

Условие

Задача 1. Плавкий предохранитель.

1. Три тонких проволоки одинакового диаметра и длины — железная, медная и алюминиевая — соединены последовательно. Их подключают к источнику высокого напряжения, и одна из проволок перегорает (плавится). Какая? Начальная температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$.

Зависимостью сопротивления от температуры и потерями теплоты в окружающую среду можно пренебречь.

2. Какая из них перегорит первой после подключения к источнику высокого напряжения, если их соединить параллельно?

Удельные сопротивление: алюминия $\rho_1 = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{Ом} \cdot \text{м}$, меди $\rho_2 = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{Ом} \cdot \text{м}$, железа $\rho_3 = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{Ом} \cdot \text{м}$. Плотности: алюминия $\gamma_1 = 2700 \text{кг/м}^3$, меди $\gamma_2 = 8900 \text{кг/м}^3$, железа $\gamma_3 = 7800 \text{кг/м}^3$. Удельные теплоемкости: алюминия $c_1 = 0,88 \text{кДж/кг} \cdot \text{К}$, меди $c_2 = 0,38 \text{кДж/кг} \cdot \text{К}$, железа $c_3 = 0,46 \text{кДж/кг} \cdot \text{К}$. Температура плавления алюминия $t_{\text{пл}} = 660^\circ\text{C}$, меди $t_{\text{пл}} = 1083^\circ\text{C}$, железа $t_{\text{пл}} = 1535^\circ\text{C}$.

Решение

Задача 1. Плавкий предохранитель.

Необходимо определить какая из проволок быстрее достигнет температуры плавления. При последовательном соединении сила тока через все проволоки одинакова. Время, необходимое для достижения температуры плавления, рассчитывается с помощью цепочки очевидных формул:

$$\tau = \frac{cmt_{\text{пл.}}}{I^2 R} = \frac{c\gamma St_{\text{пл.}}}{I^2 \rho \frac{l}{S}} = \frac{S^2}{I^2 l} \frac{c\gamma t_{\text{пл.}}}{\rho}. \quad (1)$$

Первый множитель одинаков для всех проволок, поэтому время до начала плавления меньше у той из проволок, для которой второй множитель меньше. Расчет этого значения для всех проволок дает

$$\left(\frac{c\gamma t_{\text{пл.}}}{\rho} \right)_{\text{Al}} = 5,60 \cdot 10^{16}; \quad \left(\frac{c\gamma t_{\text{пл.}}}{\rho} \right)_{\text{Cu}} = 2,15 \cdot 10^{17}; \quad \left(\frac{c\gamma t_{\text{пл.}}}{\rho} \right)_{\text{Fe}} = 5,62 \cdot 10^{16};$$

Следовательно, первой перегорит алюминиевая проволока.

При параллельном соединении постоянно напряжение, поэтому в этом случае время до начала плавления рассчитывается по формулам

$$\tau = \frac{cmt_{\text{пл.}} R}{U^2} = \frac{c\gamma St_{\text{пл.}} \rho \frac{l}{S}}{U^2} = \frac{l^2}{U^2} c\gamma t_{\text{пл.}} \rho. \quad (2)$$

Расчет вариативного параметра в этом случае дает

$$(c\gamma t_{\text{пл.}}\rho)_{\text{Al}} = 43,9; \quad (c\gamma t_{\text{пл.}}\rho)_{\text{Cu}} = 62,3; \quad (c\gamma t_{\text{пл.}}\rho)_{\text{Fe}} = 540;$$

В этом случае также быстрее перегорит алюминиевая проволока.