

Условие

Задание 1. Что изучает физика?

Все науки делятся на две части – физика и коллекционирование марок! Э. Резерфорд

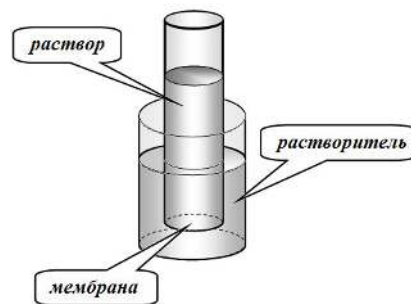
1.1 Ботаника – раздел физики!

Как влага из земли от корней высоких деревьев достигает кроны? Как хрупкие цветы взламывают асфальт? Как создается давление такое высокое давление?

Одной из возможных причин являются капиллярные эффекты.

1.1.1 Рассчитайте, на какую высоту может подняться вода по тонкой трубке диаметром $d = 1,0 \cdot 10^{-5}$ мм. Каков должен быть диаметр волокна древесины, чтобы под действием капиллярных сил вода могла подняться на высоту $h = 100$ м?

Вторым и основным механизмом создания высоких давлений в клетках является **осмос** – диффузия вещества (обычно растворителя) через полупроницаемую мембрану, разделяющую раствор и чистый растворитель, или два раствора разных концентраций. Если молекулы растворителя могут проникать через мембрану, а молекулы (или ионы) растворенного вещества нет, то в растворе создается избыточное давление, которое называется осмотическим. При не слишком высоких концентрациях растворов величина осмотического давления определяется по формуле



$$p = nkT \quad (1)$$

где n – концентрация молекул (ионов) растворенного вещества, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура (для оценок можете принять $T = 300\text{K}$).

1.1.2 Оболочка корней растений служит полупроницаемой мембраной. Оцените, на какую высоту может подняться вода под действием осмотического давления. Считайте, что в почве вода является чистой, внутри растения создается раствор поваренной соли (NaCl) с содержанием 20 г соли на 1 л воды.

Молярная масса натрия $M_{\text{Na}} = 23 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, хлора $M_{\text{Cl}} = 35,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

1.2 Метеорология – раздел физики!

При охлаждении влажного воздуха возможно образование тумана. Днем температура воздуха равнялась 25°C , а влажность $\eta = 80\%$. Вечером температура воздуха понизилась до 18°C . Оцените, какое количество теплоты выделится при образовании тумана на территории Минска. Оцените также, стоимость этой энергии, если по нынешним расценкам 1 Гигакалория (10^9 кал) тепловой энергии стоит 80 тыс. бел. руб.

Считайте, что форма города есть круг. Длина Минской окружной дороги $l = 56\text{км}$. Высоту слоя тумана примите равной $h = 100\text{м}$.

Необходимы справочные данные приведены на с. 6

Решение

Задание 1. Что изучает физика?

1.1 Ботаника – раздел физики!

1.1.1 Приравнивая лапласовское давление к гидростатическому давлению, создаваемому столбом жидкости в капилляре, получим уравнение

$$\frac{4\sigma}{d} = \rho gh. \quad (1)$$

Из этого уравнения следует, что высота поднятия жидкости равна

$$h = \frac{4\sigma}{d\rho g} = \frac{4 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-5} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8} = 3,0 \text{ м}. \quad (2)$$

Также из уравнения (1) следует, что вода поднимается на искомую высоту при диаметре капилляра равном

$$d = \frac{4\sigma}{\rho gh} = \frac{4 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 100} = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}. \quad (3)$$

Из полученных оценок следует, что секвойи не могут себя обеспечить питанием с помощью капиллярных сил.

1.1.2 Оболочка корней растений служит полупроницаемой мембраной. Оцените, на какую высоту может подняться вода под действием осмотического давления. Считайте, что в почве вода является чистой, внутри растения создается раствор поваренной соли ($NaCl$) с содержанием 1 г соли на 1 л воды.

Молярная масса натрия $M_{Na} = 23 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$, хлора $M_{Cl} = 35,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

1.1.2 Для расчета осмотического давления найдем концентрацию ионов в растворе поваренной соли при заданном ее содержании в растворе:

$$n = 2 \frac{m}{V(M_{Na} + M_{Cl})} N_A \quad (4)$$

Следовательно, осмотическое давление равно

$$p = nkT = 2 \frac{m}{V(M_{Na} + M_{Cl})} N_A kT = 2 \frac{m}{V(M_{Na} + M_{Cl})} RT. \quad (5)$$

Приравнивая его к гидростатическому давлению столба воды ρgh , получим

$$h = 2 \frac{m}{V(M_{Na} + M_{Cl}) \rho g} RT = 2 \frac{20}{(23 + 35,5) \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} 8,31 \cdot 300 = 87 \text{ м.} \quad (6)$$

Отметим, что помимо поваренной соли в жидкой среде клеток растений содержатся и другие компоненты, которые еще больше могут повысить осмотическое давление.

1.2 Метеорология – раздел физики!

При охлаждении влажного воздуха возможно образование тумана. Днем температура воздуха равнялась 25°C , а влажность $\eta = 80\%$. Вечером температура воздуха понизилась до 18°C . Оцените, какое количество теплоты выделится при образовании тумана на территории Минска. Оцените также, стоимость этой энергии, если по нынешним расценкам 1 Гигакалория (10^9 кал) тепловой энергии стоит 80 тыс. бел. руб.

Считайте, что форма города есть круг. Длина Минской окружной дороги $l = 56$ км. Высоту слоя тумана примите равной $h = 100$ м.

Плотность водяных паров можно выразить из уравнения состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}. \quad (1)$$

Выразим плотности водяного пара до начала образования тумана (при влажности η) и после его образования (при 100% влажности):

$$\rho_0 = \frac{\eta p_{25} M}{RT_{25}}, \quad \rho_1 = \frac{p_{18} M}{RT_{18}}. \quad (2)$$

Разность этих плотностей дает массу воды, сконденсировавшейся в единице объема воздуха. Вычислим объем воздушной среды, в которой выпал туман. Записывая выражения для площади круга и длины окружности, получим:

$$l = 2\pi R, \quad S = \pi R^2 = \frac{l^2}{4\pi}. \quad (3)$$

С учетом полученного, находим массу выпавшего тумана

$$m = V \Delta \rho = \frac{l^2 h}{4\pi} \frac{M}{R} \left(\frac{\eta p_{25}}{T_{25}} - \frac{p_{18}}{T_{18}} \right). \quad (4)$$

И количество выделившейся при этом теплоты

$$\begin{aligned}
Q = Lm &= L \frac{l^2 h}{4\pi} \frac{M}{R} \left(\frac{\eta p_{25}}{T_{25}} - \frac{p_{18}}{T_{18}} \right) = \\
&= 2,3 \cdot 10^6 \frac{(56 \cdot 10^3)^2 \cdot 100 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 8,31} \left(\frac{0,8 \cdot 3,17 \cdot 10^3}{273 + 25} - \frac{2,07 \cdot 10^3}{273 + 18} \right) = . \quad (4) \\
&= 1,7 \cdot 10^{14} \text{ Дж} \approx 4 \cdot 10^4 \text{ ГКал}
\end{aligned}$$

Что в «рублевом исчислении составляет $\text{БР} = 4 \cdot 10^4 \cdot 80 \cdot 10^3 = 3,2$ млрд. руб.».