

-1 Как по маслу! Оборудование

Условие

Задача 10-1 Как по маслу!

Оборудование: трубка пластиковая известного диаметра, стержень металлический известного диаметра, кусочек пластилина, мензурка со шкалой, линейка.

В данной задаче необходимо, в очередной раз, проверить закон Архимеда и с его помощью измерить плотность масла и стали.

Плотность воды считайте равной $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Порядок выполнения и задания.

Вставьте металлический стержень в нижний торец трубки. Если он не слишком плотно примыкает к трубке, то заделайте зазор пластилином, так, чтобы внутрь трубки не попадала вода.

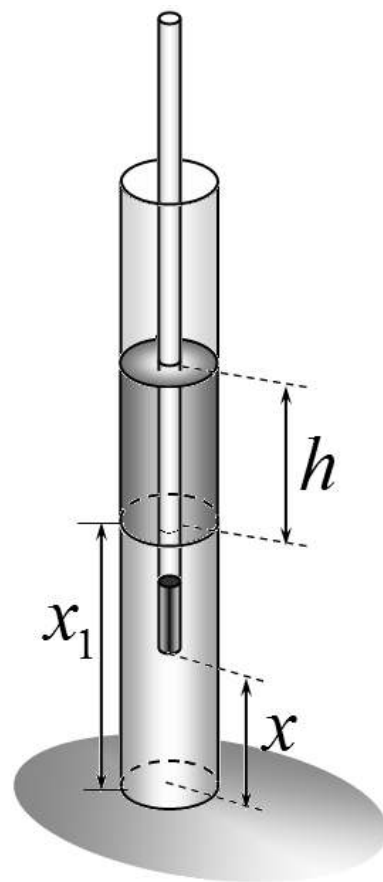
Для повышения точности измерений прикрепите к мензурке с помощью скотча полоску миллиметровой бумаги.

1. Используя имеющееся оборудование, измерьте отношение массы стержня к массе трубки $\frac{m_{\text{ст.}}}{m_{\text{тр.}}}$.

Поместите трубку в мензурку. Медленно наливайте воду в мензурку до тех пор, пока трубка не начнет плавать.

Измерьте высоту уровня воды x_1 и высоту, на которой плавает нижний конец трубки x . Здесь и в дальнейшем можете пользоваться прикрепленной шкалой – начало отсчета в данной задаче не существенно.

2. Добавляйте в мензурку масло небольшими порциями, измерьте зависимости уровня воды x_1 и координаты нижнего конца трубки x от высоты уровня масла h . 3. Постройте графики полученных зависимостей на одном бланке. 4. Теоретически найдите зависимость разности $(x_1 - x)$ от высоты слоя масла h . 5. Используя экспериментальные данные и полученную в п.4 формулу, рассчитайте плотность масла. 6. Объясните, почему изменяется уровень воды x_1 при добавлении масла. Подтвердите объяснения результатами своих измерений. 7. Определите плотность материала металлического стержня.

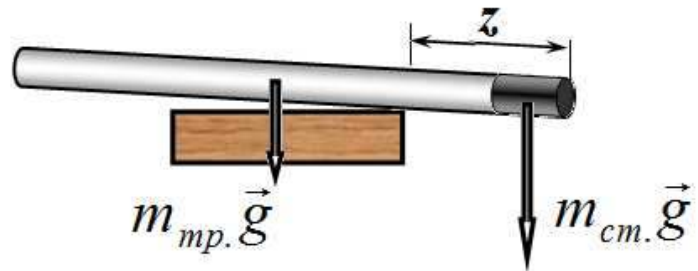


Решение

Задача 10-1 Как по маслу!

Нами использована пластиковая трубка диаметром $d = 4,0$ мм. Такой же диаметр имел и металлический стержень. Его длина $l = 10$ мм, длина всей трубки $L = 193$ мм.

1. Для измерения отношения массы стержня к массе трубки можно использовать следующую простую методику: располагаем трубку на краю стола и медленно начинаем ее сдвигать до тех пор, пока она не начнет опрокидываться, измеряем при этом длину свисающей части трубки z . В наших измерениях $z = 30$ мм. При начале опрокидывания условие равновесия имеет вид



$$m_{\text{ст.}} g \left(z - \frac{l}{2} \right) = m_{\text{тр.}} g \left(\frac{L}{2} - z \right), \quad (1)$$

Откуда находим искомое отношение масс

$$\eta = \frac{m_{\text{ст.}}}{m_{\text{тр.}}} = \frac{\frac{L}{2} - z}{z - \frac{l}{2}} = \frac{\frac{193}{2} - 30}{30 - \frac{10}{2}} \approx 2,7 \quad (2)$$

2. Результаты измерений зависимости уровня воды x_1 и координаты нижнего конца трубки x от высоты уровня масла h приведены в Таблице 1, по данным которой и построены соответствующие графики.

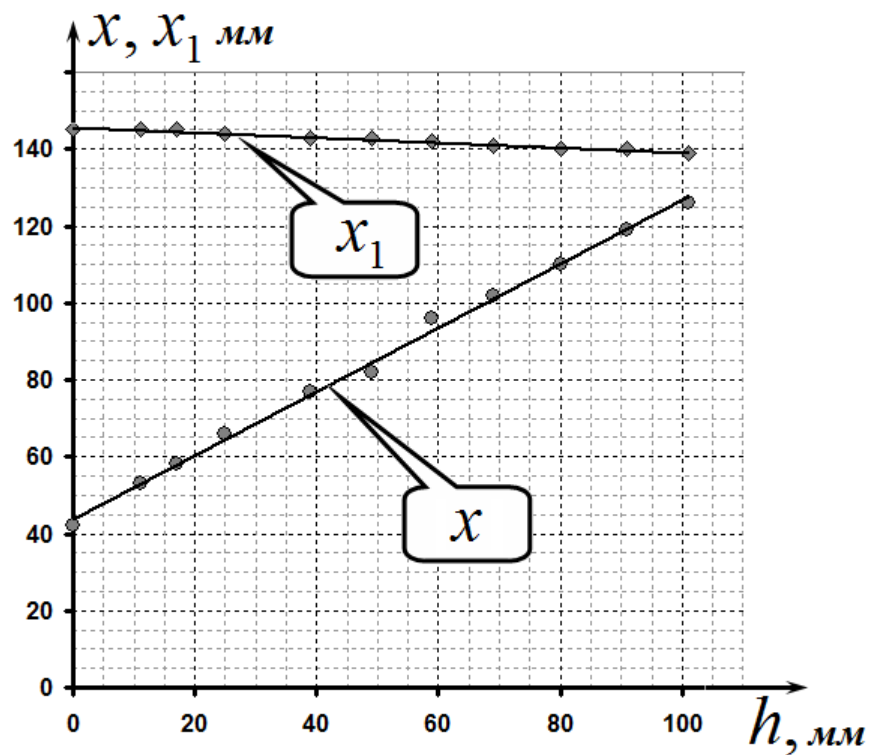


Таблица 1.

$h, \text{мм}$	$x, \text{мм}$	$x_1, \text{мм}$
0	42	145
11	53	145
17	58	145
25	66	144
39	77	143
49	82	143
59	96	142
69	102	141
80	110	140
91	119	140
101	126	139

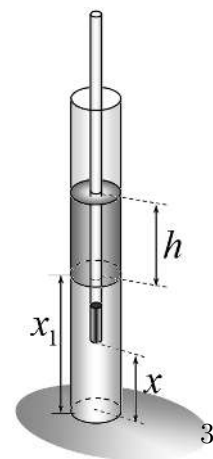
4. Условие плавания трубки в мензурке (с водой маслом) имеет вид

$$\rho_0 s g (x_1 - x) + \rho s g h = m g \quad (3)$$

где ρ - плотность масла, s - площадь поперечного сечения трубки, m - масса трубки со стержнем.

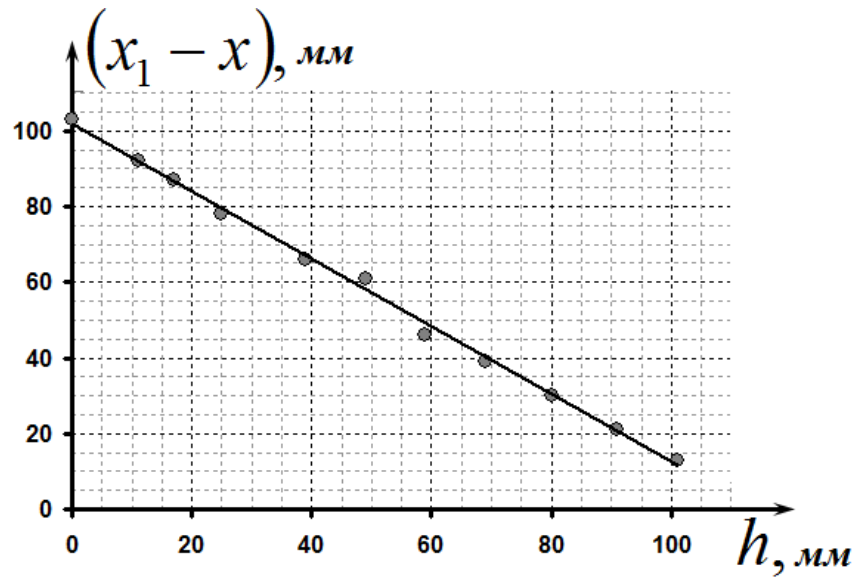
Из уравнения (3) находим требуемую зависимость

$$(x_1 - x) = -\frac{\rho}{\rho_0} h + \frac{m}{\rho_0 s} \quad (4)$$



Из этой формулы следует, что данная зависимость линейная, причем модуль коэффициента наклона графика равен отношению плотностей масла и воды.

На рисунке показан график этой зависимости, построенный по экспериментальным данным.



Коэффициенты линейной зависимости

$$(x_1 - x) = ah + b \quad (5)$$

рассчитанные по МНК, оказались равными

$$a = -(0,89 \pm 0,03)$$

$$b = (102 \pm 2) \text{ мм}$$

Следовательно, плотность масла равна

$$\rho = a\rho_0 = (0,89 \pm 0,03) \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \quad (6)$$

Параметр b позволяет рассчитать плотность материала стержня. Для этого выразим массу трубки со стержнем через массу стержня, используя ранее найденной значения их отношения

$$m = m_{\text{ст.}} + m_{\text{тр.}} = m_{\text{ст.}} \left(1 + \frac{1}{\eta} \right) = m_{\text{ст.}} \frac{L - l}{L - 2z} = \beta m_{\text{ст.}}$$

Численное значение коэффициента β

$$\beta = \frac{L - l}{L - 2z} = \frac{193 - 10}{193 - 60} = 1,38 \quad (7)$$

Основной вклад в его погрешность вносит погрешность измерения величины z , которую можно принять равной $\Delta z = 1$ мм. Тогда

$$\Delta\beta = 2 \frac{L-l}{(L-2z)^2} \Delta z \approx 0,02 \quad (8)$$

Подставим теперь выражения для массы в формулу для параметра b линейной зависимости (4)

$$b = \frac{m}{\rho_0 s} = \frac{\beta m_{\text{ст.}}}{\rho_0 s} = \beta l \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad (9)$$

Из этой формулы следует, что плотность материала стержня может быть рассчитана по формуле

$$\rho_1 = \frac{b}{l\beta} \rho_0 = \frac{102}{10 \cdot 1,38} \cdot 1,0 \cdot 10^3 = 7,4 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (10)$$

С погрешностью

$$\Delta\rho_1 = \rho_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)^2} \approx 0,2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Таким образом, окончательное значение плотности стержня

$$\rho_1 = (7,4 \pm 0,2) \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (10)$$

6 пункт данной задачи следует рассматривать как шутку. Понятно, что ни о каком сжатии масла речь не идет. Уровень воды опускается потому, что всплывает трубка. Если записать условие постоянства объема воды

$$xS_0 + (x_1 - x)(S_0 - s) = V,$$

то получим, что

$$\Delta x_1 = -\Delta x \frac{s}{S_0 - s} \approx -\Delta x \left(\frac{d}{D}\right)^2,$$

где $\frac{d}{D}$ - отношение диаметров трубки и мензурки. Экспериментальные данные подтверждают этот вывод.