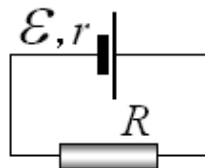


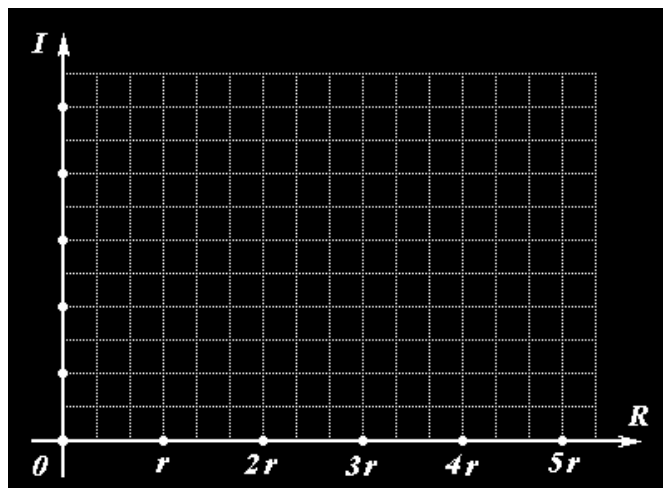
Условие

Задача 1 «Источник ЭДС»***

В данной задаче вам предстоит проанализировать различные зависимости и энергетические соотношения в цепях постоянного тока, содержащих источники ЭДС.



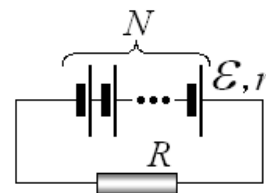
1.1 Рассмотрим цепь, содержащую источник ЭДС $\mathcal{E}$ с внутренним сопротивлением r , подключенный к внешней цепи сопротивлением R . Постройте зависимость силы тока в цепи $I(R)$ от внешнего сопротивления R на приведенном шаблоне графика. Масштаб по оси ординат выберите самостоятельно, исходя из соображений удобства (это касается и следующих пунктов).



1.2 Постройте на аналогичном шаблоне зависимость напряжения $U(R)$ на внешнем сопротивлении цепи от внешнего сопротивления цепи R .

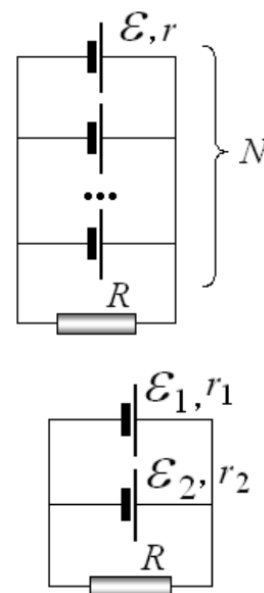
1.3 Постройте на аналогичном шаблоне зависимость мощности $P(R)$, выделяемой на внешнем сопротивлении цепи (полезной мощности), от внешнего сопротивления цепи R .

1.4 Постройте на аналогичном шаблоне зависимость КПД цепи $\eta(R)$ от внешнего сопротивления цепи R .



На практике возникает необходимость соединять источники ЭДС различными способами для получения требуемой мощности.

2.1 Рассмотрим последовательное соединение N одинаковых источников, ЭДС каждого из которых $\mathcal{E}$, а внутреннее сопротивление r . Определите полезную мощность $P(R)$ цепи, выделяемую на внешнем сопротивлении в данном случае.

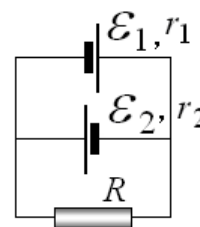


2.2 Рассмотрим параллельное соединение N одинаковых источников, ЭДС каждого из которых $\mathcal{E}$, а внутреннее сопротивление r . Определите полезную мощность $P(R)$ цепи в данном случае.

В общем случае источники ЭДС необязательно могут быть одинаковыми, хотя для практического использования лучше приобретать одинаковые батарейки.

3.1 Предположим, что Вы не обратили на это внимание и купили две различные батарейки, ЭДС которых $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$, а внутренние сопротивления r_1 и r_2 . Батарейки соединены параллельно. Найдите полезную мощность $P(R)$ цепи в данном случае.

3.2 Не исключено также (например, если Вы филолог ...), что при подключении батареек была «перепутана» полярность, и они включены «навстречу» друг другу. Найдите полезную мощность $P(R)$ цепи в данном случае. При каком соотношении между ЭДС $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$, и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 полезная мощность в данном случае станет равна нулю $P(R) = 0$?

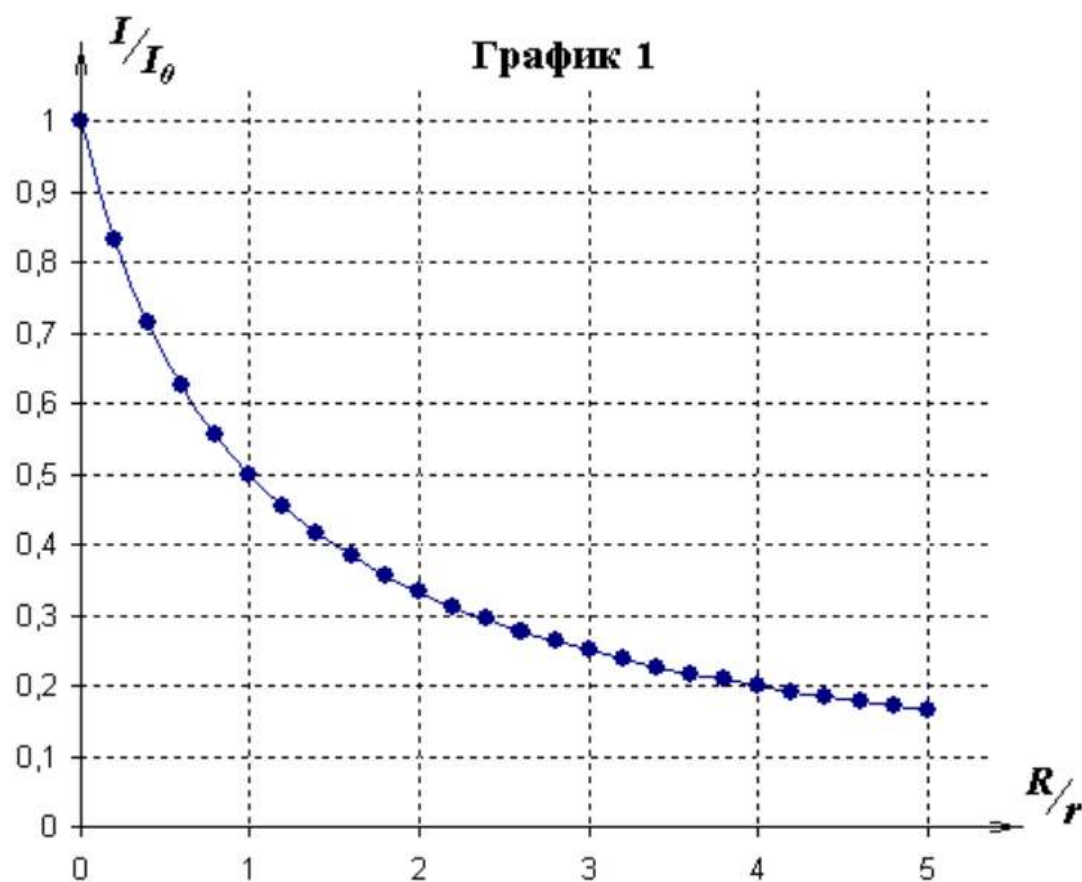


Решение

Задача 1 «Источник ЭДС»***

1.1 Согласно закону Ома для полной цепи сила тока в цепи

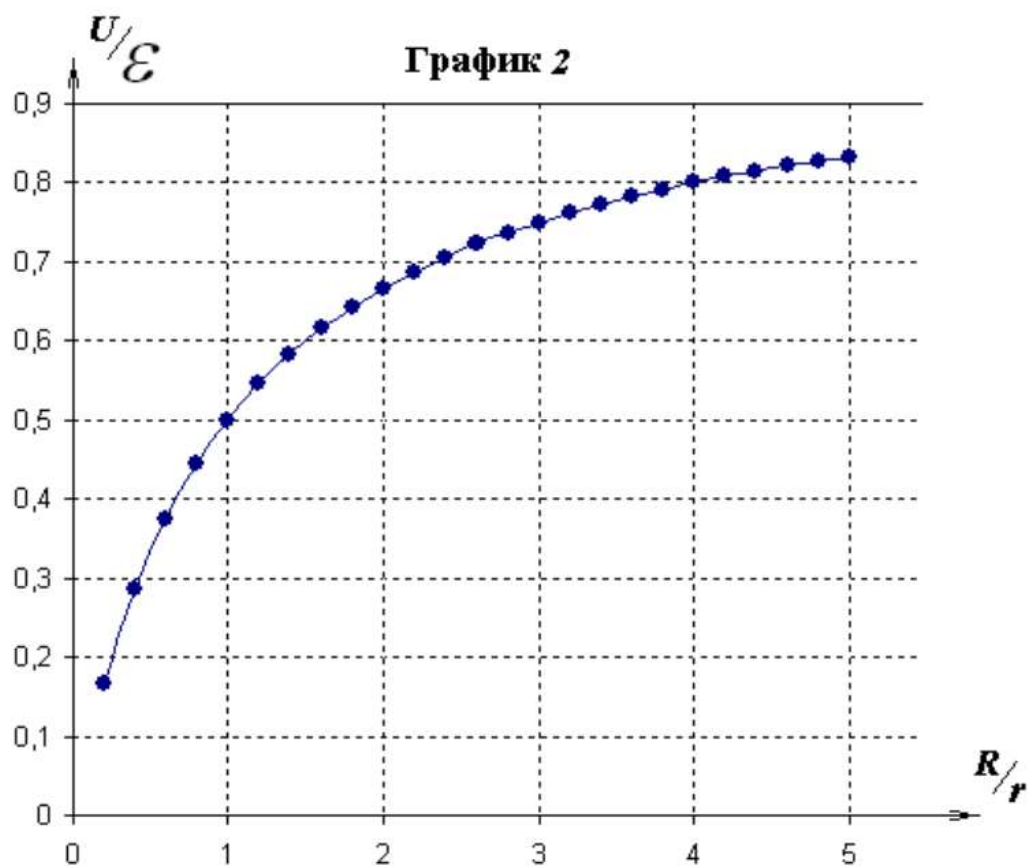
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$



В качестве максимального значения по оси ординат удобно выбрать ток короткого замыкания I_0 (максимальный ток при $R = 0$) источника, который определяется только его параметрами

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

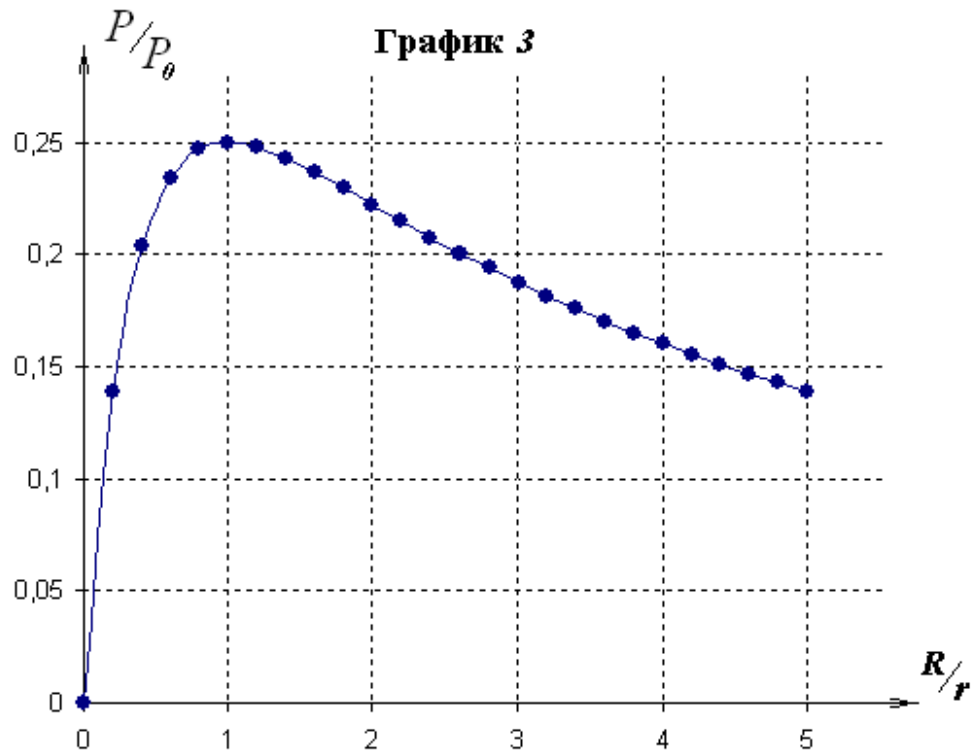
В этом случае при использовании безразмерных координат (I/I_0) и (R/r) зависимость силы тока в цепи $I(R)$ от внешнего сопротивления R примет вид, представленный на графике 1.



1.2 Напряжение на внешнем сопротивлении найдем по закону Ома

$$U(R) = I \cdot R = \frac{\varepsilon}{R + r} R.$$

График полученной функции имеет вид, представленный на рисунке 2. Он начинается изначала координат и асимптотически приближается к значению, равному единице.



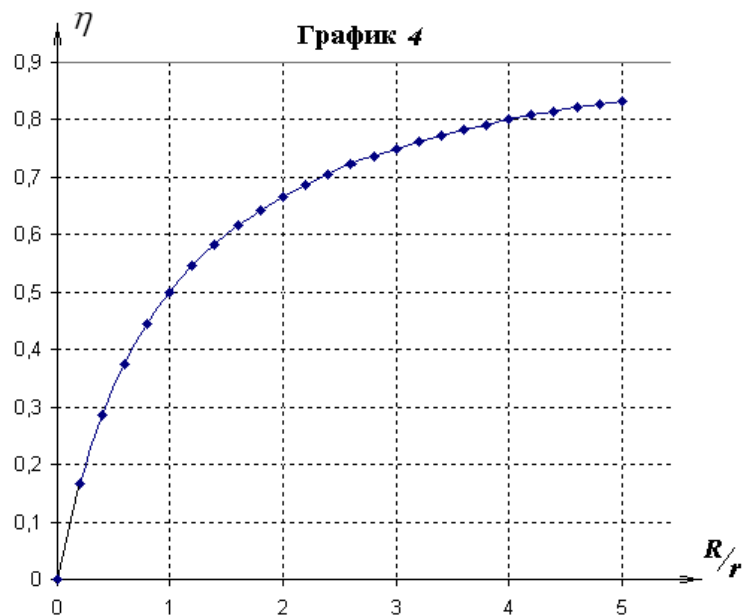
1.3 Мощность, выделяемую на внешнем сопротивлении, называемую также полезной мощностью, найдем согласно закону Джоуля-Ленца

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r} \right)^2 R.$$

Для построения графика соответствующей зависимости удобно в качестве «единицы» измерения мощности выбрать величину

$$P_0 = \frac{\mathcal{E}^2}{r}.$$

Полученный график приведен на рисунке 3.



1.4 Согласно определению, коэффициент полезного действия цепи постоянного тока равен отношению полезной мощности (выделяемой на внешнем сопротивлении) к полной (выделяемой как на внешнем, так и на внутреннем сопротивлении)

$$\eta = \frac{I^2 \cdot R}{I^2 \cdot R + I^2 \cdot r} = \frac{R}{R + r}.$$

При больших внешних сопротивлениях график 4 подобно графику 2 асимптотически стремится к единице.

Интересно, что при достижении максимального значения КПД цепи полезная мощность стремится к нулю.

Соответственно, как следует из графика 3, максимум полезной мощности, достигаемый при выполнении условия $R = r$, соответствует значению КПД

$$\eta = 50\%$$

2.1 При последовательном соединении источников их ЭДС и внутренние сопротивления суммируются, следовательно в этом случае

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{N\mathcal{E}}{R + Nr} \right)^2 R.$$

Подобное включение выгодно для повышения напряжения питания и увеличения полезной мощности устройства.

2.2 При параллельном соединении одинаковых источников ЭДС батареи не увеличивается, и по-прежнему равно ЭДС одного источника. Внутреннее сопротивление батареи рассчитывается по законам параллельного соединения

$$r' = \frac{r}{N}.$$

Таким образом, в этом случае

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}} \right)^2 R.$$

Как видим, подобное соединение не приводит к увеличению напряжения питания, правда несколько уменьшает внутреннее сопротивление источника.

3.1 При параллельном соединении различных источников ЭДС следует записать закон Ома для каждого из контуров, образованного двумя источниками, через каждый из которых течет свой ток.

Далее несложно показать, что ЭДС эквивалентно источника в этом случае рассчитывается по формуле

$$\varepsilon = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}. \quad (1)$$

Внутреннее сопротивление источника в данном случае рассчитывается по законам параллельного сопротивления

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Далее по стандартной схеме

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r} \right)^2 R.$$

3.2 При переполюсовании полярности следует взять знак «минус» в формуле (1) для вычисления ЭДС эквивалентного источника тока

$$\varepsilon = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2}. \quad (2)$$

Соответственно, полезная мощность станет равной нулю при условии, что ЭДС эквивалентного источника станет равна нулю. В этом случае не будет тока во внешней цепи – он будет циркулировать только в контуре, образованном источниками.

Правила подсчета внутреннего сопротивления и полезной мощности аналогичны правилам предыдущего пункта

$$P(R) = I^2 \cdot R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r} \right)^2 R.$$

Приравнявая (2) к нулю, получаем требуемое условие

$$\varepsilon = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} = 0 \Rightarrow \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{r_2}.$$