

Условие

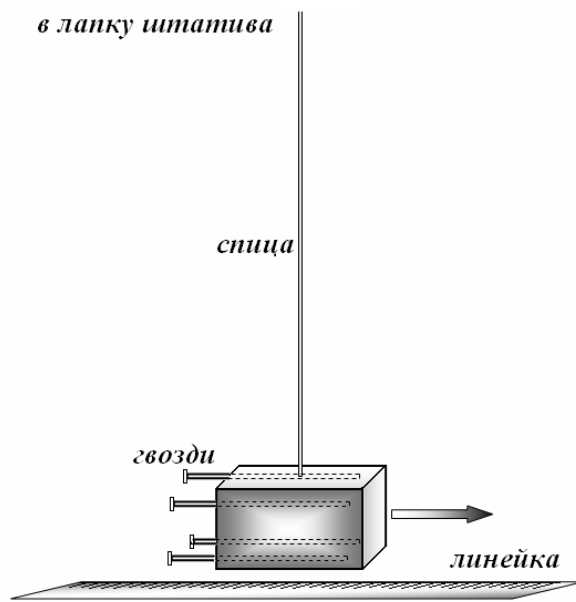
Трение и сопротивление.

Список оборудования:

1. Штатив с лапкой и зажимом 2. Линейка 40 см 3. Спица стальная 2 мм – 2 штуки 4. Палочка (деревянная) для шашлыка. 5. Книга в твердом переплете (не менее 200 стр.) – с возвратом! 6. Резинка банковская для денег – 2 штуки 7. Ластик (стирка) прямоугольная – 2 штуки 8. Гвозди 40-45 мм - 4 штуки 9. Скотч. 10. Пластилин (кусок) 11. Спичечный коробок 12. Поролон упаковочный – кусок в форме параллелепипеда 1 см х 3 см х 8см.

Конструирование универсального молотка.

В данной задаче вам предстоит исследовать движение гвоздя в различных материалах. Для этого вам необходим молоток, силу удара которого можно контролируемо изменять. Вам предлагается изготовить следующую конструкцию. Конечная стальная спица прочно зажмите в лапке штатива. На другой конец спицы насадите ластик (который и будет ударником молотка). Утяжелите ластик 4 гвоздями. Ударная грань ластика должна быть свободной. Ластик-ударник должен двигаться в непосредственной близости от стола. Рядом положите линейку для измерения начального отклонения ударника. Следите за тем, чтобы каждый удар проходил в точке, соответствующей вертикальному положению спицы, в этом случае скорость в момент удара будет максимальна. Вам постоянно придется передвигать свой ударник, по мере погружения исследуемых «гвоздей» в материал.



Все измерения проходят с заметным разбросом, постарайтесь уменьшить случайную ошибку измерений, увеличивая их число.

Часть 1. Изучение молотка.

Заполните спичечный коробок пластилином. При ударе молотка по коробку, лежащему на столе, последний приходит в движение и проходит по столу некоторый путь S , который легко измерить. Стол лучше накрыть бумагой!

1. Покажите (теоретически), путь, пройденный коробком после удара, пропорционален энергии, переданной коробку в момент удара. 2. Исследуйте зависимость энергии, переданной коробку при ударе, от начального отклонения маятника. (Энергию можно измерять в относительных единицах – укажите, какой именно единицей измерения вы

пользуетесь). Постройте график полученной зависимости, дайте ему качественное объяснение.

Часть 2. Поролон.

Проткните деревянной палочкой кусок поролона. Кусок поролона закрепите на столе скотчем. Забивайте универсальным молотком палочку далее.

1. Исследуйте зависимость пути, пройденного палочкой через поролон, от числа ударов молотка. Проведите измерения, протыкая поролон вдоль его короткой стороны (ширина около 1 см). Повторите измерения, когда палочка протыкает поролон вдоль средней стороны (ширина около 3 см). Постройте графики полученной зависимости, дайте им качественное объяснение. Сравните средние пути, проходимые палочкой в поролоне за один удар, при разной ширине поролона. **Силу удара молотка сохраняйте постоянной. Совсем не обязательно проводить измерения после каждого удара, рекомендуем это делать после нескольких (3-5) ударов.**

Часть 3. Бумага.

Обвяжите книгу двумя резинками (по два оборота). Закрепите книгу на столе с помощью скотча и пластилина. Между страницами книги воткните деревянную палочку. Вбивайте ее дальше с помощью молотка с постоянным начальным отклонением (выбор начального отклонения молотка обоснуйте).

1. Исследуйте зависимость глубины проникновения палочки между страницами книги от числа сделанных ударов. Постройте график полученной зависимости. 2. Постройте теоретическую модель движения палочки между страницами книги. Докажите ее применимость в рассматриваемом случае.

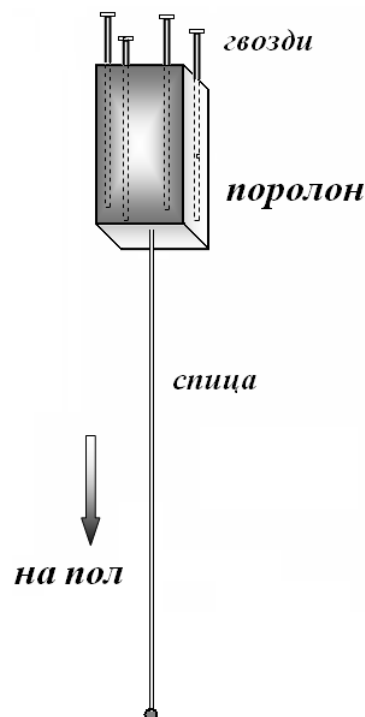
Часть 4. Спица в поролоне.

1. Исследуйте зависимость движения спицы в поролоне, когда она не протыкает кусок, а полностью находится внутри. Для этого рекомендуем воткнуть спицу в поролон (вдоль длинной стороны) утяжелить кусок поролона несколькими гвоздиками. Затем следует бросать спицу вертикально, так чтобы кусок поролона был сверху и в момент удара о пол натыкался на спицу. Измерьте зависимость глубины погружения спицы от числа ударов (бросайте с одной и той же высоты!) Постройте график полученной зависимости. 2. Постройте теоретическую модель движения палочки в поролоне. Докажите ее применимость в рассматриваемом случае.

Решение

1. Энергия, полученная коробком, расходуется на работу по преодолению силы трения, поэтому

$$E = \mu mgS,$$



Откуда следует, что

$$S = \frac{E}{\mu tg}. \quad (1)$$

2. Так как энергия, переданная коробку, пропорциональна пройденному им пути, то в качестве единицы энергии можно использовать сам пройденный путь S (будем измерять в см).

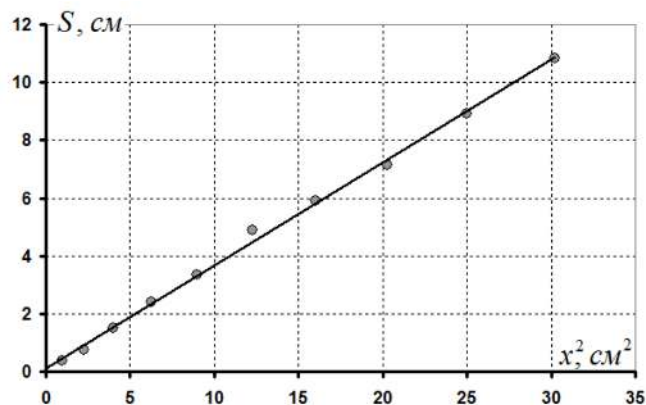
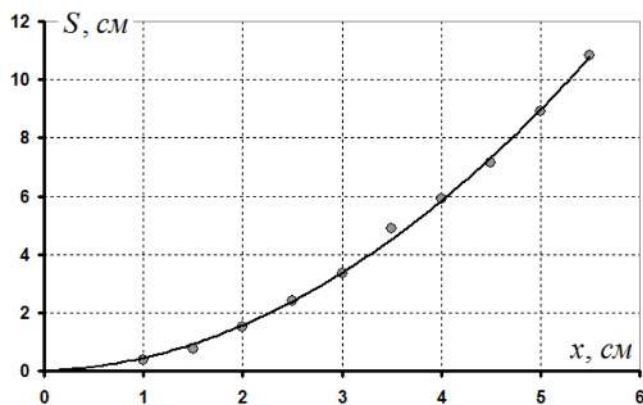
Результаты измерений зависимости пройденного пути S от отклонения маятника x приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

x , см	Пройденный путь S , см					
	1	2	3	4	5	среднее
1,0	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3	0,38
1,5	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,74
2,0	1,6	1,5	1,6	1,3	1,5	1,50
2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,42
3,0	3,4	3,1	3,3	3,4	3,5	3,34
3,5	5,0	4,8	4,9	4,8	4,9	4,88
4,0	5,9	6,0	5,8	5,7	6,1	5,90
4,5	7,0	7,1	7,1	7,5	7,0	7,14
5,0	8,6	8,8	8,7	9,5	8,9	8,90
5,5	10,1	10,5	11,1	11,3	11,1	10,82

На графике 1 построена данная зависимость. Эта зависимость очень похожа на квадратичную. Для проверки этого предположения зависимость следует линеаризовать. Для этого рядом построен график 2 зависимости пройденного пути от квадрата начального отклонения молотка. Этот график подтверждает, переданная энергия пропорциональна квадрату начального отклонения.

График 1. График 2.



Функция, описывающая линеаризованную зависимость, имеет вид

$$S = Kx^2 + b. \quad (2)$$

Параметры этой зависимости², рассчитанные по методу наименьших квадратов, равны

$$K = (0,354 \pm 0,012) \text{ см}^{-1}$$

$$b = (0,12 \pm 0,19) \text{ см}$$

Параметр b может быть признан равным нулю, поэтому гипотеза о пропорциональности между переданной энергией и квадратом начального отклонения подтверждается. Теоретически данный результат очевиден – потенциальная энергия молотка в начальном положении пропорциональна квадрату отклонения (энергия упругой деформации), следовательно, кинетическая энергия в нижней точке и переданная энергия имеют ту же зависимость.

Возможна и другая линейаризация – зависимость корня из смещения от начального отклонения $\sqrt{S} = ax + b$

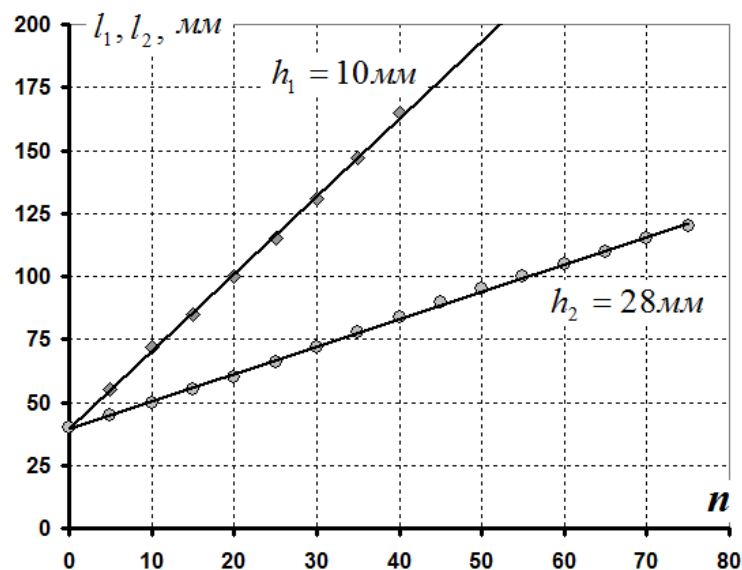
Часть 2. Поролон.

В Таблице 2 приведены результаты измерений (средние по 3 измерениям) расстояния l , пройденного деревянной палочкой, протыкающей кусок поролона толщиной h от числа ударов n . На графике 3 построены эти зависимости.

Таблица 2.

n	$l_1, \text{ мм } h_1 = 10 \text{ мм}$	$l_2, \text{ мм } h_2 = 28 \text{ мм}$
0	40	40
5	55	45
10	72	50
15	85	55
20	100	60
25	115	66
30	131	72
35	147	78
40	165	84
45		90
50		95
55		100
60		105
65		110
70		115
75		120

График 3.



Полученные зависимости линейны с высокой точностью, но с разными коэффициентами наклона. Такие результаты могут быть объяснены, если предположить, что на палочку, при ее движении через поролон действует сила трения, пропорциональная толщине слоя поролона h :

$$F_{\text{тр.}} = kh. \quad (3)$$

В этой модели, путь пройденной палочкой за n ударов, определяется формулой

$$l = l_0 + \frac{E}{kh}n, \quad (4)$$

² По условию задачи эти параметры рассчитывать не требуется, но доказательство того, что энергия пропорциональна квадрату отклонения необходимо.

где E - энергия, переданная палочке при одном ударе, l_0 - начальная глубина погружения палочки. Теоретическая зависимость (4) объясняет экспериментальные данные, представленные в таблице 2 и на графике 3.

Используя метод наименьших квадратов, найдем параметры линейных зависимостей

$$l = an + b. \quad (5)$$

Для $h_1 = 10$ мм:

$$a_1 = (3,08 \pm 0,07) \text{ мм}; \quad b_1 = (39,5 \pm 1,7) \text{ мм};$$

Для $h_2 = 28$ мм

$$a_2 = (1,09 \pm 0,02) \text{ мм}; \quad b_2 = (39,4 \pm 0,8) \text{ мм};$$

Во-первых, параметры b в пределах погрешностей совпадают с начальным положением палочки.

Во-вторых, согласно теоретической зависимости (4), коэффициенты наклона должны быть обратно пропорциональны толщине слоя поролона. То есть должно выполняться соотношение

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{h_2}{h_1} \approx 2,8.$$

Найдем это отношение для рассчитанных коэффициентов наклона

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3,08}{1,09} \approx 2,82;$$

$$\Delta \left(\frac{a_1}{a_2} \right) = \frac{a_1}{a_2} \sqrt{\left(\frac{\Delta a_1}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta a_2}{a_2} \right)^2} = 0,12 \quad (6)$$

Таким образом, предположение о пропорциональности между силой трения и толщиной слоя поролона полностью подтверждается.

Отметим, что параметр a и есть средний путь, проходимый палочкой через поролон за один удар.

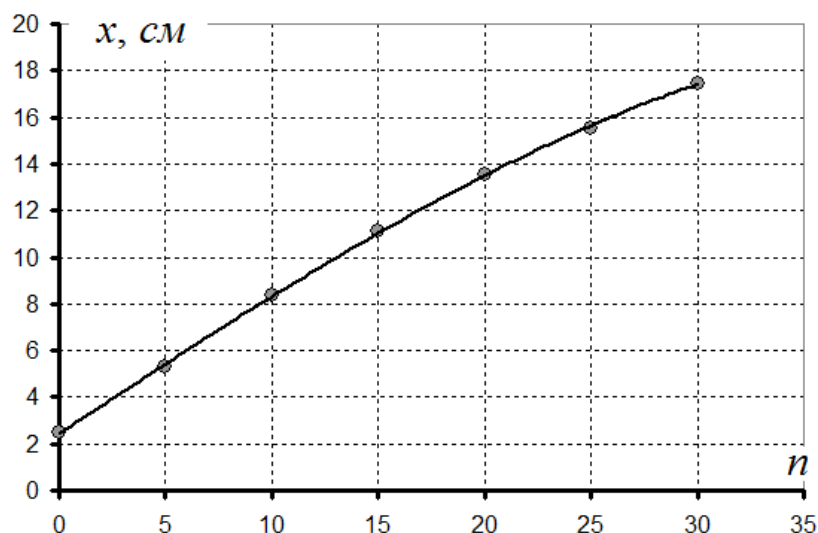
Часть 3. Бумага.

Результаты измерения средней глубины погружения x «деревянного гвоздя» в книгу от числа ударов n приведены в Таблице 3, на графике 4 построена полученная зависимость.

Таблица 3.

n	x , см	x^2 , см ²
0	2,5	6,3
5	5,3	28,1
10	8,4	70,0
15	11,1	123,2
20	13,5	183,2
25	15,5	241,3
30	17,5	305,1

График 4.



Полученная зависимость является нелинейной. Этот результат становится понятным, если учесть, что работа силы трения зависит от глубины проникновения. Можно предположить, что сила сопротивления, действующая на острие палочки мала

(палочка только раздвигает страницы), поэтому в первом приближении ею можно пренебречь.

Как и в первой части задачи, предположим, что сила трения, действующая на палочку пропорциональна глубине погружения (3).

Тогда, работа силы трения во время n -го удара рассчитывается по формуле

$$E = k \frac{x_n + x_{n-1}}{2} (x_n - x_{n-1}),$$

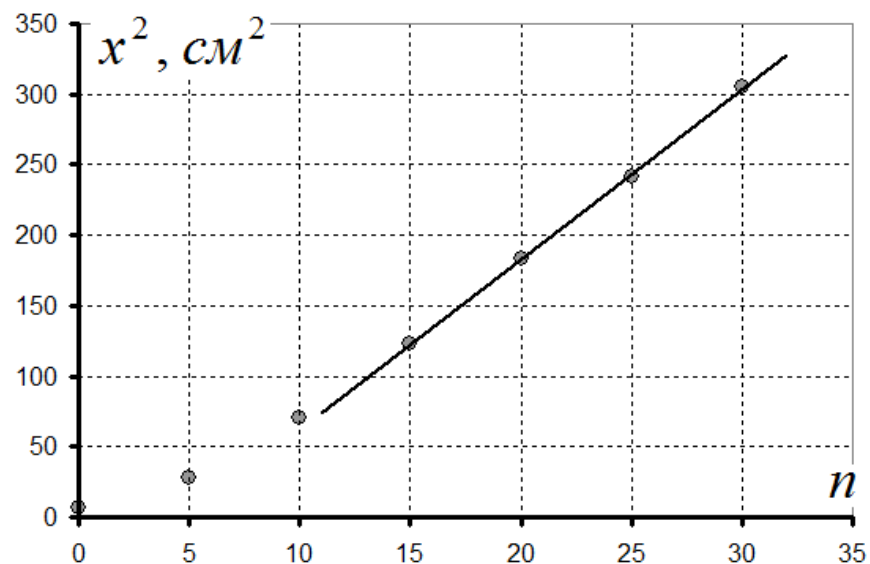
из которой следует, что глубины погружения связаны соотношением

$$x_n^2 = x_{n-1}^2 + \frac{2E}{k}.$$

Следовательно, квадраты глубины погружения образуют арифметическую прогрессию, записанную в явном виде

$$x_n^2 = x_0^2 + \frac{2E}{k} n. \quad (7)$$

Для проверки этой формулы, построим зависимость квадрата глубины погружения от числа ударов (График 5)



Строго говоря, эта зависимость не является линейной, но при заметной глубине погружения (при $x > 10$ см) точки графика почти точно ложатся на прямую. По-видимому, при малых x определенную роль играет сила, действующая на острие. При больших глубинах основную роль играют силы, действующие на боковую поверхность, что подтверждается графиком 5.

Часть 4. Спица в поролоне.

Результаты измерения зависимости глубины проникновения спицы в поролон x от числа ударов (об пол) n приведены в Таблице 4 и на графике 6.

Таблица 4.

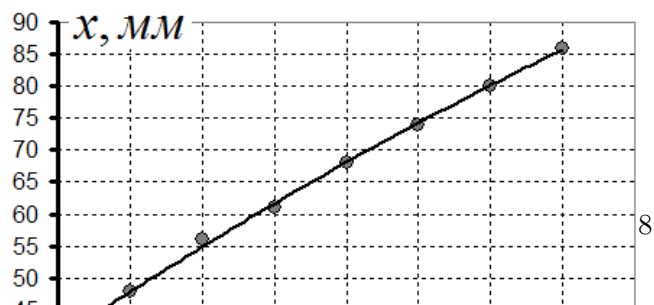
n	x , мм	x^2 , см ²	ξ	Z
0	40	16,00		
5	48	23,04	2,20	25,00
10	56	31,36	2,40	25,00
15	61	37,21	2,53	28,57
20	68	46,24	2,70	28,57
25	74	54,76	2,85	29,41
30	80	64,00	3,00	30,00
35	86	73,96	3,15	30,43

График 6.

Зависимость не линейна, что опять свидетельствует о заметном влиянии силы трения на боковой поверхности на движение спицы.

В ходе проникновения спицы в поролон она должна разрываться материал, поэтому также

10 класс. Экспериментальный тур.



должна сказываться сила, действующая на острие. Последнюю разумно считать постоянной (вспомните теоретическую задачу!).

При наличии двух сил, постоянной f (на острие) и пропорциональной глубине проникновения $F_{\text{тр.}} = kx$, работа по преодолению этих сил равна

$$A = \frac{k(x^2 - x_0^2)}{2} + f(x - x_0).$$

Эта работа равна суммарной энергии, полученной спицей за все удары. Поэтому уравнение для определения зависимости глубины погружения от числа ударов имеет вид

$$\frac{k(x^2 - x_0^2)}{2} + f(x - x_0) = En. \quad (8)$$

Проверить данное соотношение достаточно сложно при малом числе экспериментальных данных.

*Очень интересным является следующее преобразование³. Разделим уравнение (8) на $(x - x_0)$ и преобразуем его к виду

$$\frac{x_0}{(x - x_0)}n = \frac{kx_0^2}{2E} \left(\frac{(x + x_0)}{x_0} + 2\frac{f}{kx_0} \right) \quad (9)$$

Построим зависимость между безразмерными величинами $Z = \frac{x_0}{(x - x_0)}n$ и $\xi = \frac{(x + x_0)}{x_0}$.

Если исходные предположения модели о характере действующих сил верны, то указанная зависимость линейна

$$Z = A\xi + B.$$

Причем параметры этой зависимости имеют явный физический смысл:

³ Трудно ожидать, что участники олимпиады предложат такой путь анализа, поэтому эта часть выделена курсивом. При оценивании данного пункта задачи предлагается оценивать саму модель (8) и попытки ее любой разумной линеаризации и обоснования вывода о применимости данной модели. Ниже изложены альтернативные варианты, которые, по нашему мнению должны оцениваться не более чем в половину баллов за последний пункт задания.

- параметр $A = \frac{kx_0^2}{2E}$ - равен отношению энергии, необходимой чтобы совершить работу против сил бокового трения при погружении на начальную глубину x_0 ;

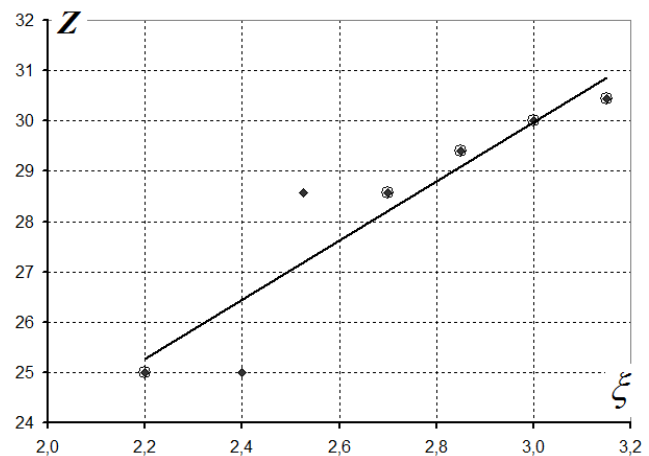
- значение $\xi^* = -\frac{B}{A} = 2\frac{f}{kx_0}$ (при котором Z обращается в нуль) равно отношению силы *лобового сопротивления к величине силы бокового трения при погружении на половину начальной глубины.

В таблице 4 приведены результаты расчетов величин* (ξ, Z) , а на графике 7 построена зависимость между ними.

Конечно, трудно назвать ее идеально линейной, но нужная тенденция наблюдается. Если отбросить явно выпадающие точки и найти параметры линейной зависимости, то получим следующие значения

$$A = 5,9 \pm 1,6$$

$$B = 12 \pm 6 \quad \xi^* \approx 2$$



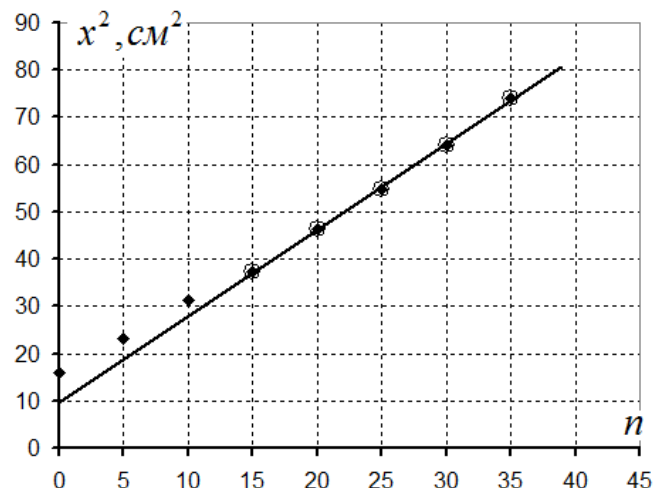
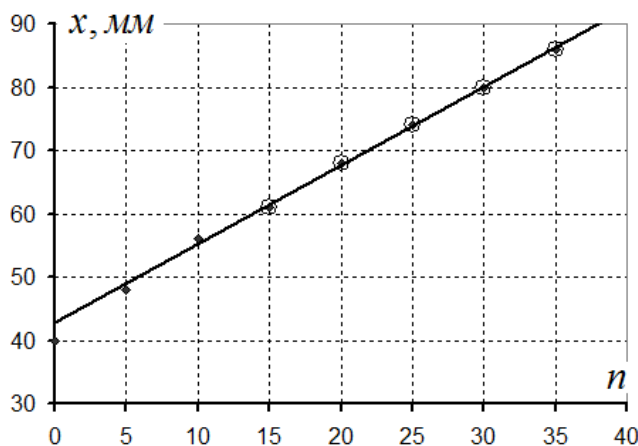
Полученные значения вполне разумны: если бы не было лобового сопротивления, то для того чтобы забить спицу на 40 мм необходимо примерно 6 ударов; сила лобового сопротивления приметно равна силе бокового сопротивления на 20 мм длины спицы (по меньшей мере она сравнима с силой бокового трения).

Еще раз подчеркнем, анализировать экспериментальные данные этой части задачи сложно так как, и данных мало, и точность не высока.

Если построить зависимости $x(n)$ и $x^2(n)$ (Графики 8 – 9), то каждую из них с некоторой погрешностью можно принять за линейную.

График 8.

График 9.



В первом случае следует признать, что преобладает сила лобового сопротивления, во втором – сила бокового трения.

² , , По условию задачи эти параметры рассчитывать не требуется, но доказательство того, что энергия пропорциональна квадрату отклонения необходимо.

³ , , Трудно ожидать, что участники олимпиады предложат такой путь анализа, поэтому эта часть выделена курсивом. При оценивании данного пункта задачи предлагается оценивать саму модель (8) и попытки ее любой разумной линеаризации и обоснования вывода о применимости данной модели. Ниже изложены альтернативные варианты, которые, по нашему мнению, должны оцениваться не более чем в половину баллов за последний пункт задания.

⁴ . , Не следует строго следовать приведенному расчету погрешностей. Допустим упрощенный вариант по среднему модулю отклонения.