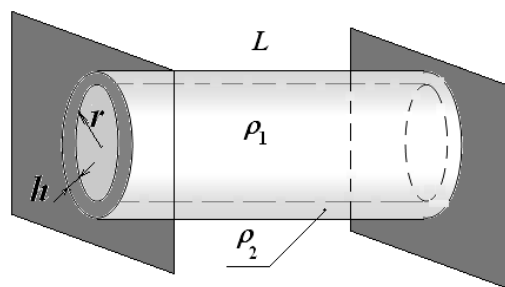
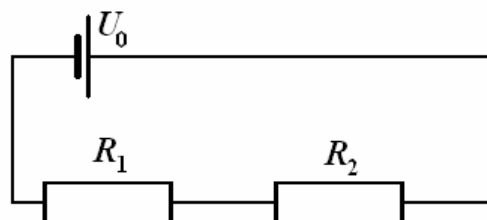


## Условие

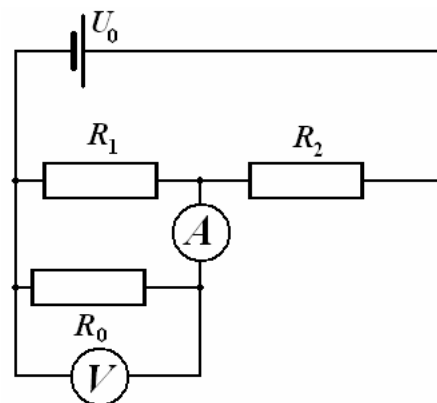
### Задание 3. «Чем длина отличается от ширины?»



**3.1** Цилиндр радиуса  $r$  и длиной  $L$  изготовлен из материала с удельным электрическим сопротивлением  $\rho_1$ . Цилиндр покрывают тонкой оболочкой толщиной  $h$  ( $h \ll r$ ) из материала, удельное сопротивление которого равно  $\rho_2$ . Полученный таким образом образец зажимают между двумя хорошо проводящими пластинами. Найдите электрическое сопротивление полученного элемента, при его подключении к проводящим пластинам.



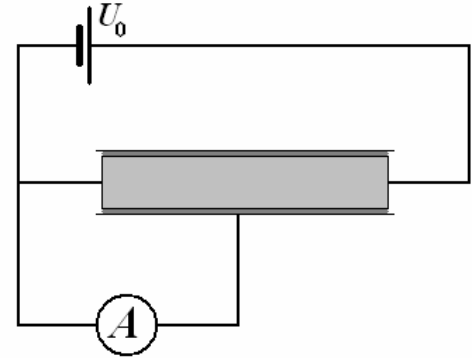
**3.2** Электрическая цепь, состоящая из двух последовательно соединенных резисторов, сопротивления которых равны  $R_1$  и  $R_2$ , подключена к источнику постоянного напряжения  $U_0$ . Найдите силу тока в цепи и напряжение на резисторе  $R_1$ .



**3.3** В цепи, рассмотренной в предыдущем пункте, к резистору  $R_1$  параллельно подключают резистор сопротивлением  $R_0$ . При этом в цепь включают амперметр и вольтметр, как показано на схеме. Считая приборы идеальными (сопротивление амперметра пренебрежимо мало,

сопротивление вольтметра очень велико), рассчитайте показания этих приборов. Найдите показания этих приборов, если сопротивление  $R_0$  значительно больше сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ . В этом случае ток через амперметр оказывается малым, поэтому вместо амперметра в цепь включают миллиамперметр.

**3.4** Для измерения удельного сопротивления изоляционного материала используют следующую методику. Цилиндр радиуса  $r$  и длиной  $L$  ( $L \gg r$ ) с удельным сопротивлением  $\rho_0$  покрывают тонким слоем исследуемого материала толщиной  $h$  ( $h \ll R$ ). Полученный таким образом элемент помещают внутрь цилиндрической трубки, электрическое сопротивление которой пренебрежимо мало. Этот элемент включают в электрическую цепь, как показано на схеме. Напряжение источника равно  $U_0$ , амперметр показывает малый (по сравнению с током через источник) ток величиной  $I$ . Определите по этим данным удельное электрическое сопротивление исследуемого изоляционного материала.



Во всех пунктах данной задачи сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь.

## Решение

### Задание 3. «Чем длина отличается от ширины?»\*

3.1 Используя известные формулы для сопротивления проводника и параллельного соединения проводников, найдем требуемое сопротивление

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{\pi r^2}{\rho_1 L} + \frac{2\pi r h}{\rho_2 L} = \frac{\pi r}{\rho_1 \rho_2 L} (\rho_2 r + 2\rho_1 h) \Rightarrow$$

$$R = \frac{\rho_1 \rho_2 L}{\pi r (\rho_2 r + 2\rho_1 h)} = \frac{\rho_1 L}{\pi r^2 \left(1 + 2\frac{\rho_1 h}{\rho_2 r}\right)} \quad (1)$$

Ответ может быть представлен и в других эквивалентных формах.

3.2 Используя стандартные формулы, находим

$$I = \frac{U_0}{R_1 + R_2}; \quad U_1 = IR_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (2)$$

3.3 При подключении дополнительного резистора для расчета силы тока и напряжения можно воспользоваться полученными формулами (2), в которых вместо величины  $R_1$  следует подставить сопротивление двух параллельных резисторов

$$R'_1 = \frac{R_1 R_0}{R_1 + R_0}. \quad (3)$$

В этом случае напряжение окажется равным

$$U_1 = U_0 \frac{R'_1}{R'_1 + R_2} = U_0 \frac{\frac{R_1 R_0}{R_1 + R_0}}{\frac{R_1 R_0}{R_1 + R_0} + R_2} = U_0 \frac{R_1 R_0}{R_1 R_0 + R_2(R_1 + R_0)}, \quad (4)$$

а сила тока через амперметр

$$I_A = \frac{U_1}{R_0} = U_0 \frac{R_1}{R_1 R_0 + R_2(R_1 + R_0)}. \quad (5)$$

Если сопротивление резистора  $R_0$  велико, то можно пренебречь его проводимостью и считать, что напряжение на нем совпадает с напряжением, рассчитанным по формуле (2), т.е.

$$U_1 \approx U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (6)$$

Сила тока в этом случае оказывается равной

$$I_A = \frac{U_0}{R_0} \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (7)$$

3.4 При решении данного пункта задачи следует учитывать, что ток течет поперек изоляционного слоя, причем распределение тока (точнее плотности тока) вдоль цилиндра не будет однородным. Так как сопротивление изоляции велико, то и измеряемый ток будет малым. Следовательно, распределение напряжений  $U(x)$  между элементом  $\Delta x$  цилиндра и хорошо проводящей трубкой будет примерно таким же, как при отключенном амперметре, то есть меняться по линейному закону от  $U_0$  до нуля. Это дает основание использовать в качестве среднего напряжения между цилиндром и проводящей трубкой среднее арифметическое напряжений на концах цилиндра, то есть  $\frac{U_0}{2}$ . Следовательно, измеряемый ток равен

$$I = \frac{U_0}{2R'}. \quad (8)$$

Где  $R' = \rho \frac{h}{2\pi r L}$  - сопротивление изоляционного слоя при протекание тока «поперек».

Таким образом, получаем

$$I = \frac{U_0 \cdot 2\pi r L}{2\rho h} \Rightarrow \rho = \frac{U_0 \pi r L U_0}{I h}. \quad (9)$$

