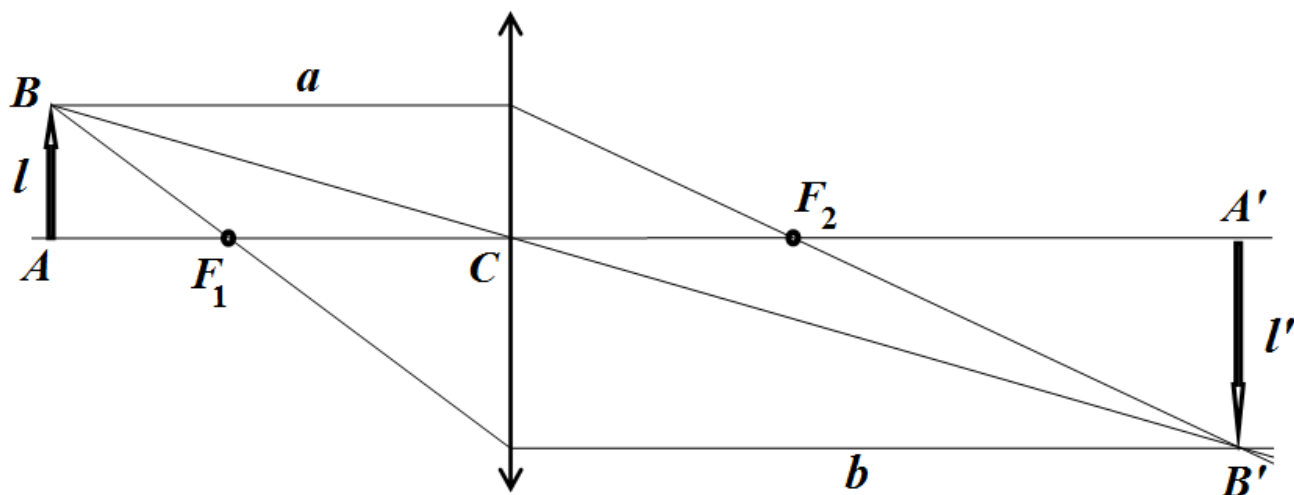


-2 Посмотрим?

Условие

Задача 10-2 Посмотрим?

Два года назад (в 8 классе) Вас учили строить изображения в линзах. Пример такого построения показан на рисунке.



Здесь AB - предмет, который находится на расстоянии $|AC| = a$ от линзы; $A'B'$ - его действительное изображение, которое находится на расстоянии $|CA'| = b$ от линзы. Линейным увеличением называется отношение размера изображения к размеру предмета

$$G = \frac{l'}{l}. \quad (1)$$

Через год (в 11 классе) Вас будут учить рассчитывать положение изображения и его увеличение. В частности Вам попытаются доказать, что расстояния от предмета до линзы и от линзы до изображения связаны соотношением (которое называется формулой линзы):

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}, \quad (2)$$

где $F = |F_1C| = |CF_2|$ - фокусное расстояние линзы.

Сейчас (на олимпиаде) Вам предстоит убедиться, что правила построения и формула линзы, действительно иногда выполняются!

Оборудование: Линза собирающая, лампочка на подставке с источником питания, экран, мира (это пленка с изображением штрихов), линейка, кусок пластилина, шприц одноразовый, вода.

Прежде всего, Вам необходимо научиться получать изображение сетки миры на экране. Для этого расположите линзу, экран, миру (закрепите ее на кусочке пластилина) и лампочку на одной оси. Пучок света от лампочки должен освещать миру. Тень от нее должна попадать на линзу; на экране должно быть четкое изображение штрихов. *Расстояние от миры до линзы должно быть больше фокусного расстояния линзы, иначе Вы не сможете получить четкого изображения.*

Часть 1. Линза.

1.1 Проведите измерения зависимости величины b расстояния от линзы до предмета и увеличения линзы G от величины a - расстояния от линзы до изображения.

Эти измерения удобно проводить следующим образом: установить экран на некотором расстоянии от миры, затем, двигая линзу между ними, добиться четкого изображения. Затем измерить требуемые параметры. Для измерения размера изображения прикрепите на экран кусок миллиметровой бумаги.

1.2 Постройте графики полученных зависимостей $b(a)$ и $G(a)$.

1.3 Для проверки справедливости формулы линзы (2) представьте полученную зависимость $b(a)$ в таком виде, чтобы его легко можно было проверить (график новой зависимости должен быть прямой линией). Постройте этот график, определите с его помощью фокусное расстояние линзы.

1.4 Получите формулу для увеличения линзы $G(a)$. Для проверки представьте эту зависимость в виде удобном для проверки (график новой зависимости должен быть прямой линией). Постройте этот график, определите с его помощью фокусное расстояние линзы.

Часть 2. Капля.

Поместите небольшую каплю воды на кусок пластилина. Для этого верхнюю грань куска пластилина сделайте плоской (или «суперплоской»). Сделайте на ней небольшое (около 1 мм) углубление, которое должно удерживать каплю. Получите на экране увеличенное изображение капли. Найдите разумный компромисс между увеличением и четкостью изображения, укажите значения параметров a, b при которых вы проводили измерения.

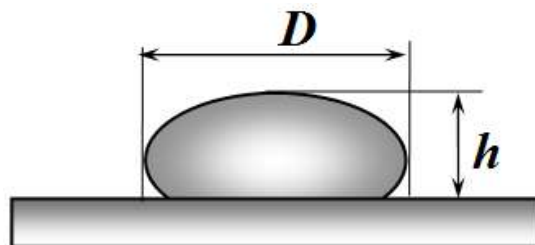
Если Вы проделали первую часть задания, то вам удастся без труда.

Размеры капли вы можете увеличивать, постепенно добавляя воду с помощью шприца. Капля имеет сплюснутую форму.

2.1 Измерьте зависимость высоты капли h от ее горизонтального диаметра D .

2.2 Постройте график полученной зависимости.

2.3 Дайте качественное объяснение полученной зависимости: укажите какие параметры капли влияют на ее форму и каково это влияние.



2.4 Оцените (теоретически, на основании идей, изложенных вами ранее) при каком среднем радиусе капли ее форма может считаться сферической.

Решение

Задача 10-2 Посмотрим?

Часть 1. Линза.

1.1 Из формулы (2) следует, что искомая зависимость должна иметь вид:

$$b = \frac{Fa}{a - F}. \quad (1)$$

Из рисунка, приведенного в условии задачи не сложно увидеть, что увеличений линзы определяется формулой

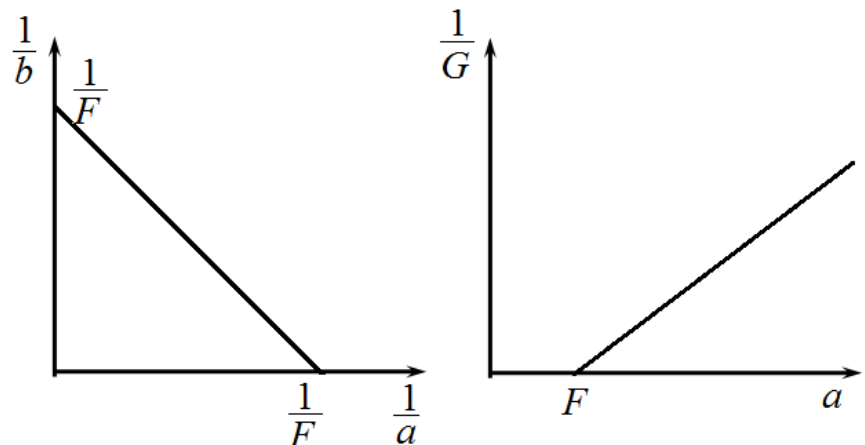
$$G = \frac{l'}{l} = \frac{b}{a} = \frac{F}{a - F}. \quad (2)$$

Эту формулу удобно представить в виде

$$\frac{1}{G} = \frac{a}{F} - 1. \quad (3)$$

1.2 Измерения требуют большой аккуратности. Результаты зависят от предоставленной линзы.

1.3 Для проверки формулы линзы удобно построить зависимость величины $\frac{1}{a}$ от $\frac{1}{b}$. В соответствии с формулой линзы эта зависимость представляется прямой линией, отсекающей на осях координат отрезки длиной $\frac{1}{F}$ (см. рисунок). Следовательно, фокусное расстояние можно определить по длине этих отрезков.



1.4 Если построить график зависимости величины обратной увеличению $\frac{1}{G}$ от расстояния a , то в соответствии с формулой (3), получается прямая линия. Значение фокусного расстояния можно получить, либо как длину отрезка, отсекаемого прямой на оси a , либо (что точнее) как величину обратную коэффициенту наклона прямой (см. рисунок)

Часть 2. Капля.

Измерения проведены при увеличении $G = 8$. В Таблице 1 приведены результаты измерений диаметра D' , и высоты h' изображения капли, а также пересчитанные размеры самой капли.

Таблица 1.

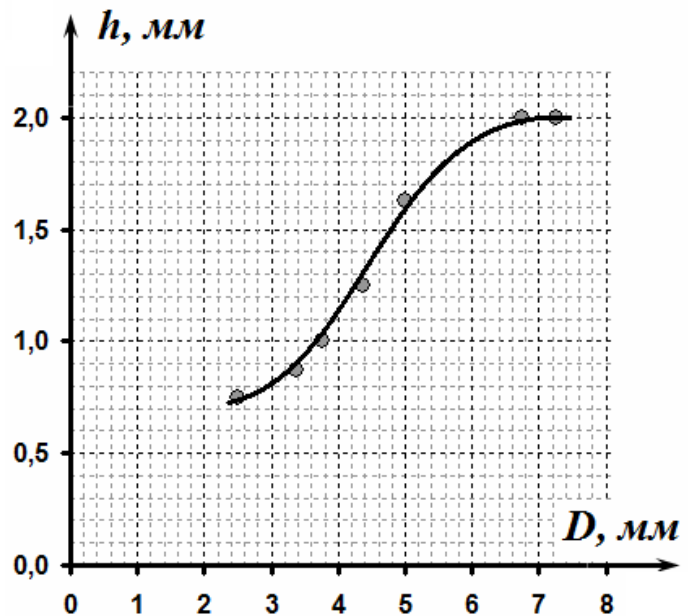
** D' , мм**	** h' , мм**	** D , мм**	** h , мм**
20	6	2,50	0,75
27	7	3,38	0,88
30	8	3,75	1,00
35	10	4,38	1,25
40	13	5,00	1,63
54	16	6,75	2,00
58	16	7,25	2,00

2.3 Форму и размеры капли определяют силы тяжести (которые стремятся сплющить каплю) и силы поверхностного натяжения (которые стремятся придать капле сферическую форму). При малых радиусах преобладают силы поверхностного натяжения, при больших – гравитационные силы. Поэтому с ростом объема капли ее высота стремиться к некоторому стационарному значению.

2.1 По порядку величины необходимую оценку радиуса можно провести, сравнивая гидростатическое давление внутри капли и лапласовское давление

$$2\rho g r \ll \frac{2\sigma}{r} \quad r \ll \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \approx \sqrt{\frac{0,07}{1 \cdot 10^3 \cdot 10}} \approx 3 \text{ мм}.$$

Однако, в приведенных данных эта область не достигается. Заметим, что измеренная предельная высота капли близка к этому значению.



¹ Допустимо применять МНК и к зависимости $x(t)$, также пропустив первую точку.