

Условие

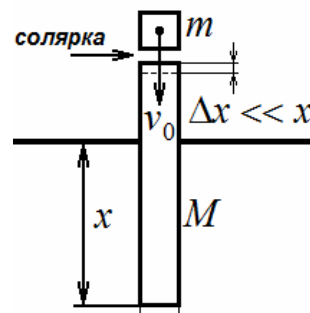
Задача 2. «Копёр»

Предлагаем Вам рассмотреть работу устройства для забивания свай в твёрдый грунт. Принцип работы копра очень простой. По вертикально установленной свае (масса сваи M) ударяет молот (масса молота m), часть механической энергии молота передаётся свае, которая постепенно забивается в землю. Для поддержания работы копра, в область соударения

молота и сваи подаётся некоторое количество солярки, которая при сжатии взрывается и выделяет определённое количество энергии.

Будем считать для простоты, что сила трения, действующая на сваю при её движении в грунте, прямо пропорциональна длине вбитой части ($F_{\text{тр}} = kx$, k - известная постоянная).

Удары молота о сваю будем считать абсолютно упругими. Также будем считать, что трение сваи о грунт настолько велико, что при одном ударе свая опускается на очень маленькое расстояние ($\Delta x_0 \ll x_0$).



Часть 1. Горячее не подаётся.

1. Скорость молота в момент времени, предшествующий соударению равна v_0 . После соударения свая получит определённую энергию $E_1 = \varepsilon_1 \cdot \frac{mv_0^2}{2}$, а модуль скорости молота уменьшится и станет равным $v_1 = \xi \cdot v_0$. Выразите постоянные ε_1 и ξ через массы молота и сваи. Далее считайте эти постоянные известными.

2. Длина вбитой части сваи равна x_0 . Определите Δx_0 для удара, описанного в предыдущем пункте.

Часть 2. Включают подачу горячего.

3. Количество солярки, подаваемой в место соударения, регулируют таким образом, чтобы модуль скорости молота после соударения со сваем не изменялся. Энергия, переданная свае, в этом случае также может быть выражена в виде $E_2 = \varepsilon_2 \cdot \frac{mv_0^2}{2}$, где v_0 - скорость молота до (и после) соударения. Определите ε_2 .

4. При такой подаче топлива, глубина погружения сваи после i -го удара (Δx_i) может быть выражена через погружение после предыдущего удара (Δx_{i-1}) и длину вбитой части сваи (x_i) следующим образом: $\Delta x_i \approx \Delta x_{i-1} \left(1 + \frac{\lambda}{x_i}\right)$. Определите коэффициент λ .

5. Начнём считать удары молота в тот момент, когда длина вбитой части сваи равна x_1 . После предыдущего удара свая опустилась на Δx_0 . Используя соотношение, приведённое в предыдущем пункте и, по-прежнему, считая, что $\Delta x_i \ll x_i$, оцените на сколько опустится свая после 10 ударов. Выразите ответ через x_1 , Δx_0 и λ .

6. После погружения сваи на необходимую глубину, подачу горячего прекращают. Через какое время T после последнего удара с включённой подачей горячего удары молота прекратятся? До прекращения подачи топлива, скорость молота перед ударами равнялась v_0 .

Примечание. Скорее всего, Вам пригодится приближенная формула: $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$.