

Условие

Задача 2 «Тянем резину»

В данной задаче необходимо экспериментально исследовать упругие свойства резинового жгута, в качестве которого используется рыбацкая резинка. Деформации такой резины не подчиняются закону Гука, но общие законы статики выполняются и в этом случае.

Приборы и оборудование: Резинка рыбацкая с петлями, набор грузов 6х100 г, измерительная лента, кнопка канцелярская.

В ходе измерений можно держать резинку с грузами и измерительную ленту в руках, а можно подвесить их на кнопку, закрепленную на торце стола.

Параллельное соединение.

1.1 Подвесьте резинку вертикально за один из концов, на второй конец подвешивайте грузы. Исследуйте зависимость удлинения резины Δl_1 от массы подвешенных грузов m .

1.2 Согните резинку вдвое и подвесьте сдвоенную резину вертикально. К середине сдвоенной резинки подвешивайте грузы. Измерьте зависимость удлинения сдвоенной резинки Δl_2 от массы подвешенных грузов.

1.3 Постройте на одном бланке графики полученных зависимостей $\Delta l_1(m)$, $\Delta l_2(m)$. Для каждой зависимости укажите диапазон масс грузов, в котором деформация резины приблизительно пропорциональна приложенной силе. Определите коэффициенты жесткости резинок в этих диапазонах.

1.4 Полученные зависимости, естественно, различаются, так как изменяются геометрические параметры резинок. Однако, можно ввести такие характеристики деформации резины и приложенной силы, что полученные зависимости будут одинаковыми и характеризовать свойства самой резины. Определите эти характеристики и на основании полученных экспериментальных данных (п.1.1 и п.1.2) покажите универсальность введенной вами зависимости.

1.5 Закрепите резинку вертикально за оба конца. Теперь грузы прикрепляйте в точке, которая делит резинку в пропорции 2:3 (см. Рис.) Для крепления грузов завяжите на резинке петлю из нитки. Естественно при таком креплении сначала будет растягиваться одна часть резинки, а затем обе. Измерьте зависимость удлинения такой системы от массы приложенных грузов.

1.6 Используя результаты, полученные в п.1.4 постройте график теоретической зависимости удлинения резинки описанной в п.1.5 от массы подвешенных грузов. Не забудьте кратко описать методику расчета теоретической зависимости. На этот же график нанесите экспериментальные точки, получены при измерениях в п.1.5.



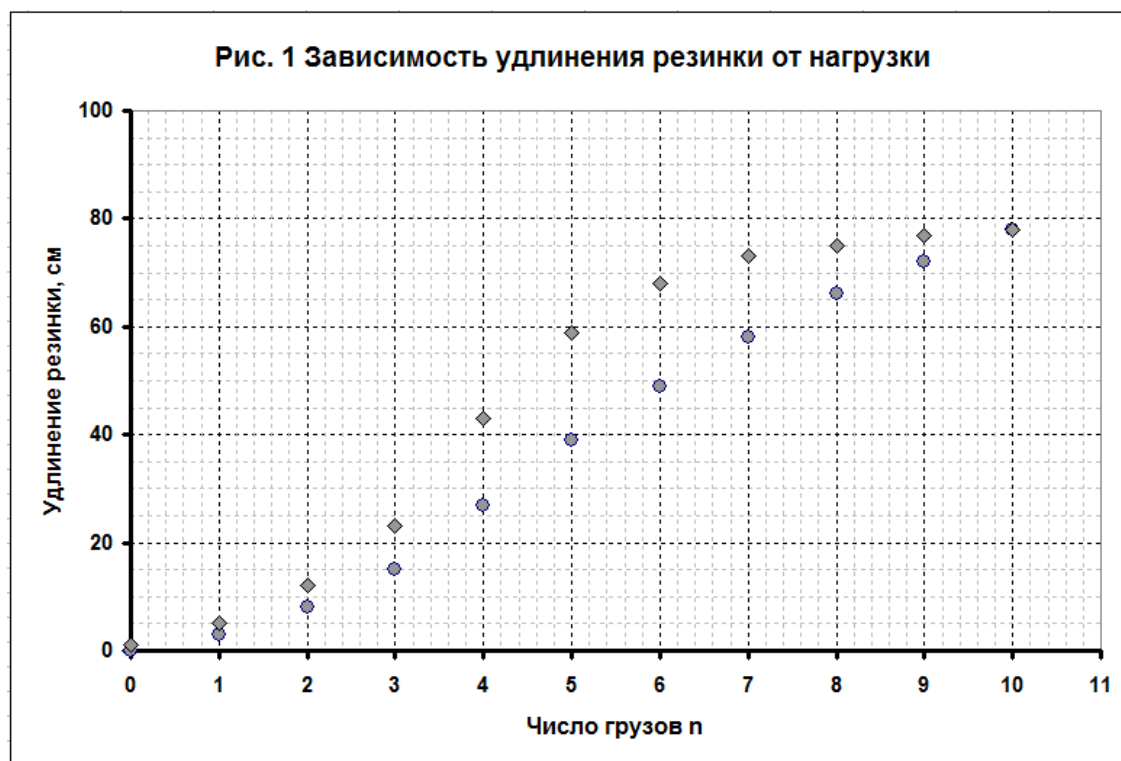
Решение

Задача 10-2 Тянем резину

1.1 Результаты измерений зависимости удлинения резинки от числа подвешенных грузов при нагрузке и разгрузке приведены в таблице 1. На рис. 1 приведен график полученной зависимости.

Таблица 1. Удлинение одинарной резинки.

	<i>Нагрузка</i>		<i>Разгрузка</i>	
n	l , см	dl , см	l , см	dl , см
0	22	0	23	1
1	25	3	27	5
2	30	8	34	12
3	37	15	45	23
4	49	27	65	43
5	61	39	81	59
6	71	49	90	68
7	80	58	95	73
8	88	66	97	75
9	94	72	99	77
10	100	78	100	78



Заметные различия в двух кривых объясняются остаточными деформациями резины.

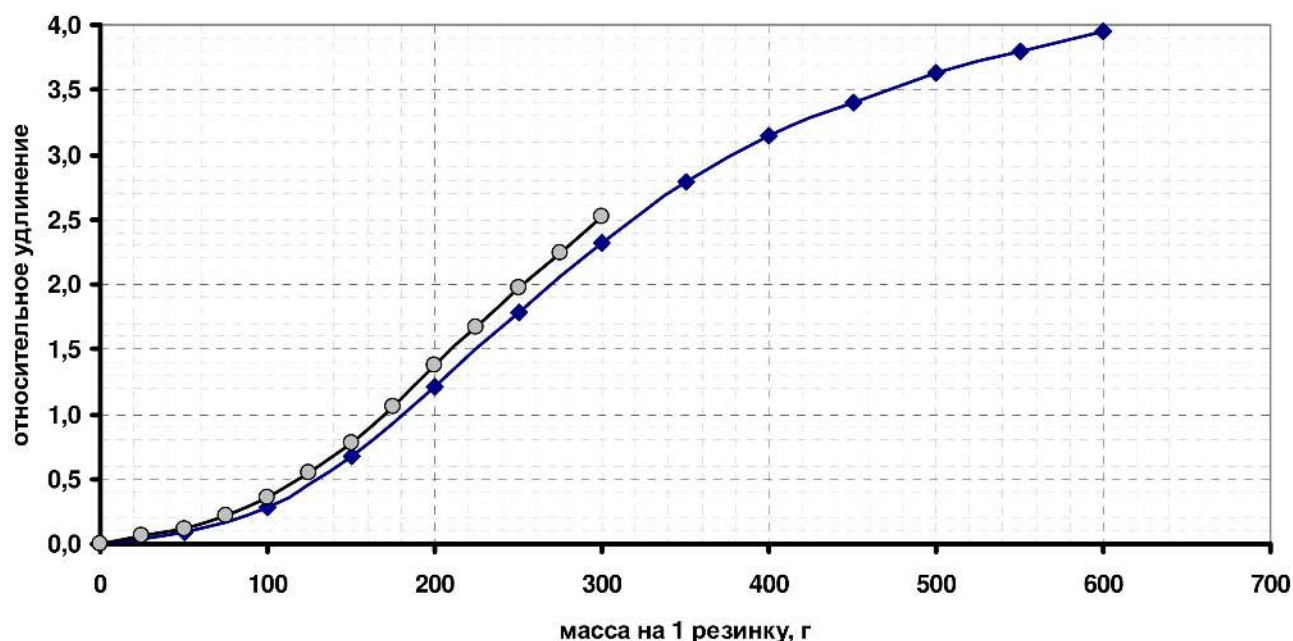
1.2 В качестве независимых от геометрических размеров параметров можно выбрать¹ относительное удлинение $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ и массу, приходящуюся на одну резинку $\mu = \frac{m}{j}$. В Таблице 2 приведены результаты измерений удлинения одинарной и двойной резинок, их относительные удлинения, отношение массы подвешенных грузов к числу резинок.

Таблица 2. Сравнение одинарное и двойной резинок.

Одинарная резинка				Двойная резинка			
$\mu = \frac{m}{1}, \text{Г}$	$l, \text{см}$	$\Delta l, \text{см}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$	$\mu = \frac{m}{2}, \text{Г}$	$l, \text{см}$	$\Delta l, \text{см}$	$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$
0	31,5	0	0,000	0	15,00	0,00	0,000
50	34,5	3	0,095	25	16,00	1,00	0,067
100	40,3	8,8	0,279	50	16,80	1,80	0,120
150	52,7	21,2	0,673	75	18,30	3,30	0,220
200	69,8	38,3	1,216	100	20,40	5,40	0,360
250	87,8	56,3	1,787	125	23,20	8,20	0,547
300	104,7	73,2	2,324	150	26,70	11,70	0,780
350	119,2	87,7	2,784	175	30,90	15,90	1,060
400	130,5	99	3,143	200	35,70	20,70	1,380
450	138,8	107,3	3,406	225	40,00	25,00	1,667
500	146	114,5	3,635	250	44,60	29,60	1,973
550	151	119,5	3,794	275	48,70	33,70	2,247
600	155,9	124,4	3,949	300	52,90	37,90	2,527

На рис. 2 приведены графики полученных зависимостей – они практически совпадают.

Рис. 2 Зависимость относительного удлинения от приведенной массы



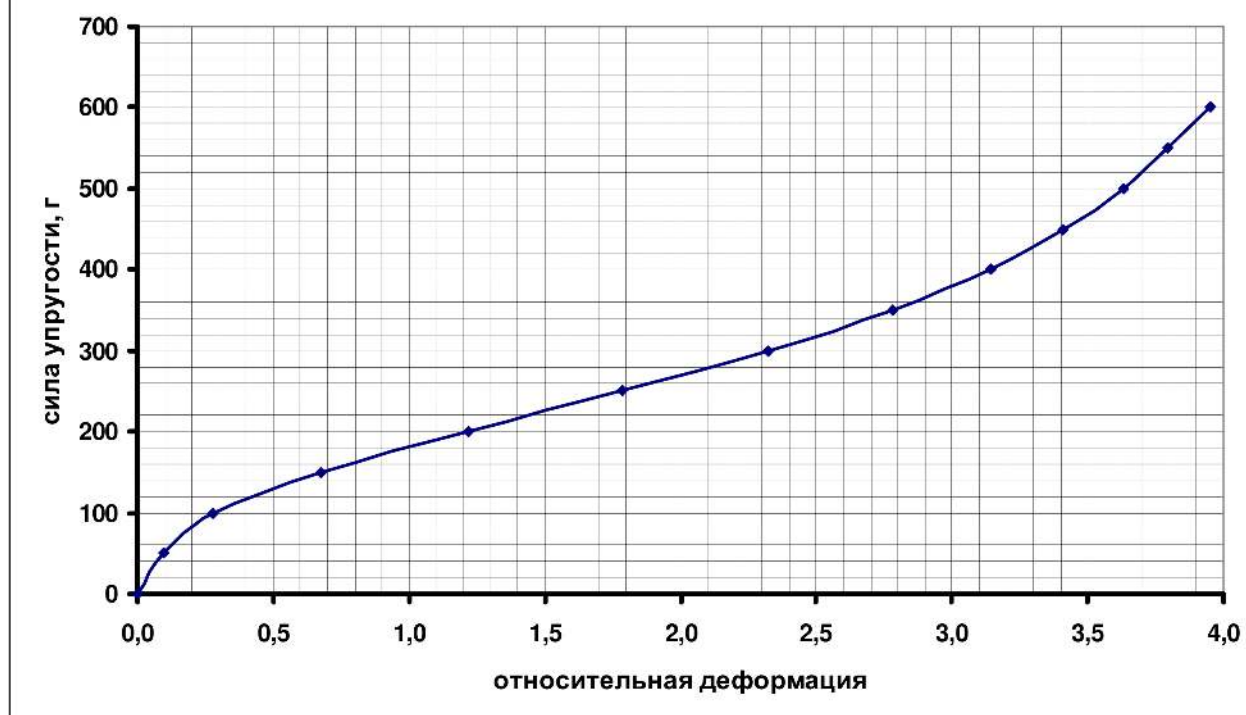
¹ Традиционно при описании упругих свойств рассматривают зависимость относительной деформации от механического напряжения. Однако в данном случае площадь поперечного сечения, во-первых, изменяется, во-вторых, не известна. Помимо использованной здесь величины можно рассматривать как равноценные: силы тяжести, деленная на число резинок, число грузов, деленное на число резинок.

1.4 -1.5 Для расчета теоретической зависимости удлинения от приложенной силы проще рассчитать обратную зависимость: суммарной силы упругости от деформации. Пусть длина меньшей части резинки равна l_1 (в наших измерениях 12 см), а длина большей l_2 (в наших измерениях 18 см). Пусть удлинение сдвоенной резинки равно Δl . Очевидно, что оно совпадает с удлинением меньшей части резинки $\Delta l_1 = \Delta l$. Удлинение большей части рассчитывается по формуле

$$\Delta l_2 = \Delta l - (l_2 - l_1) \quad (1)$$

Если в расчетах по этой формуле получается отрицательная величина, то ее следует положить равной нулю (т.к. резинка еще не деформирована). Далее следует рассчитать относительные деформации каждой частей резинок.

Рис. 3 Зависимость силы упругости от относительной деформации



Затем с помощью тщательно построенного графика зависимости силы упругости от относительной деформации (по данным таблицы 2 (рис. 3) можно найти значения сил упругости каждой из частей резинок. Сумма этих сил равна приложенной силе тяжести. Формально эта процедура описывается формулой

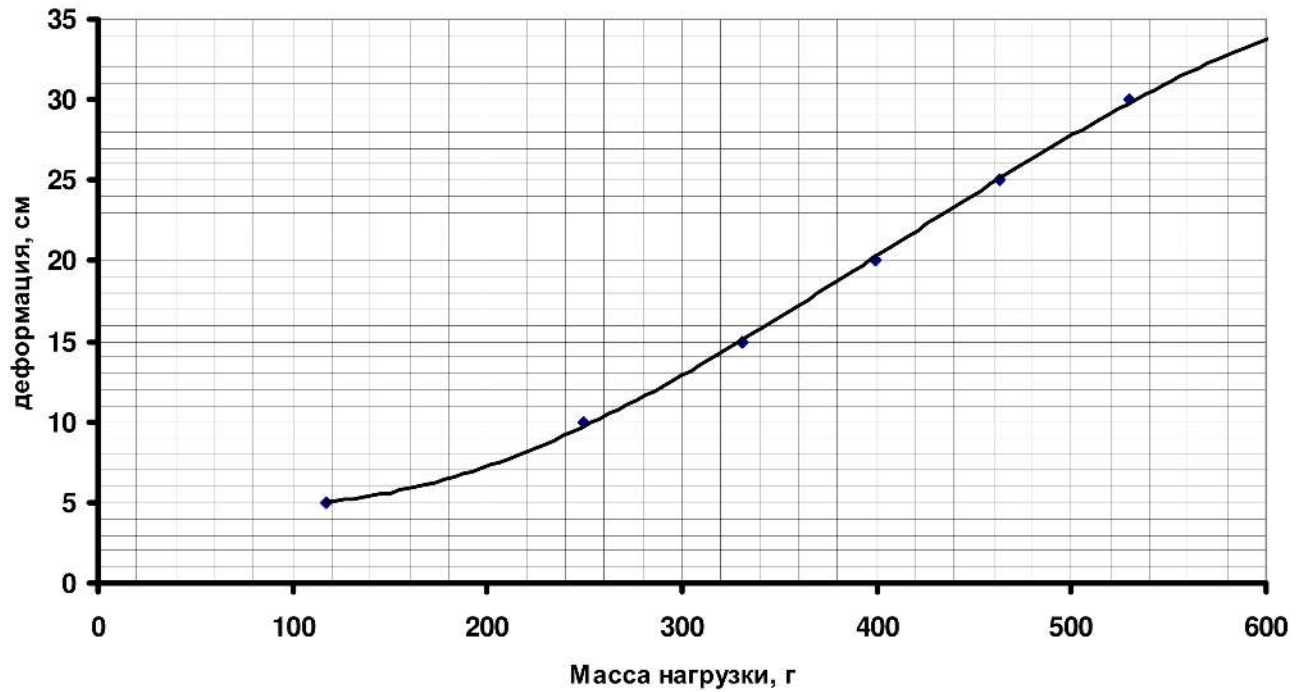
$$F = f\left(\frac{\Delta l}{l_1}\right) + f\left(\frac{\Delta l - (l_2 - l_1)}{l_2}\right) \quad (2)$$

Где $f(\varepsilon)$ - экспериментальная зависимость силы упругости одной резинки от ее относительной деформации. Результаты расчетов зависимости $F(\Delta l)$ приведены в Таблице 3 и на рис. 4

Таблица 3.

dl, см	eps1	eps2	F ₁	F ₂	F,г
5	0,42	-0,06	117	0	117
10	0,83	0,22	165	84	249
15	1,25	0,50	203	128	331
20	1,67	0,78	239	160	399
25	2,08	1,06	278	185	463
30	2,50	1,33	319	210	529
35	2,92	1,61	368	421	790

Рис. 4 Зависимость деформации резинки 2:3 от нагрузки



Результаты измерений оказываются близкими к рассчитанной зависимости.