

Скатывание. Приборы и оборудование

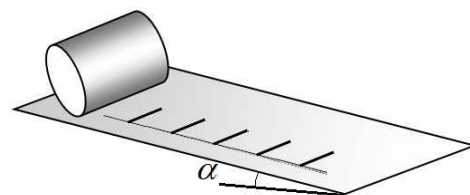
Условие

Задание 1. Скатывание.

Приборы и оборудование: Наклонная плоскость (крышка стола), покрытая бумагой, линейка 40 см, электронный секундомер, карандаш круглый, карандаш шестигранный, цилиндрический сосуд, скотч, 3 подставки (книги).

Целью данной работы является изучение законов движения – скатывания различных тел по наклонной плоскости. Накройте стол листом бумаги, плотно прикрепите его скотчем, так, чтобы он плотно прилегал к крышке стола. Нанесите на лист шкалу расстояний (достаточно с шагом 10 см). Подкладывая подставки под ножки стола, вы можете изменять его угол наклона.

Для изучения закона движения удобно измерять времена t_k прохождения тела через все сделанные отметки. Для этого можно использовать промежуточную «запись этапов» секундомера. При необходимости, ознакомьтесь с инструкцией к секундомеру, или обратитесь за помощью к представителям оргкомитета.



Угол наклона выбирайте в каждом пункте самостоятельно – движение должно быть устойчивым (без остановок и замедлений), но не слишком быстрым, чтобы можно было провести измерения времен. Для уменьшения погрешностей все измерения надо проводить неоднократно.

Часть 1. Скатывание цилиндра.

Цилиндрический стакан скатывается достаточно быстро, поэтому угол наклона должен быть малым. Не забудьте измерить этот угол и привести его значение. Рекомендуем начинать отсчет времени не от состояния покоя, а через несколько сантиметров от начала движения.

1.1 Экспериментально исследуйте закон скатывания цилиндрического стакана. Постройте график экспериментального закона движения.

1.2 На основании экспериментальных данных покажите, что движение цилиндра можно считать равноускоренным. Не забудьте, что в начальный момент цилиндр может иметь некоторую начальную скорость. Рассчитайте значение среднего ускорения цилиндра.

1.3 Покажите теоретически, что при скатывании тонкостенного цилиндра (в данном эксперименте влиянием дна можно пренебречь) по наклонной плоскости без проскальзывания его ускорение рассчитывается по формуле

$$a = \frac{g}{2} \sin \alpha. \quad (1)$$

Проверьте выполнимость этой формулы в вашем эксперименте.

Часть 2. Скатывание шестигранного карандаша.

Проверьте, что бы на конце карандаша не было закрепленного ластика!

2.1 Исследуйте экспериментально закон скатывания шестигранного карандаша при 3 различных углах наклона плоскости. Постройте графики полученных законов.

2.2 На основании экспериментальных данных покажите, что движение карандаша можно считать равномерным. Определите средние скорости скатывания при всех углах наклона плоскости.

2.3 Качественно (можно без формул) объясните, почему шестигранный карандаш скатывается равномерно.

2.4 Скорость скатывания карандаша должна быть пропорциональна синусу угла наклона

$$\langle v \rangle = C \sin \alpha$$

Проверьте выполнимость этой формулы в ваших экспериментах. Определите численное значение коэффициента C в формуле (2).

Часть 3. Скатывание круглого карандаша.

3.1 Исследуйте экспериментально закон скатывания круглого карандаша при одном угле наклона плоскости (Не забудьте привести значение этого угла). Постройте график полученного закона движения.

3.2 На основании экспериментальных данных определите, можно ли считать что движение карандаша равномерным или равноускоренным. Дайте качественное объяснение сделанному выводу о характере движения карандаша.

Решение

Задание 1. Скатывание.

Часть 1. Скатывание цилиндра.

1.1 Результаты измерений зависимости времен движения t_k для различных пройденных расстояний l_k от начала отсчета приведены в таблице 1 (проведено 4 измерения закона движения и рассчитаны средние значения $\langle t \rangle$). Угол наклона плоскости равен $\alpha = 0,013$.

Таблица 1

Расстояние l , см	Времена движения t , с					$\frac{l}{\langle t \rangle}$, $\frac{\text{см}}{\text{с}}$
	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	$\langle t \rangle$, с	
0	0	0	0	0	0	
10	0,74	0,67	0,80	0,68	0,72	13,8
20	1,28	1,31	1,38	1,18	1,29	15,5
30	1,70	1,82	1,77	1,53	1,71	17,6
40	2,14	2,25	2,19	2,08	2,17	18,5
50	2,55	2,64	2,66	2,43	2,57	19,5
60	2,87	2,97	2,95	2,81	2,90	20,7

Рис.1 Скатывание цилиндра Рис.2 Скатывание цилиндра

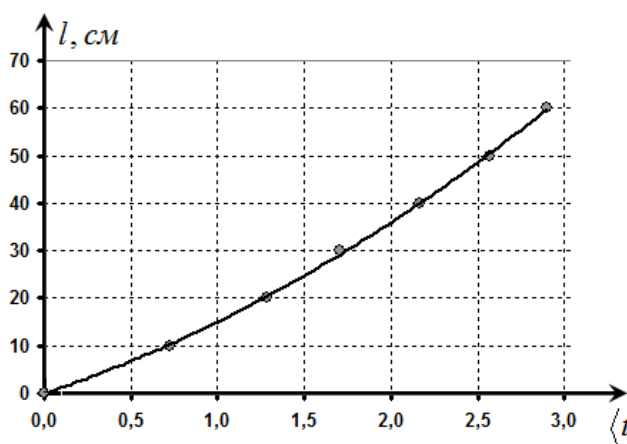


Рис.1 Скатывание цилиндра

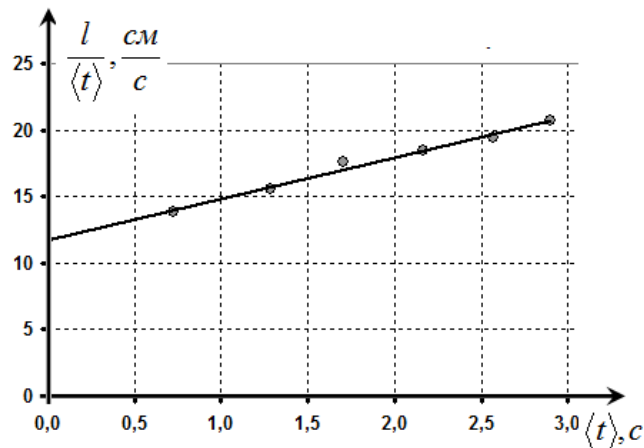


Рис.2 Скатывание цилиндра

На рис. 1 показан график закона движения цилиндра. Полученная кривая похожа на параболу, что делает возможным предположение о равноускоренном движении цилиндра.

1.2 Для проверки закона равноускоренного движения можно провести следующую обработку результатов. При таком предположении закон движения имеет вид

$$l = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Эту функцию можно привести к линейному виду с помощью преобразования

$$\frac{l}{t} = v_0 + \frac{at}{2}, \quad (2)$$

Где отношение $\frac{l}{t}$ имеет смысл средней скорости движение на всем интервале пути l .

Построенный по экспериментальным данным график зависимости (2) показан на рис.2. Хорошо видно, что полученная зависимость близка к линейной, что подтверждает

равноускоренный характер движения. Из формулы два следует, что коэффициент наклона графика равен $\frac{a}{2}$, где a - ускорение цилиндра. Найденный по графику коэффициент наклона равен $3,1 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$, откуда следует, что ускорение цилиндра равно

$$a \approx 6,2 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}. \quad (3)$$

С использованием метода наименьших квадратов можно определить значение коэффициента наклона

$$\kappa = (3,09 \pm 0,36) \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Таким образом, погрешность определения ускорения составляет примерно 13%.

1.3 При качении цилиндра его потенциальная энергия $mgh = mgl \sin \alpha$ переходит в кинетическую энергию поступательного и такую же энергию вращательного движения (так как все точки тонкостенного цилиндра находятся на одном расстоянии от оси вращения). Поэтому без учета трения закон сохранения энергии при скатывании цилиндра имеет вид

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgl \sin \alpha \quad l = \frac{v^2}{g \sin \alpha}. \quad (4)$$

Используя известную формулу для пути при равноускоренном движении, находим, что ускорение цилиндра равно $a = \frac{g}{2} \sin \alpha$.

Подстановка численных значений дает следующий результат

$$a = \frac{g}{2} \sin \alpha = \frac{980 \cdot 0,013}{2} \approx 6,4 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \quad (4)$$

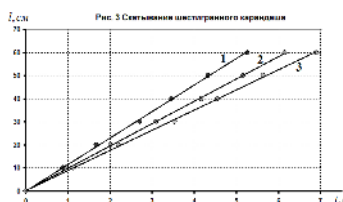
Что в пределах погрешности согласуется с экспериментальным значением (3).

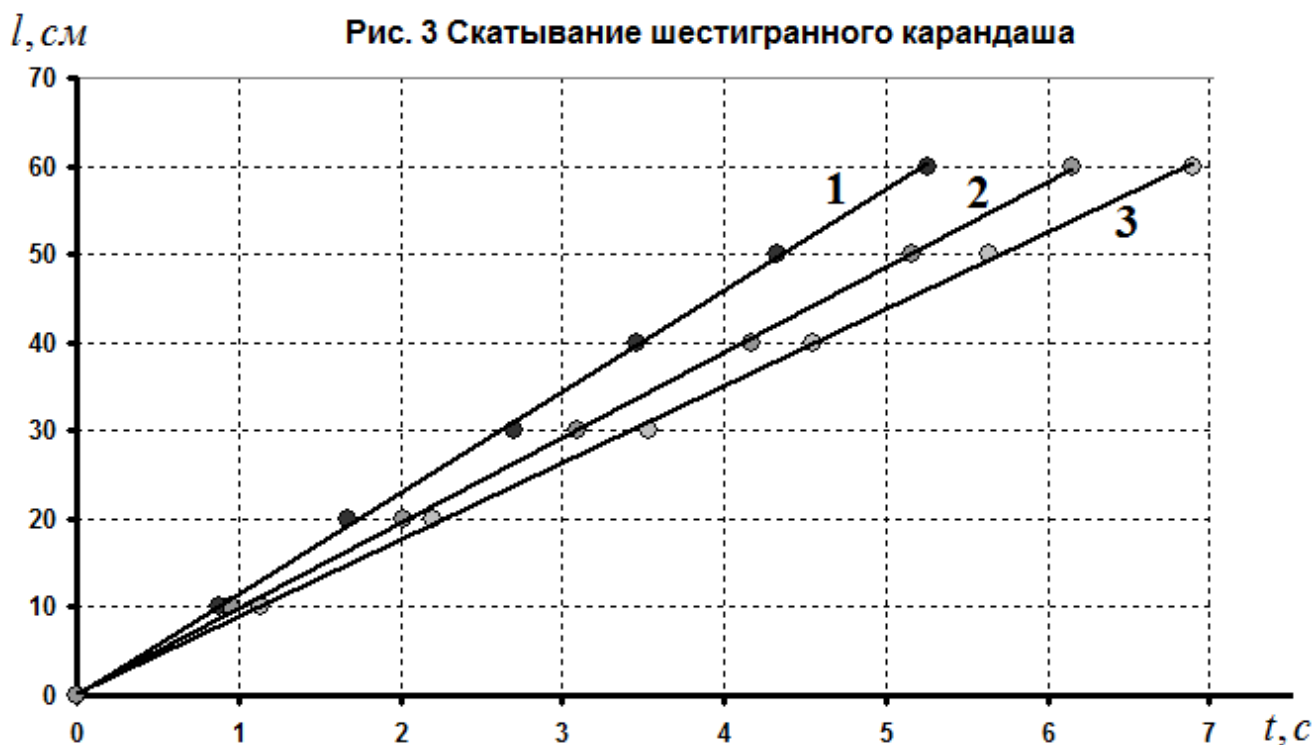
Часть 2. Скатывание шестигранного карандаша.

Результаты измерений законов скатывания шестигугольного карандаша при разных углах наклона плоскости представлены в таблице 2. Ниже показаны графики этих зависимостей.

Таблица 2

Расстояние l , см	Времена движения t , с				
	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	$\langle t \rangle$, с
	$\alpha = 0,063$				
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,85	0,89	0,85	0,93	0,88
20	1,64	1,61	1,65	1,80	1,68
30	2,62	2,68	2,70	2,81	2,70
40	3,33	3,43	3,45	3,62	3,46
50	4,15	4,27	4,40	4,49	4,33
60	5,10	5,25	5,25	5,43	5,26
	$\alpha = 0,054$				
0	0	0	0	0	0
10	0,99	0,91	0,95	0,96	0,95
20	1,95	2,01	2,06	2,03	2,01
30	3,03	3,07	3,12	3,18	3,10
40	4,08	4,23	4,17	4,22	4,18
50	5,19	5,16	5,12	5,17	5,16
60	6,06	6,22	6,13	6,18	6,15
70	7,2	7,34	7,25	7,32	7,28
	$\alpha = 0,046$				
0	0	0	0	0	0
10	1,12	1,13	1,15	1,14	1,14
20	2,05	2,2	2,28	2,29	2,21
30	3,39	3,46	3,59	3,71	3,54
40	4,26	4,42	4,7	4,81	4,55
50	5,17	5,51	5,95	5,94	5,64
60	6,5	6,76	7,12	7,22	6,90





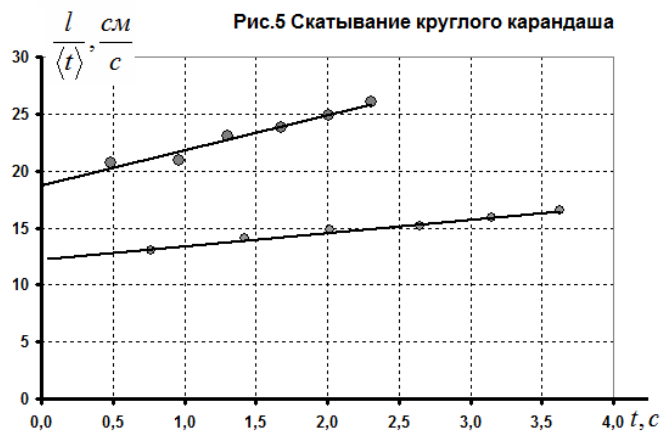
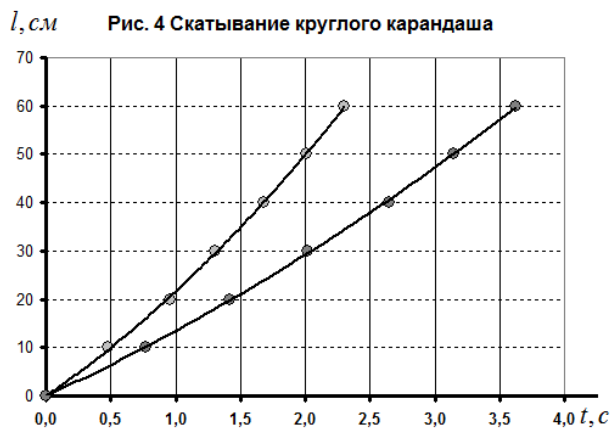
Графики показывают, что при всех углах наклона движение карандаша является равномерным. В таблице 3 представлены значения средних скоростей движения (найденные по графикам рис. 3), а также отношение этой скорости к углу наклона $C = \frac{\langle v \rangle}{\alpha}$. **Таблица 3.**

α	$\langle v \rangle, \text{см/с}$	$C = \frac{\langle v \rangle}{\alpha}$
0,063	11,4	182
0,054	9,60	178
0,046	8,70	189

α	$\langle v \rangle, \text{см/с}$	$C = \frac{\langle v \rangle}{\alpha}$
0,063	11,4	182
0,054	9,60	178
0,046	8,70	189

Из таблицы (график по 3 точкам строить излишне) следует что отношение $C = \frac{\langle v \rangle}{\alpha}$ остается примерно постоянным, что подтверждает наличие прямой пропорциональной зависимости между средней скоростью и углом наклона (при столь малых углах синус угла равен самому углу, измеренному в радианах). Среднее значение коэффициента пропорциональности $C=183$. Основная причина равномерности движения – потери энергии при неупругих ударах граней карандаша о плоскость при перекантовке через ребро!

Часть 3. Скатывание круглого карандаша.



На графике 4 показаны законы скатывания круглого карандаша при двух различных углах наклона плоскости (ученики должны провести измерения для одного угла). Видно, что движение не является равномерным. По методике, изложенной в Части 1 данной задачи можно показать (см. рис. 5), что движение близко к равноускоренному. Видимо, и в этом случае трение и сопротивление воздуха не играют существенной роли.