

-1. Отвесим всем! Оборудование

Условие

Задача 9-1. Отвесим всем!

Оборудование: штатив, линейка деревянная 40 см, набор грузов 6х100 г, нитки, отвес.

Подвесьте линейку на двух нитях к лапке штатива, так, чтобы нити и линейка образовывали приблизительно равносторонний треугольник. В точке крепления прикрепите нить отвеса. Привяжите к концам линейки две нитяные петли, так, что бы на них можно было навешивать грузы из набора.

Если на петли подвешивать разное число грузов, то линейка отклоняется от горизонтального положения.

В качестве параметра отклонения используется величина x (в сантиметрах) - расстояние от конца линейки до ее точки пересечения с нитью отвеса (измеряется непосредственно по самой линейке). Длину линейки обозначим L , массы подвешенных грузов - m_1 и m_2 .

Просьба не путать: величина x отсчитывается от точки подвеса груза m_1 .

Часть 1. Очень теоретическая.

В этой части задачи массой линейки следует пренебречь.

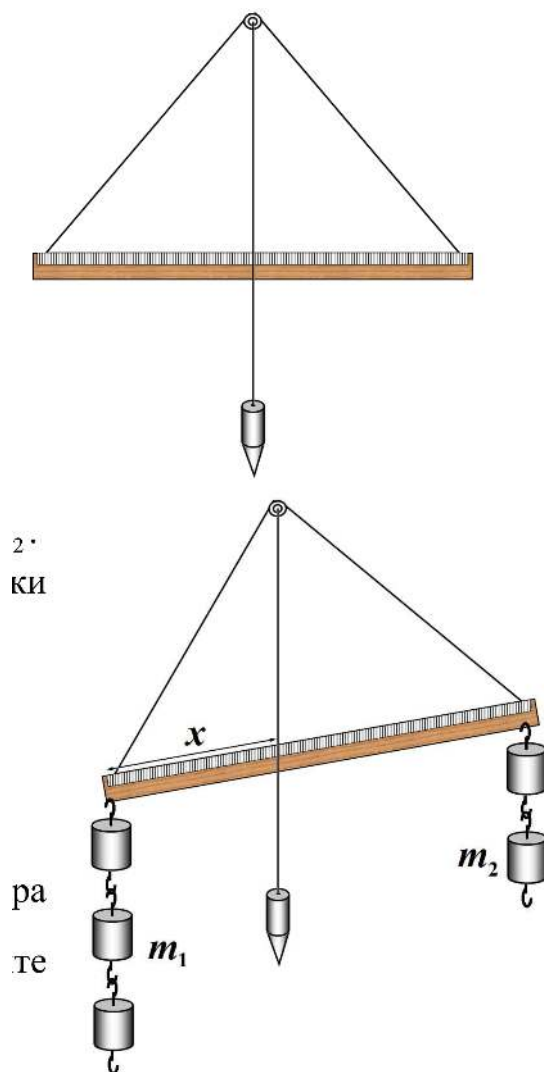
1.1 Найдите зависимость (т.е. выведите формулу) параметра x от отношения масс грузов $K = \frac{m_1}{m_2}$. Постройте схематический график этой зависимости.

Этот график постройте в тетради – миллиметровку используйте для построения графиков экспериментальных зависимостей.

Если вы правильно выполнили задание 1.1, то убедились, что полученная зависимость является нелинейной, поэтому неудобной для использования при анализе экспериментальных данных.

1.2 Предложите какую-нибудь функцию $Z(x)$ от измеряемой величины x , такую, чтобы ее зависимость от отношения масс $K = \frac{m_1}{m_2}$ была линейной. Получите эту зависимость $Z(K)$.

**Постарайтесь, чтобы эта функция $Z(x)$ была как можно проще – Вам предстоит ее рассчитывать!*



Часть 2. Просто экспериментальная.

В вашем распоряжении имеется 6 одинаковых грузов, из них можно составлять различные комбинации, то есть получать различные значения параметров $K = \frac{m_1}{m_2}$.

2.1 Проведите измерения величины x для различных значений m_1 и m_2 .

Постарайтесь, чтобы этих комбинаций было как можно больше. Подсказываем $m = 0$ - это тоже один из возможных вариантов!

В Таблице 1 приведите значения масс подвешенных грузов m_1 и m_2 , их отношение $K = \frac{m_1}{m_2}$, результат измерения x , соответствующее значение придуманной Вами функции $Z_{\text{эксп.}}$, теоретическое значение этой функции $Z_{\text{теор.}}$, рассчитанное с помощью формулы, полученной в п. 1.2.

Таблица 1.

№	m_1	m_2	$K = \frac{m_1}{m_2}$	x	$Z_{\text{эксп.}}$	$Z_{\text{теор.}}$
---	-------	-------	-----------------------	-----	--------------------	--------------------

2.2 Постройте график экспериментальной зависимости $Z_{\text{эксп.}}$ от отношения масс $K = \frac{m_1}{m_2}$. На этом же бланке постройте график теоретической зависимости $Z_{\text{теор.}}(K)$.

2.3 Укажите основные причины расхождений между теоретическими и экспериментальными значениями величины $Z_{\text{теор.}}$.

2.4 Используя полученные данные, оцените массу линейки.

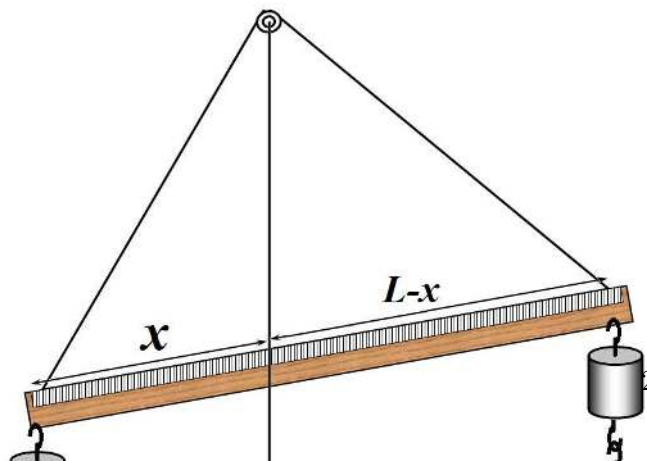
Решение

Задача 9-1. Отвесим всем!

Часть 1. Очень теоретическая.

1.1 Все выкладки существенно упрощаются, если сразу заметить, что нить отвеса в любом случае будет проходить через центр масс линейки с грузами. Пренебрегая массой линейки это условие можно записать в виде

$$m_1 x = m_2 (L - x), \quad (1)$$



где $L = 40$ см - длина линейки. Из уравнения (1) следует искомая зависимость

$$x(K) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L = \frac{1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} L = \frac{1}{K + 1} L. \quad (2)$$

где $K = \frac{m_1}{m_2}$ - отношение масс подвешенных грузов.

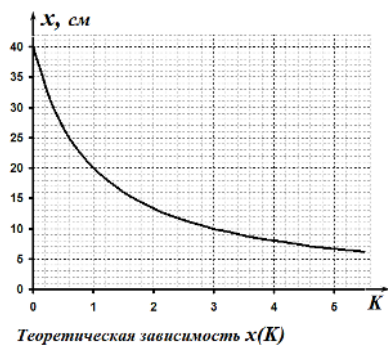


График этой функции показан на рисунке.

Примечание. Очевидна, что эта формула может быть получена и другими способами, например, из условия равенства моментов сил относительно любой точки.*

Из уравнения (1) следует и наиболее простая функция

$$Z(x) = \frac{L - x}{x}. \quad (3)$$

и ее теоретическая зависимость (проще не бывает!) от отношения масс

$$Z_{\text{теор.}}(K) = K. \quad (4)$$

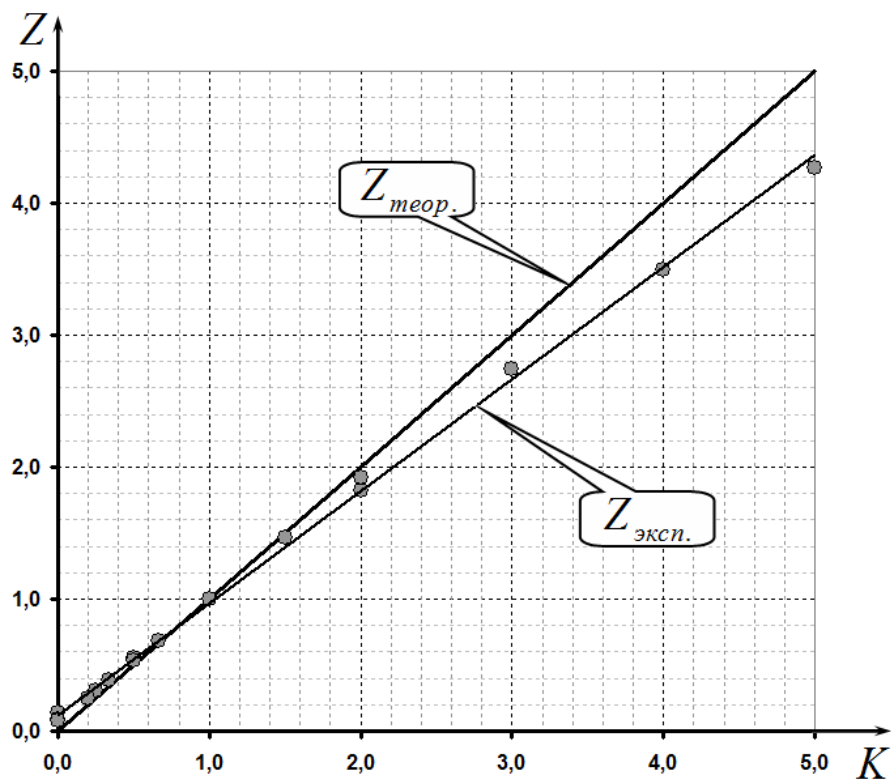
Часть 2. Просто экспериментальная.

2.1 Результаты измерений значения величины x для различных значений m_1 и m_2 , а также необходимые расчеты приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Результаты измерений.

№	m_1	m_2	$K = \frac{m_1}{m_2}$	x , мм	$Z(x) = \frac{L-x}{x}$	$Z_{\text{теор.}}$
1	0	1	0	350	0,143	0,000
2	0	2	0	367	0,090	0,000
3	0	3	0	369	0,084	0,000
4	0	4	0	371	0,078	0,000

6	1	1	1	200	1,000	1,000
7	1	2	0,500	258	0,550	0,500
8	1	3	0,333	288	0,389	0,333
9	1	4	0,25	307	0,303	0,250
10	1	5	0,2	321	0,246	0,200
11	2	1	2	142	1,817	2,000
12	2	2	1	200	1,000	1,000
13	2	3	0,667	237	0,688	0,667
14	2	4	0,5	261	0,533	0,500
15	3	1	3	107	2,738	3,000
16	3	2	1,5	162	1,469	1,500
17	3	3	1	200	1,000	1,000
18	4	1	4	89	3,494	4,000
19	4	2	2	137	1,920	2,000
20	5	1	5	76	4,263	5,000



2.2 Графики экспериментальной и теоретической зависимостей $Z(K)$ показаны на рисунке.

2.3 Видно, что отклонения экспериментальных точек от теоретической зависимости носят систематический характер, поэтому не могут быть оправданы погрешностями измерений (хотя они неизбежны). Очевидно, что основная причина расхождений — пренебрежение массой линейки.

2.4 Измерение массы линейки может быть проведено различными способами. Самый очевидный — прямой расчет координаты центра масс (с учетом массы линейки m_0)

$$x = \frac{m_0 \frac{L}{2} - m_2 L}{m_0 + m_1 + m_2}, \quad (5)$$

Откуда следует формула для расчета массы линейки

$$m_0 = \frac{m_2 L - (m_1 + m_2)x}{x - \frac{L}{2}}. \quad (6)$$

Расчет по этой формуле приводит к достаточно большому разбросу результатов. В результате получено значение (по всем данным) $m_0 = (45 \pm 10)$ г.