

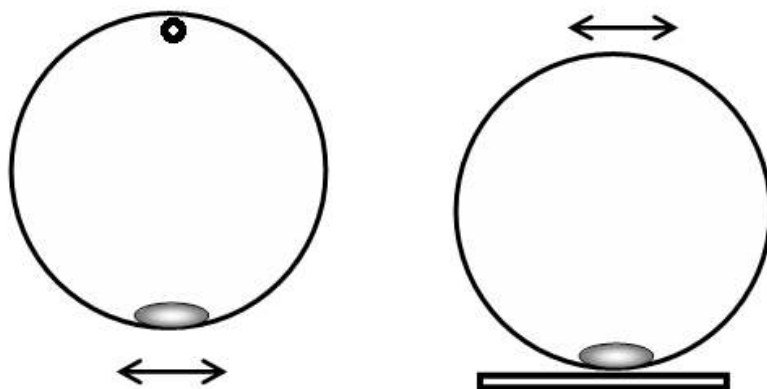
Условие

Задание 2. Придумай формулу сам!

Вам необходимо исследовать колебания пластикового кольца. Так как колебательное движение вы еще не изучали, то вы свободны от теоретических измышлений!

Оборудование: пластиковое кольцо, пластилин, 5 канцелярских кнопок, подвес, подставка, секундомер.

Закрепите на внутренней поверхности кольца кусочек пластилина, в который можно втыкать канцелярские кнопки. Исследуйте зависимости периодов колебаний подвешенного кольца и кольца, колеблющегося по горизонтальной поверхности от числа кнопок, воткнутых в пластилин.



В обоих случаях период колебаний может быть описан формулой

$$T = CR^{\alpha}g^{\beta}\left(\frac{m}{m_0}\right)^{\gamma} \quad (1)$$

R - радиус кольца, g - ускорение свободного падения, m - масса кольца, m_0 - масса груза на его внутренней поверхности.

1.1 Параметры α и β определите методом размерностей.

1.2 На основании экспериментальных данных определите показатель степени γ для двух типов колебаний. Свои выводы обоснуйте графически.

Решение

Задание 10-2. Придумай формулу сам!

1.1 Параметры α и β определите методом размерностей. Чтобы размерности в формуле

$$T = CR^\alpha g^\beta \left(\frac{m}{m_0} \right)^\gamma \quad (1)$$

Совпадали, необходимо, чтобы она имела вид

$$T = C \left(\frac{m}{m_0} \right)^\gamma \sqrt{\frac{R}{g}} \quad (2)$$

Т.е. $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = -\frac{1}{2}$.

1.2 .1 Колебания подвешенного колечка.

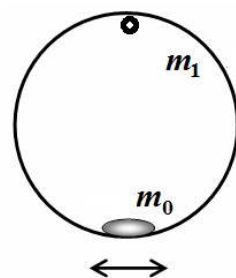
В этом случае эксперимент вполне однозначно показывает, что период колебаний не зависит от числа использованных кнопок. Поэтому в этом случае $\gamma = 0$.

Примечание не для участников.

Этот неожиданный вывод может быть строго обоснован теоретически. Используя формулу для периода колебаний физического маятника, получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 R^2 + 4m_0 R^2}{g(m_1 R + 2m_0 R)}} = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}},$$

Здесь J - момент инерции маятника относительно точки подвеса, a - расстояние от точки подвеса до центра масс маятника, m_1 - масса кольца, m_0 - масса груза.



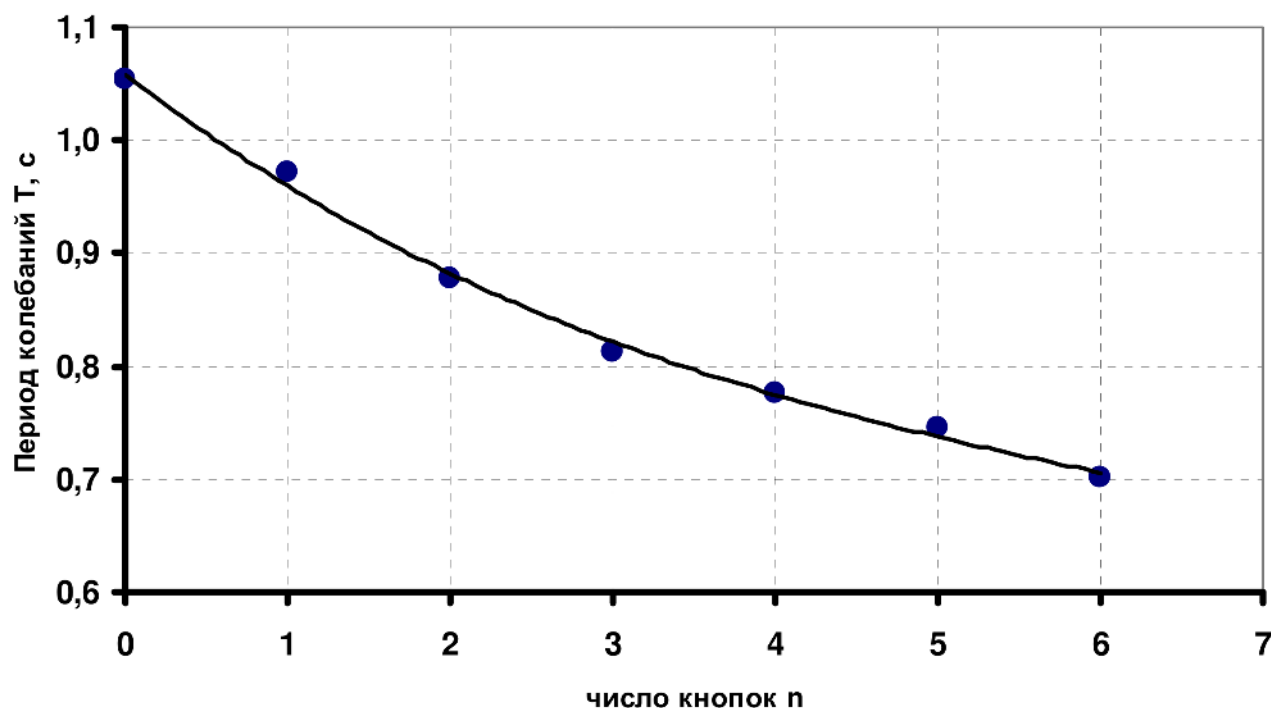
1.2.2 Колебания колечка на горизонтальной поверхности.

В этом случае наблюдается зависимость периода колебаний. Результаты измерений зависимости периода колебаний T от числа использованных кнопок n приведены в таблице и на графике. Указаны времена измерений трех периодов колебаний и среднее значение периода.

Таблица 1.

n	$(3T)_2$, с	$(3T)_3$, с	$(3T)_3$, с	$\langle T \rangle$, с	$\langle T \rangle^{-2}$, с ⁻²
0	3,18	3,14	3,16	1,053333	0,901
1	2,95	2,86	2,93	0,971111	1,060
2	2,62	2,60	2,68	0,877778	1,297
3	2,44	2,49	2,39	0,813333	1,511
4	2,32	2,31	2,35	0,775556	1,662
5	2,20	2,25	2,26	0,745556	1,799
6	2,12	2,09	2,11	0,702222	2,027

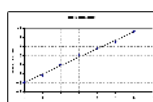
Зависимость периода колебаний от числа кнопок

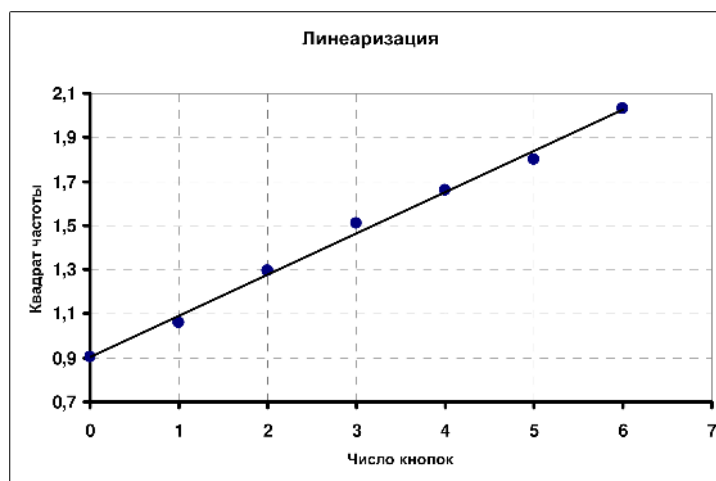


Зависимость периода колебаний от числа кнопок

Хорошо видно, что период колебаний убывает при увеличении числа кнопок (при возрастании массы груза). На основании данного графика можно предположить, что убывание обратно пропорционально корню квадратному из массы груза, т.е. что он описывается формулой

$$T = C \sqrt{\frac{R}{g}} \cdot \sqrt{\frac{m}{m_0}}. \quad (3)$$





Для проверки данного предположения можно построить график зависимости T^{-2} от числа кнопок n . Если высказанное предположение справедливо, то данная зависимость должна быть линейной, т.е. иметь вид

$$T^{-2} = A(m_{\text{пласт.}} + n \cdot m_{\text{кнопки}}). \quad (4)$$

График этой зависимости показан на рисунке, он вполне линеен, что подтверждает высказанное предположение $\gamma = \frac{1}{2}$.

² Еще более разумно использовать резистор с меньшим сопротивлением, для чего можно соединить параллельно резисторы r и r .