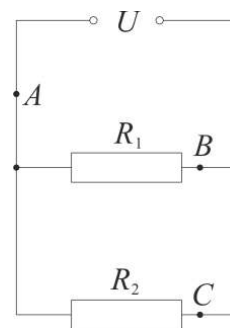


Условие

Задание 2. «Made in China».

Юный экспериментатор Федя с очень большой точностью знает сопротивления резисторов R_1 и R_2 , включенных в схему, как показано на рисунке, причем $R_2 > R_1$. Сопротивления подводящих проводов в схеме пренебрежимо малы. Незвестное, но постоянное напряжение на клеммах U Федя планирует рассчитать по закону Ома для участка цепи, измерив силу тока чувствительным амперметром, который экспериментатор считает идеальным. В какой точке цепи (A , B или C) Феде необходимо подключить измерительный прибор, чтобы рассчитанное им напряжение оказалось «наиболее правильным»?



Решение

Задание 2. «Made in China».

Напряжение на клеммах U , рассчитанное Федей по формулам, при высокой точности расчетов будет отличным от истинного по той причине, что амперметр также обладает некоторым сопротивлением R_a . В случае подключения амперметра в точке A цепи Федя будет рассчитывать напряжение по формуле:

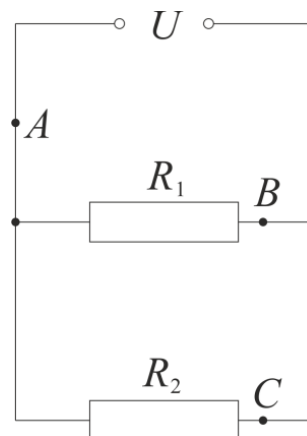
$$U^A = I_a^A \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Где I_a^A – сила тока через амперметр в случае A . В то же время «настоящее» напряжение на клеммах равно:

$$U^{real} = I_a^A \left(R_a + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

В случае подключения амперметра в точке B эти напряжения будут равны:

$$U^B = I_a^B R_1 \quad U^{real} = I_a^B (R_1 + R_a)$$



В случае точки C :

$$U^C = I_a^C R_2 \quad U^{real} = I_a^C (R_2 + R_a)$$

Отличия напряжения, рассчитанного Фейдей от истинного в каждом случае равно:

$$\Delta U^A = I_a^A R_a = R_a \frac{U^{real}}{R_a + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = U^{real} R_a \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_a + R_2 R_a + R_1 R_2}$$

$$\Delta U^B = I_a^B R_a = U^{real} R_a \frac{1}{R_1 + R_a}$$

$$\Delta U^C = I_a^C R_a = U^{real} R_a \frac{1}{R_2 + R_a}$$

Все выражения записаны через сопротивления и напряжение U^{real} , так как эти величины одинаковы для всех трех подключений A , B и C . Можно отметить, что случаи B и C отличаются лишь заменой R_1 на R_2 , то есть результаты всех вычислений для одного из них будет легко перенести на другой. Поэтому, прежде всего, сравним погрешности Федейных расчетов в случаях A и B .

Наиболее точный результат даст то положение амперметра в цепи, для которого соответствующее ΔU будет меньше. Для того, чтобы сравнить ситуации A и B вычтем одно отклонение ΔU из другого:

$$\begin{aligned} \Delta U^A - \Delta U^B &= U^{real} R_a \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_a + R_2 R_a + R_1 R_2} - \frac{1}{R_1 + R_a} \right) = \\ &= U^{real} R_a \frac{R_1^2 + R_1 R_a + R_1 R_2 + R_2 R_a - R_1 R_a - R_2 R_a - R_1 R_2}{(R_1 R_a + R_2 R_a + R_1 R_2)(R_1 + R_a)} = \\ &= U^{real} R_a \frac{R_1^2}{(R_1 R_a + R_2 R_a + R_1 R_2)(R_1 + R_a)} > 0 \end{aligned}$$

Как видно, разница положительна, то есть $\Delta U^A > \Delta U^B$. Аналогично можно получить $\Delta U^A > \Delta U^C$. Наконец, сравнивая между собой ΔU^B и ΔU^C , замечаем, что они отличаются только знаменателем, причем знаменатель в ΔU^C больше, так как $R_2 > R_1$. Получаем, что минимальное отклонение рассчитанного напряжения от действительного ΔU , то есть «наиболее правильное» измерение, реализуется при подключении амперметра в точке C .