

Условие

Задача 2. «Баскетбол»

В этой задаче Вам предстоит исследовать кинематические основы баскетбола. Основной целью игры в баскетбол является попадание мячом в корзину. Игрок стоит на площадке напротив корзины на расстоянии $l = 5,0\text{м}$ от стены и может бросать мяч с высоты $h_1 = 2,0\text{м}$ с некоторой скоростью V в любом направлении (под любым углом). Корзина прикреплена вплотную к стене, находится на высоте $h_2 = 3,0\text{м}$ и имеет радиус $r = 20\text{см}$. Попасть мячом в корзину можно двумя способами: прямым броском и рикошетом - «от щита». Попадание мяча в корзину засчитывается, только если он упал в нее сверху вниз. Ускорение свободного падения $g = 9,8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Будем считать размеры мяча много меньшими размеров корзины (например, игрок забрасывает теннисный мяч). Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Удар мяча о стену считайте абсолютно упругим. Модуль начальной скорости мячика изменяется от 0 до $V_{\text{max}} = 10\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Введем систему координат, ось OX которой горизонтальна, а ось OY вертикальна. Начало отсчета совместим с точкой бросания.

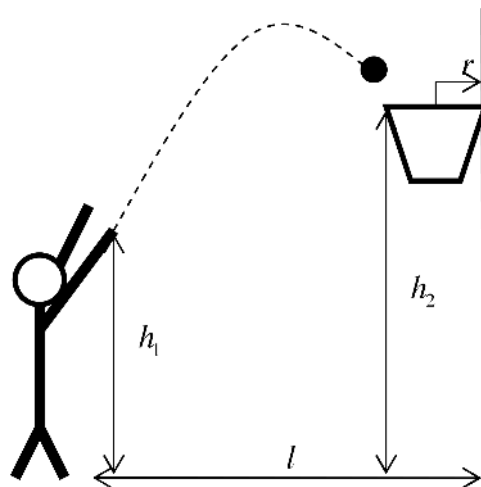
1. Запишите закон движения мячика, если проекции его начальной скорости на оси координат равны V_x, V_y .

2. Считая значение проекции скорости V_y известным, найдите диапазоны значений горизонтальной проекции V_x при котором мячик попадет в корзину а) прямым броском, б) отразившись от стены.

3. На выданном листке миллиметровой бумаги постройте диаграмму, по осям которой отложены значения проекций начальной скорости V_x, V_y . Постройте на этой диаграмме области начальных скоростей, при которых мяч попадает в корзину а) прямым броском, б) отразившись от стены.

Напоминаем – можете пользоваться калькулятором! Далее рекомендуем пользоваться построенной диаграммой. 4. Определите минимальную скорость броска, при которой можно попасть мячиком в корзину. 5. Оцените модуль начальной скорости, при которой диапазон углов бросания при которых мячик попадает в корзину максимальный. Укажите этот диапазон углов.

Возможно, Вам пригодится следующая информация: 1. Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет решения только если дискриминант $D = \sqrt{b^2 - 4ac} \geq 0$. 2. $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \text{tg}^2 \alpha$. 3. Если известно значение тангенса угла $\text{tg} \alpha = q$, то чтобы найти угол, необходимо применить функцию арктангенс $\alpha = \arctg(q)$. На большинстве микрокалькуляторов арктангенс обозначается как tg^{-1} или $\tan^{-1}$.



Решение

Задача 2. «Баскетбол»

1. Закон движения мячика имеет вид

$$\begin{aligned}x &= V_x t \\ y &= V_y t - \frac{gt^2}{2}\end{aligned}\tag{1}$$

2. Чтобы мячик попал в корзину, необходимо, чтобы находясь на высоте $h = h_2 - h_1$, его координата x лежала в диапазонах

- а) прямым броском - $[l - 2r, l]$;
- б) отразившись от стены - $[l, l + 2r]$.

Из закона движения определяем координату x , когда $y = h$.

$$V_y t - \frac{gt^2}{2} = h \quad \Rightarrow \quad t = \frac{V_y + \sqrt{V_y^2 - 2gh}}{g}\tag{2}$$

Выбранный знак соответствует спадающей ветви траектории.

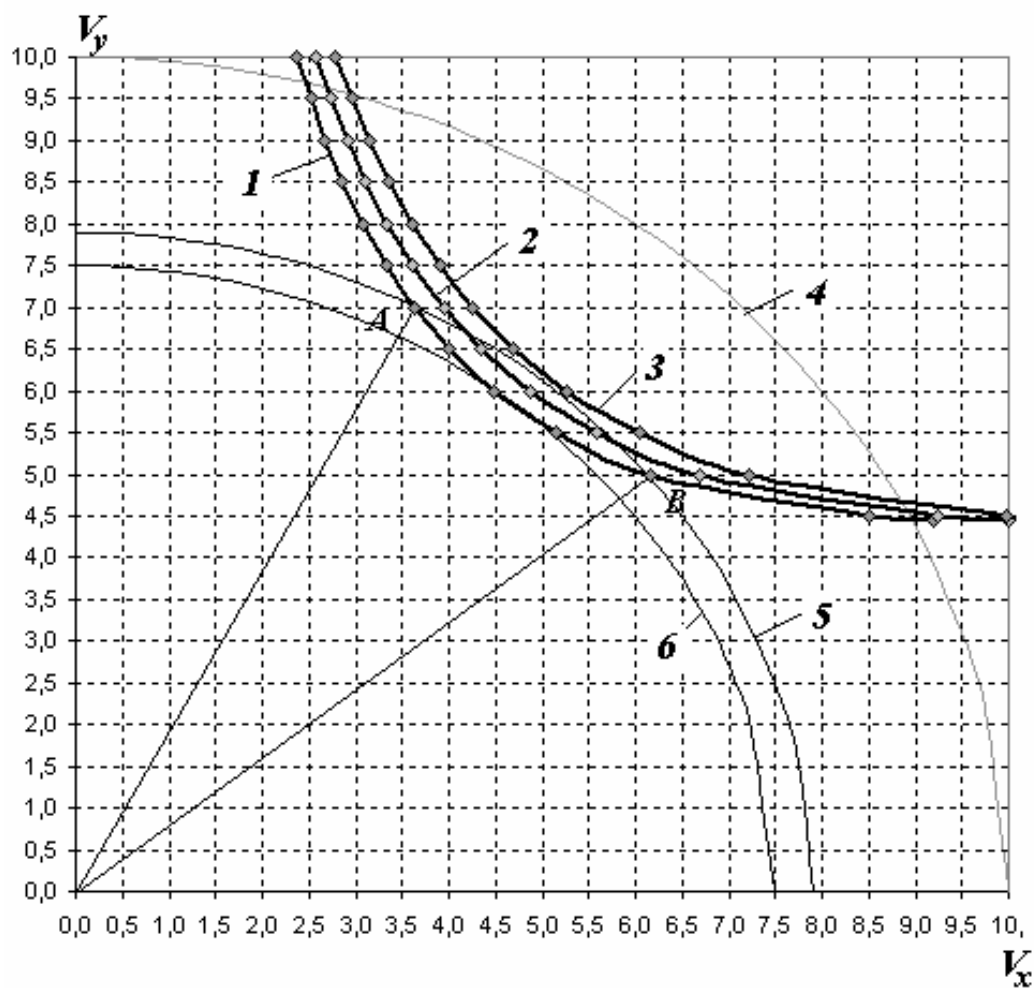
Для того, в этот момент координата x равна

$$x = V_x t = V_x \frac{V_y + \sqrt{V_y^2 - 2gh}}{g}.\tag{3}$$

Отсюда определяем требуемое значение горизонтальной проекции скорости

$$V_x = \frac{gx}{V_y + \sqrt{V_y^2 - 2gh}},\tag{4}$$

Подставляя границы диапазонов x можем рассчитать границы диапазонов нужной проекции скорости. Вычисления легко провести с помощью калькулятора. Полученные диапазоны наносятся на диаграмму.



1- мячик попадает передний край дужки; 2- мячик попадает в точку крепления; 3 – мячик попадает в дужку, отразившись от стенки.

Проводя дугу окружности, так чтобы она касалась кривой 1, получим минимальную скорость $V_{\min} \approx 7,5 \frac{M}{c}$.

Проводя дугу, так чтобы она касалась кривой 3, получаем значение скорости, при котором диапазон углов попадания максимален $V_{\text{опт.}} \approx 7,9 \frac{M}{c}$. Диапазон углов также определяем по графику (в пределах дуги АВ) По графику определяем значения предельных углов: $39^\circ \div 62^\circ$.