

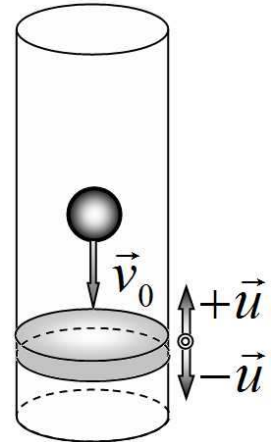
Условие

Задача 2. Резонанс

Внизу очень высокого цилиндра колеблется тяжелая платформа. Платформа движется вверх и вниз с постоянной по модулю скоростью $\pm u$ и с некоторым периодом T . Время торможения и разгона платформы пренебрежимо малы, т. е. можно считать, что, достигая нижнего или верхнего положения, платформа мгновенно изменяет скорость на противоположную.

На платформу с некоторой высоты h падает маленький шарик. Непосредственно перед столкновением с платформой шарик движется вниз с некоторой скоростью v , а сам поршень находится в крайнем нижнем положении и движется вверх (см. рис.).

Возможна ситуация, при которой шарик в процессе движения всегда ударяется о платформу, находящуюся в одном и том же (описанном выше) положении, и при этом всегда приобретает дополнительную скорость.



1. Покажите, что при заданной скорости u такая ситуация возможна, только если период колебаний платформы и скорость, с которой шарик подлетает к платформе, удовлетворяют следующим условиям:

$$T = A/m \text{ и } v = B \frac{n}{m}, \text{ где } n, m \in N.$$

Пусть $u = 0,5 \text{ м/с}$, а $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2. Найдите численные значения A и B .

В задаче рассматривается только случай, когда скорость шарика гораздо больше скорости платформы $v \gg u$ ($v \geq 10u$) и высота, на которую поднимается шарик, намного больше амплитуды колебаний платформы. Последнее условие сформулируем следующим образом: $uT \ll h$ ($uT \leq h/10$).

3. Как должны быть связаны числа n и m , чтобы эти условия выполнялись?

4. Определите значение наименьшей «резонансной» скорости v_0 , которой может обладать подлетающий к платформе шарик, а также интервал Δv между двумя резонансными скоростями для $m = 1$, $m = 2$ и $m = 10$.

Рассмотрим более подробно поведение шарика, подлетающего к платформе с резонансной скоростью v_0 при $m = 1$.

5. Определите моменты времени i -го касания шарика и платформы, а также максимальную высоту подъема шарика после i -го касания.

6. Изобразите схематически зависимость координаты шарика от времени (обозначьте характерные точки: моменты удара, максимальные высоты).

Пусть скорость v шарика отличается от резонансной на величину δv ($v = v_0 + \delta v$). Рассмотрите только случай, когда $v_0 < v < v_0 + \frac{\Delta v}{2}$.

7. Через какое количество ударов процесс увеличения высоты подъема сменится уменьшением? Выразите это время через отношение $\delta v / \Delta v$.

8. Какое время будет продолжаться разгон и на какую максимальную высоту h ($\frac{\delta v}{\Delta v}$) сможет подняться этот шарик?

9. Нарисуйте качественный график зависимости h ($\frac{\delta v}{\Delta v}$).

10. Полученное в п. 8 значение высоты является несколько заниженным, т.к. сама платформа находится в различных положениях при каждом следующем ударе. Оцените ошибку Δh ($\frac{\delta v}{\Delta v}$) определения максимальной высоты подъема.

Задача 1. «Railgun»



Программа СОИ США сосредоточила публичное внимание на электромагнитных пушках... М. Леффлер

Электромагнитные пушки давно заполонили компьютерные игры, боевики ... и даже являются объектами серьезных научных и инженерных исследований. Нам не кажется, что за отведенное Вам время, Вы сможете предложить принципиально новые принципы создания такого оружия.

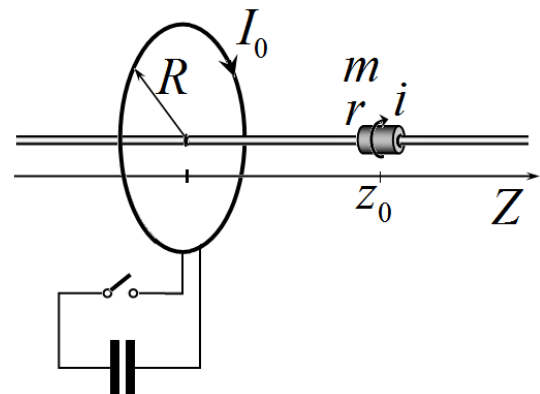
Но, Вы обязаны продемонстрировать свои знания и способности в объяснении и описании основных принципов устройства такого оружия.

Основная идея разгона снарядов заключается во взаимодействии снаряда с магнитным полем, создаваемым системой катушек, по которым пропускаются сильные импульсы электрического тока.

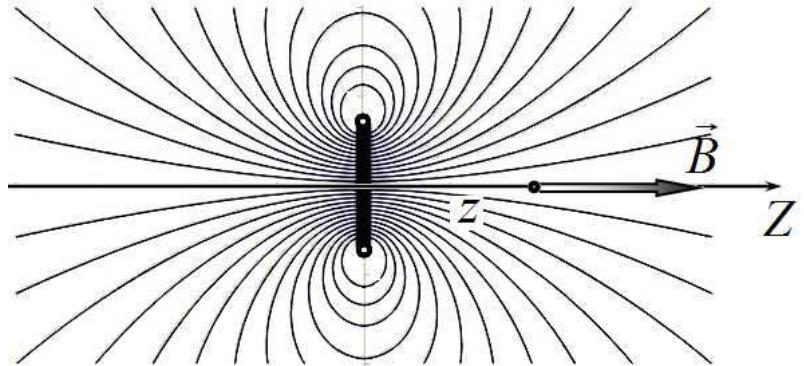
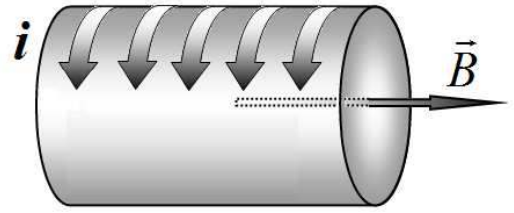
Вам предстоит рассмотреть простейший вариант – система катушек заменяется на одну, которая, в свою очередь, рассматривается как круговой виток радиуса R с током, силу которого будем обозначать I_0 . Для производства выстрела кольцо подключают к батарее конденсаторов суммарной емкостью C , заряженной до напряжения U_0 . Электрическое сопротивление кольца обозначим Y (чтобы не путать с его радиусом), индуктивностью кольца можно пренебречь.

Излучением электромагнитных волн во всех случаях следует пренебрегать.

Вдоль оси витка расположен тонкий, длинный, гладкий, непроводящий и немагнитный стержень. Со стержнем совместим ось координат Oz , начало которой находится в центре кольца.



Вдоль стержня может скользить без трения цилиндрический снаряд массы m . Размеры снаряда – его радиус r и длина l , значительно меньше радиуса витка R . Во всех случаях, электромагнитные свойства снаряда моделируются проводящим круговым витком, в котором протекает, или может протекать электрический ток, силу которого будем обозначать i . Магнитные свойства снаряда будут варьироваться по ходу задачи.

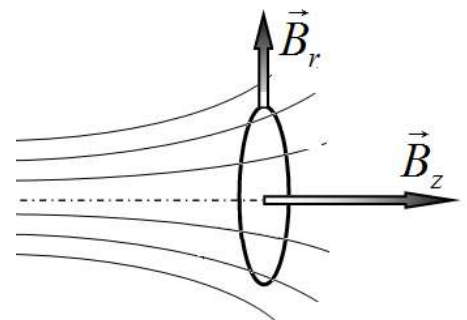


Магнитное поле, создаваемым круговым током I_0 описывается достаточно сложно. Однако, на оси кольца вектор индукции магнитного поля направлен вдоль этой оси, а его модуль на расстоянии z от центра кольца определяется по формуле

$$B_z = \frac{\mu_0 I_0}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (1)$$

Часть 0. (Тоже оценивается!)

0.1 Покажите, что в осесимметричном магнитном поле при изменении осевой компоненты индукции поля $B_z(z)$ неизбежно существование радиальной компоненты поля, которая на малом расстоянии r от оси может быть рассчитана по формуле



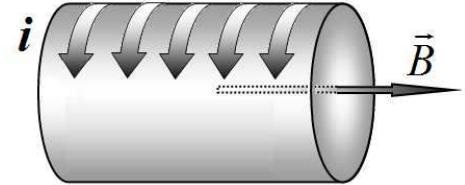
$$B_r = -\frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz}, \quad (2)$$

где $\frac{dB_z}{dz}$ - производная от осевой компоненты по координате.

0.2 Найдите зависимость радиальной компоненты поля кругового тока в зависимости от координаты z и расстояния до оси $B_r(z, r)$.

Часть 1. Снаряд – постоянный магнит.

Снаряд пушки представляет собой постоянный магнит (в состоянии полной намагниченности). Это значит, что его магнитные свойства моделируются постоянным круговым током силой i , протекающим по его боковой поверхности. Сила этого тока не зависит от индукции внешнего магнитного поля.



1.1 Пусть снаряд покоится и находится на расстоянии z_0 от центра кольца, по которому протекает постоянный ток силой I_0 . Найдите силу, действующую на снаряд со стороны магнитного поля. Постройте график зависимости этой силы от расстояния до центра кольца.

1.2 Какую максимальную скорость может приобрести снаряд при выстреле в описанных выше условиях при разрядке конденсатора?

Считайте, что смещением снаряда за время прохождения тока по кольцу можно пренебречь.

1.3 В какую сторону полетит снаряд и как изменится его направление полета, если не изменяя первоначального положения снаряда, изменить полярность подключения батареи?

Часть 2. Снаряд – магнетик.

Рассмотрим теперь поведение снаряда из магнитомягкого железа. В этом случае в магнитном поле снаряд намагничивается, причем можно считать, что его намагниченность пропорциональна индукции внешнего поля (то есть можно пренебречь эффектами насыщения и остаточной намагниченности). Иными словами, магнитные свойства снаряда моделируются круговым током, текущим по боковой поверхности, сила которого пропорциональна индукции внешнего поля B_0 , направленного по оси снаряда

$$i = \chi B_0. \quad (3)$$

Считайте, что χ - известная константа.

2.1 Пусть снаряд покоится и находится на расстоянии z_0 от центра кольца, по которому протекает постоянный ток силой I_0 . Найдите силу, действующую на снаряд со стороны магнитного поля.

2.2 Рассчитайте, какую максимальную скорость может приобрести снаряд в этом случае.

2.3 В какую сторону полетит снаряд и как изменится его направление полета, если не изменяя первоначального положения снаряда, изменить полярность подключения батареи?

Часть 3. Снаряд – катушка индуктивности.

Рассмотрим теперь снаряд, изготовленный из немагнитного материала, на внешнюю поверхность которого намотана закороченная на себя катушка, индуктивность которой равна L . Электрическим сопротивлением катушки можно пренебречь.

3.1 Рассчитайте, какую максимальную скорость может приобрести снаряд в этом случае.

3.2 В какую сторону полетит снаряд и как изменится его направление полета, если не изменяя первоначального положения снаряда, изменить полярность подключения батареи?

Решение

Задача 11.2. Резонанс

1. После столкновения шарик получает дополнительную скорость $2u$. Следующее соударение произойдет через:

$$\Delta t = 2 \frac{v + 2u}{g} = \frac{2v}{g} + \frac{4u}{g} \quad (1)$$

И это время должно быть кратным периоду после любого количества соударений. Это может быть, только если каждое из слагаемых выражения (1) кратно периоду:

$$\frac{4u}{g} = Tm, \quad (2)$$

$$\frac{2v}{g} = Tn. \quad (3)$$

Из равенства (2) следует:

$$T = \frac{4u/g}{m} = A/m. \quad (4)$$

Подставляя значение периода в выражение (3), получим:

$$v = 2u \frac{n}{m} = B \frac{n}{m} \quad (5)$$

2. Численные значения A и B :

$$A = 0,2c \quad (6)$$

$$B = 1 \text{ м/с} \quad (7)$$

3. Подставляя значения периода и скорости (4), (5) в условия $v \geq 10u$ и $uT \leq h/10$, запишем в виде ($h = \frac{v^2}{2g}$):

$$\frac{n}{m} \geq 5 \quad (8)$$

$$\frac{0,1}{m} \leq \frac{1}{10} \frac{1}{2 \cdot 10} \frac{n^2}{m^2} \quad (9)$$

Последнее условие можно записать в виде:

$$n \geq \sqrt{20} \sqrt{m}. \quad (10)$$

Т.к. $\sqrt{20} < 5$, то последнее условие автоматически выполняется при условии (8). Таким образом, числа n и m должны быть связаны условием:

$$n \geq 5m \quad (11)$$

4. При $m = 1$ скорость (с учетом условия (11)) может принимать значения:

$$v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}; 7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \dots \quad (12)$$

Для $m = 2$ и $m = 10$ аналогично:

$$v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; 5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; 6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \dots, \quad (13)$$

$$v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}; 5,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}; 5,2 \frac{\text{м}}{\text{с}} \dots \quad (14)$$

Таким образом, минимальная резонансная скорость во всех случаях равна:

$$v_0 = 5 \text{ м/с} \quad (15)$$

А интервал между резонансными скоростями уменьшается и становится равным:

$$\Delta v = \frac{1}{m} \mathcal{M}/\text{с} \quad (16)$$

5. После i столкновений скорость шарика будет равна:

$$v_i = v_0 + 2ui \quad (17)$$

Тогда высота подъема равна:

$$h_i = \frac{(v_0 + 2ui)^2}{2g} = \frac{(5 + i)^2}{20} \quad (18)$$

Промежуток времени между последовательными столкновениями:

$$\Delta t_i = 2 \frac{v_0 + 2ui}{g}. \quad (19)$$

Тогда время i -го соударения:

$$t_i = \frac{2v_0}{g}i + \frac{2u}{g}i^2 = i + 0,1i^2 \quad (20)$$

6. Схематический график зависимости изображен на рисунке.

7. За время между ударами будет появляться сдвиг по времени, равный $\frac{2\delta v}{g}$. Процесс увеличения высоты подъема сменится уменьшением, когда сдвиг по времени станет равным половине периода, т.е. после

$$k = \frac{Tg}{4\delta v} \quad (21)$$

ударов.

Подставляя значение $T = \frac{0,2}{m} = 0,2\Delta v$, получим:

$$k = \frac{0,5}{\delta v/\Delta v}. \quad (22)$$

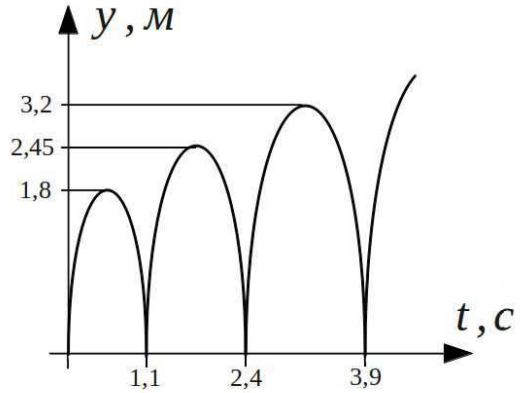
8. Подставляя (22) в выражение (20), получим:

$$t_i = k + 0,1k^2 = \frac{0,5}{\delta v/\Delta v} + 0,1 \left(\frac{0,5}{\delta v/\Delta v} \right)^2, \quad (23)$$

$$h_i = \frac{(5 + k)^2}{20} = \frac{\left(5 + \frac{0,5}{\delta v/\Delta v} \right)^2}{20}. \quad (24)$$

9. Для оценки, можно считать, что при каждом ударе платформа находится на высоте равной амплитуде. Тогда за k ударов ошибка составит:

$$\Delta h = ak = \frac{T}{2}u \frac{0,5}{\delta v/\Delta v} = \frac{0,025}{\delta v/\Delta v}. \quad (25)$$



Задача 11.1. «Railgun»

Часть 0.

0.1 Для расчета радиальной компоненты магнитного поля можно воспользоваться теоремой о магнитном потоке (или свойством замкнутости силовых линий магнитного поля), из которой следует, что магнитный поток через любую замкнутую поверхность равен нулю.

Выделим тонкий цилиндр толщиной Δz и радиуса r , нижнее основание которого находится на расстоянии z от центра кольца, соосный с кольцом и применим теорему о магнитном потоке к поверхности этого цилиндра. Магнитный поток через нижнее основание равен (учтите, что вектора индукции и нормали здесь противоположны)

$$\Phi_1 = -B_z(z) \cdot \pi r^2,$$

где $B_z(z)$ - значение вертикальной компоненты вектора индукции на высоте z ; поток через верхнее основание равен

$$\Phi_2 = B_z(z + \Delta z) \cdot \pi r^2,$$

где $B_z(z + \Delta z)$ - значение вертикальной компоненты вектора индукции на высоте $z + \Delta z$; поток через боковую поверхность (из осевой симметрии следует, что модуль радиальной составляющей вектора индукции B_r на этой поверхности постоянен):

$$\Phi_3 = B_r \cdot 2\pi r \Delta z.$$

Сумма этих потоков равна нулю, поэтому справедливо уравнение

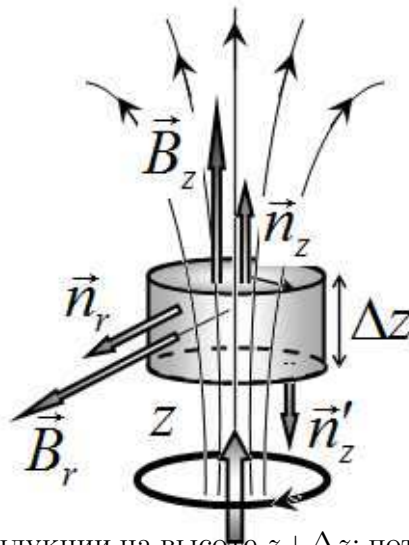
$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = -B_z(z) \cdot \pi r^2 + B_z(z + \Delta z) \cdot \pi r^2 + B_r \cdot 2\pi r \Delta z = 0,$$

из которого определим искомую величину

$$B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{B_z(z + \Delta z) - B_z(z)}{\Delta z} = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dB_z(z)}{dz}. \quad (1)$$

0.2 Так как вид зависимости радиальной компоненты вектора индукции задан в условии задачи, то для расчета радиальной компоненты достаточно вычислить производную от этой функции

$$B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dB_z(z)}{dz} = -\frac{r}{2} \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{\mu_0 I_0}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) = \frac{3\mu_0 I_0 R^2 r}{4} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}. \quad (2)$$



Часть 1. Снаряд – постоянный магнит.

1.1. Понятно, что сила, действующая на снаряд, определяется радиальной компонентой поля и по закону Ампера равна

$$F = 2\pi r i B_r = \frac{3\pi\mu_0 I_0 R^2 r^2 i}{2} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}}. \quad (3)$$

Для построения графика зависимость (3) удобно представить в виде

$$F = 2\pi r i B_r = \frac{3\pi\mu_0 I_0 r^2 i}{2R^2} \frac{\frac{z}{R}}{\left(1 + \frac{z^2}{R^2}\right)^{\frac{5}{2}}} = F_1 \frac{\xi}{(1 + \xi^2)^{\frac{5}{2}}}, \quad (4)$$

где обозначено $F_1 = \frac{3\pi\mu_0 I_0 r^2 i}{2R^2}$.

График этой функции теперь можно представить в относительных единицах, он показан на рисунке. Так как функция нечетная, то приведен график только для положительных значений z .

Максимум этой функции можно найти обычным способом. Найдем производную от функции (4) и приравняем ее к нулю

$$\left(\frac{\xi}{(1 + \xi^2)^{\frac{5}{2}}} \right)' = \frac{(1 + \xi^2)^{\frac{5}{2}} - \xi \cdot \frac{5}{2} (1 + \xi^2)^{\frac{3}{2}} \cdot 2\xi}{(1 + \xi^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1 - 4\xi^2}{1 + \xi^2} = 0. \quad (5)$$

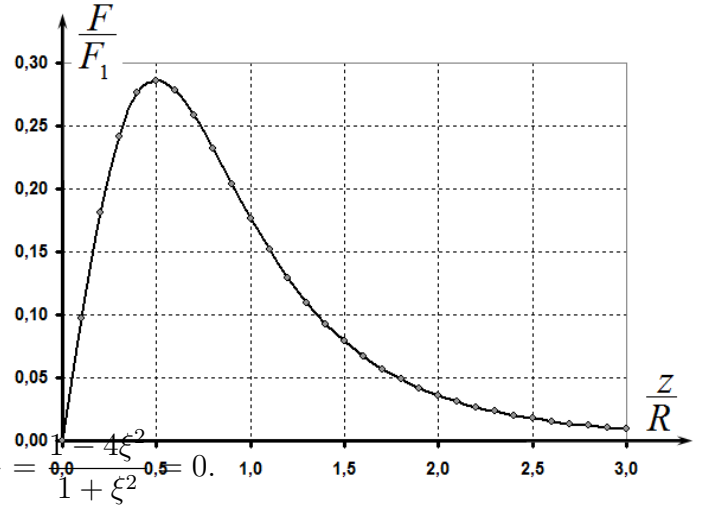
Из этого уравнения следует, что функция имеет экстремумы при $\xi^* = \pm \frac{1}{2}$, ее значение в максимуме равно

$$\left(\frac{F}{F_1} \right)_{\max} = \frac{\frac{1}{2}}{\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}} = \frac{16}{25\sqrt{5}} \approx 0,29. \quad (6)$$

1.2 Для того, чтобы скорость снаряда была максимальна, его надо поместить в точку, где сила магнитного поля максимальна, то есть т.е при $z_0 = \frac{R}{2}$. В этом случае эта сила пропорциональна току в кольце и равна

$$F = 2\pi r i B_r = \frac{48\pi\mu_0 r^2 i}{50\sqrt{5}R^2} I_0 = A_1 I_0. \quad (7)$$

Запишем уравнение второго закона Ньютона для снаряда



$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = A_1 I_0 = A_1 \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (8)$$

Здесь сила тока представлена через величину электрического заряда, протекающего по катушке. С учетом того, что в начальный момент снаряд покоился, из уравнения (8) следует, что скорость снаряда пропорциональна заряду, протекшему по кольцу (причем она не зависит от временной зависимости силы тока):

$$v_{\max} = \frac{A_1}{m} q. \quad (9)$$

При разрядке батареи по кольцу пробежит весь заряд, накопленный в ней $q = CU_0$, поэтому

$$v_{\max} = \frac{A_1}{m} q = \frac{48\pi\mu_0 r^2 i}{50\sqrt{5}R^2 m} CU_0. \quad (10)$$

1.3 Как следует из полученной формулы, при изменении полярности батареи (изменении направления тока) направление полета снаряда изменится на противоположное.

Часть 2. Снаряд – магнетик.

Если снаряд находится на расстоянии z от центра кольца, то его намагниченность равносильна силе поверхностного тока

$$i = \chi B_z \quad (11)$$

Следовательно, на снаряд действует сила, модуль которой равен

$$\begin{aligned} F = 2\pi r i B_r &= \frac{3\pi\mu_0 I_0 R^2 r^2}{2} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} i = \frac{3\pi\mu_0 I_0 R^2 r^2}{2} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \cdot \chi \left(\frac{\mu_0 I_0}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) = \\ &= \frac{3\pi\mu_0^2 I_0^2 R^4 r^2}{4} \chi \frac{z}{(R^2 + z^2)^4} = \frac{3\pi\mu_0^2 I_0^2 r^2}{4R^3} \chi \frac{\frac{z}{R}}{\left(1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right)^4} = \frac{3\pi\mu_0^2 I_0^2 r^2}{4R^3} \chi \frac{\xi}{(1 + \xi^2)^4} \end{aligned} \quad (12)$$

Заметим, что эту силу можно представить в виде

$$F = 2\pi r B_r i = 2\pi r B_r \chi B_z = 2\pi r \chi B_z \left(-\frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz} \right) = -\pi r^2 \chi \frac{d(B_z^2)}{dz}. \quad (13)$$

Так как снаряд намагничивается по направлению внешнего поля, то между кольцом и снарядом всегда будет действовать сила притяжения, то есть снаряд будет двигаться к центру кольца.

Найдем расстояние z_0 , при котором сила притяжения будет максимальна. Для этого вычислим производную от функции (12) и приравняем ее к нулю

$$\left(\frac{\xi}{(1+\xi^2)^4}\right)' = \frac{(1+\xi^2)^4 - \xi \cdot 4(1+\xi^2)^3 \cdot 2\xi}{(1+\xi^2)^8} = \frac{1-7\xi^2}{(1+\xi^2)^5} = 0. \quad (14)$$

Таким образом, максимум этой функции достигается при $\xi^* = \pm \frac{1}{\sqrt{7}}$ и равен

$$\left(\frac{\xi}{(1+\xi^2)^4}\right)_{\max} = \frac{\frac{1}{\sqrt{7}}}{\left(1 + \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2\right)^4} = \frac{1}{\sqrt{7}} \left(\frac{7}{8}\right)^4 \approx 0,22. \quad (15)$$

Следовательно, максимальная сила, действующая на железный снаряд равна

$$F = \frac{3}{4\sqrt{7}} \left(\frac{7}{8}\right)^4 \frac{\pi \mu_0^2 I_0^2 r^2}{R^3} \chi = A_2 I_0^2. \quad (16)$$

В данном случае сила, действующая на снаряд, пропорциональна квадрату силы тока, поэтому воспользоваться ранее полученным результатом (9) нельзя.

Запишем уравнение второго закона Ньютона для рассматриваемого снаряда

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = A_2 I_0^2.$$

Из этого уравнения следует, что за малый промежуток времени Δt скорость снаряда увеличивается на величину

$$\Delta v = \frac{A_2}{m} I_0^2 \Delta t.$$

Теперь заметим, что величина $I_0^2 \Delta t$ входит в выражение для количества теплоты, выделяющейся в кольце. Действительно, по закону Джоуля-Ленца это количество теплоты равно

$$\delta Q = I_0^2 Y \Delta t.$$

Теперь уравнение (18) можно переписать в виде

$$\Delta v = \frac{A_2}{mY} \delta Q.$$

Таким образом, скорость, которую приобретет снаряд, пропорциональна количеству теплоты, выделившейся в кольце за время прохождения тока, которое в свою очередь, равно энергии запасенной в конденсаторе $Q = \frac{CU_0^2}{2}$. Поэтому скорость снаряда рассчитывается по формуле

$$v_{\max} = \frac{A_2}{mY} Q = \frac{3}{4\sqrt{7}} \left(\frac{7}{8}\right)^4 \frac{\pi\mu_0^2 r^2 \chi}{R^3} \frac{CU_0^2}{2mY} = \frac{3}{8\sqrt{7}} \left(\frac{7}{8}\right)^4 \frac{\pi\mu_0^2 r^2 \chi}{R^3} \frac{CU_0^2}{2mY}.$$

На первый взгляд, в данном рассмотрении где-то содержится ошибка – если энергия конденсатора все перейдет в тепловую, то откуда возьмется кинетическая энергия у снаряда? Разрешение сделанного парадокса заключается в сделанной оговорке – «индуктивностью кольца пренебречь». В реальной ситуации при строгом расчете необходимо учитывать обратное влияние силы тока в снаряде на кольцо. Так как этот ток изменяется, то в кольце будет возникать ЭДС индукции, которая будет влиять на силу тока в нем. Именно благодаря этому явлению, ток в кольце совершит большую работу, которая и пойдет на увеличение кинетической энергии снаряда. Мы же считаем, что эта энергия мала, по сравнению с начальной энергией конденсатора.

2.3 Не зависимо от направления силы тока в кольце снаряд полетит в сторону центра кольца.

Часть 3. Снаряд – катушка индуктивности.

3.1 Сначала найдем, какой ток индуцируется в катушке снаряда. Так электрическим сопротивлением катушки можно пренебречь, то в любой момент времени сумма ЭДС самоиндукции и ЭДС индукции, возникающей благодаря изменению внешнего поля равна нулю

$$-L \frac{\Delta i}{\Delta t} - \pi r^2 \frac{\Delta B_z}{\Delta t} = 0.$$

Из этого уравнения следует, что сила тока в катушке снаряда пропорциональна индукции магнитного поля кольца

$$L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\pi r^2 \frac{\Delta B_z}{\Delta t} \Rightarrow i(t) = -\frac{\pi r^2}{L} B_z(t).$$

Знак минус указывает, что ток в катушке направлен противоположно току в кольце (что также следует из правила Ленца). Следовательно, снаряд будет отталкиваться от кольца. В остальном, решение этой части задачи полностью совпадает с решением предыдущей. Достаточно заметить, что в данной части коэффициент пропорциональности χ равен

$$\chi = -\frac{\pi r^2}{L}, \quad (24)$$

и подставить его в окончательный результат. Поэтому модуль максимальной скорости снаряда равен

$$v_{\max} = \frac{3}{8\sqrt{7}} \left(\frac{7}{8}\right)^4 \frac{\pi\mu_0^2 r^2}{R^3} \frac{CU_0^2}{2mY} \cdot \frac{\pi r^2}{L} = \frac{3}{8\sqrt{7}} \left(\frac{7}{8}\right)^4 \frac{\pi^2 \mu_0^2 r^4}{R^3} \frac{CU_0^2}{2mYL}. \quad (25)$$

3.2 При любом подключении батареи конденсаторов снаряд будет двигаться от центра катушки, убежать от нее!