масса шарика m значительно больше массы стержня и муфты. Расстояние от оси вала до центра шарика равно $l = 8,0$ см. Шарик можно рассматривать как материальную точку. Между муфтой и валом существует небольшой зазор.

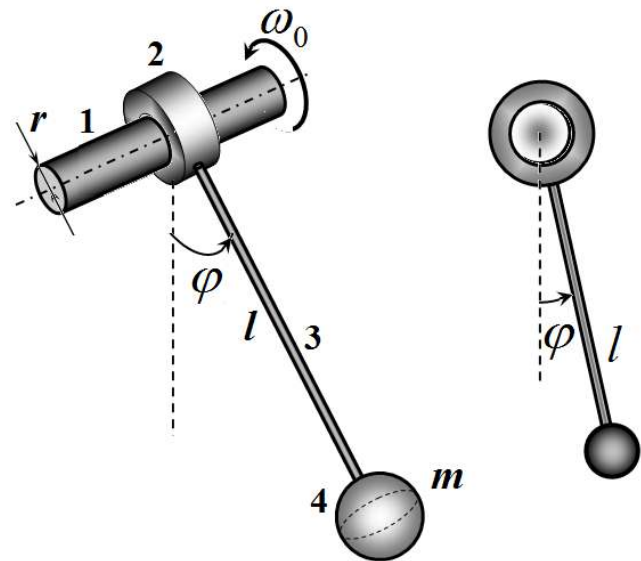
Вал может вращаться с постоянной угловой скоростью ω_0 вокруг своей оси.

Коэффициент трения покоя между муфтой и валом равен $\mu_0 = 0,80$, коэффициент трения скольжения $\mu = 0,60$. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Положение стержня будем задавать углом его отклонения от вертикали φ .

В приближении малых колебаний применимы приближенные формулы

$$\sin \varphi \approx \varphi, \quad \cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$$



Часть 1. Вал неподвижен, трения нет!

В данной части задачи рассмотрим поведение стержня на неподвижном валу, при условии, что трение пренебрежимо мало.

1.1 Чему равен период малых свободных колебаний стержня?

1.2 Стержень отклонили на угол $\varphi_0 = 30^\circ$ от вертикали и отпустили. Запишите закон движения стержня, то есть зависимость угла отклонения от времени $\varphi(t)$. Запишите зависимость угловой скорости движения стержня от времени $\omega(t)$.

*Отклонение в 30° можно считать малым.

1.3 Постройте схематически фазовую диаграмму движения стержня.

Фазовой диаграммой называется кривая, описывающая зависимость угловой скорости от угла отклонения $\omega(\varphi)$.*

Часть 2. Вал неподвижен, трение есть!

В данной части задачи по-прежнему вал неподвижен, но учитываем силу трения, действующую между валом и муфтой. Можно считать, что модуль силы трения в процессе малых колебаний стержня остается постоянным.

2.1 Укажите максимальный угол отклонения стержня, при котором он еще может находиться в состоянии покоя.

2.2 Стержень отклонили на угол $\varphi_0 = 30^\circ$ от вертикали и отпустили. Найдите угол отклонения стержня в момент следующей остановки.

2.3 Нарисуйте схематическую фазовую траекторию движения маятника в этом случае.

Часть 3. Вал вращается, трение есть!

Рассмотрим поведение маятника на вращающемся валу с относительно небольшой скоростью

3.1 Определите на какой максимальный угол может отклониться маятник при вращении вала под действием силы трения покоя.

3.2 Определите положение равновесия маятника, при условии, что муфта проскальзывает по валу.

3.2 Качественно опишите процесс движения маятника. Покажите, что маятник будет колебаться. На каком этапе его движения он будет получать энергию, чтобы компенсировать потери на трение? Постройте схематически фазовую траекторию движения маятника в этом случае.