

## МОДЕЛЬНЫХ

### Условие

#### Задача 9-1. Подобие и размерность.

1. Трос модели подъемного крана выдерживает максимальную нагрузку в  $N$  «модельных» кирпичей. Все линейные размеры реального крана (и реальных кирпичей) в  $n$  раз больше размеров модельного. Сколько кирпичей сможет поднять кран?
2. Проволоку подключили к источнику постоянного напряжения. Через некоторое время температура проволоки поднялась на  $\Delta t$  градусов выше комнатной. Все линейные размеры проволоки увеличили в  $n$  раз. На сколько градусов нагреется проволока в этом случае?
3. Если на модель круглого батута с радиальной сеткой положить металлический шарик, то сетка провисает на величину  $\Delta h$ . На какую величину провиснет сетка, если все линейные размеры системы (веревки, расстояние между ними и шарика) увеличить в  $n$  раз? Размеры шарика намного больше размеров ячеек сетки батута. Считайте, что при натягивании сетки батута, веревки удлиняются на определенную часть их длины.

### Решение

#### Задача 9-1 Подобие и размерность.

1. Прочность троса подъемного крана пропорциональна площади поперечного сечения. При увеличении модели в  $n$  раз площадь (а значит, и прочность) увеличится в  $n^2$  раз. Масса каждого кирпича увеличивается в  $n^3$  раз. Таким образом, трос выдержит в  $n$  раз меньше кирпичей, т.е.  $N/n$  штук.
2. Мощность выделяемого в проволоке тепла обратно пропорциональна сопротивлению проволоки:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (1)$$

Сопротивление проволоки:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2)$$

При изменении всех размеров  $n$  раз, длина проволок увеличится в  $n$  раз, а площадь поперечного сечения – в  $n^2$  раз. Т.е. сопротивление уменьшится в  $n$  раз, а мощность, наоборот увеличится в  $n$  раз.

Мощность тепловых потерь, в свою очередь, пропорциональна площади боковой поверхности проволоки и разности температур  $\Delta t$  проволоки и окружающей среды. При увеличении

размеров, эта площадь увеличится в  $n^2$  раз. Т.е. при одной и той же разности температур, большая проволока будет остывать в  $n$  раз быстрее.

Таким образом, для установления теплового равновесия, проволоке достаточно нагреться на  $\Delta t/n$  градусов.

3. Масса шарика увеличится в  $n^3$  раз. Поскольку сетка батута имеет радиальную структуру, растягиваются только веревки расположенные вдоль радиусов батута.

При увеличении размеров, площадь поперечного сечения веревок увеличивается в  $n^2$  раз. А значит, во столько же раз увеличивается сила натяжения веревок батута. Величина провисания пропорциональна длине веревки. При одинаковой нагрузке, провисание тем больше, чем длиннее веревка, т.е. постоянным остается относительное удлинение. Отметим, что увеличение расстояния между веревками ничего не меняет

Итого: нагрузка увеличивается в  $n^3$ , а «упругость» батута в  $n^2$  раз. Значит, величина «относительного провисания» увеличится в  $n$  раз. А абсолютное провисание будет еще в  $n$  раз больше, т.е.  $\Delta H = n^2 \Delta h$ .