

Условие

Задание 2. «Неупругий удар»

При столкновениях пластичных тел (например, шариков из пластилина) происходит неупругий удар – удар, при котором часть кинетической энергии шариков переходит во внутреннюю энергию. В данной задаче предлагается исследовать столкновения именно в случае неупругого удара.

Приборы и оборудование:

1. Штатив. 2. Линейка 40 см. 3. Пластилин (на одного участника один целый брусок) 4. Нитки. 5. Две скрепки.

Соберите установку, показанную на фотографии и на схеме. Линейку удобно закрепить на краю стола. Чтобы уменьшить закручивание нитей каждый шарик удобно подвешивать на двух расходящихся нитях (бифилярный подвес). Длина повеса должна быть не менее 60 см. К нижней части подвеса привяжите скрепку, к которой удобно прикреплять пластилиновые шарики. Для измерения отношения масс шариков можете использовать линейку как рычажные весы.

Рекомендация: удобно изготавливать шарики, массы которых относятся как целые числа: 1:2, 2:1, 3:4 и т.д.

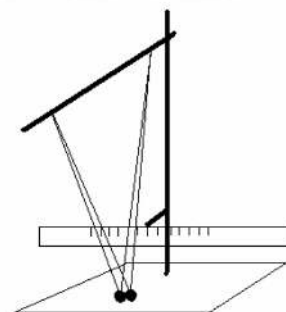
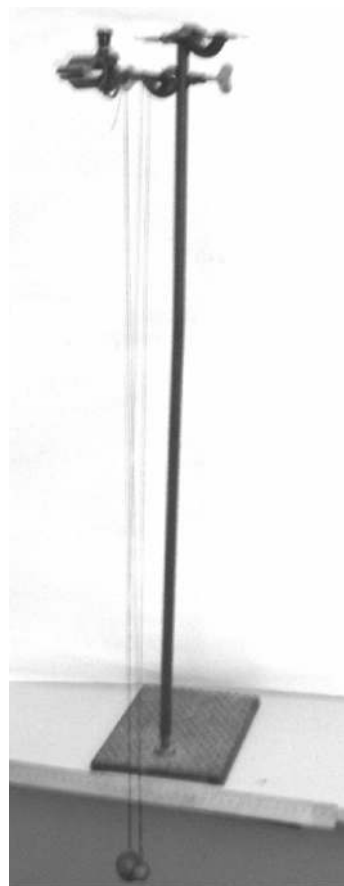
Вам предстоит исследовать столкновения шариков, один из которых изначально неподвижен – желательно, чтобы после столкновения шарики двигались вместе. Обозначим массу движущегося (ударяющего) шарика m_0 , а массу неподвижного - m_1 , а их отношение $\frac{m_0}{m_1} = \eta$. Начальное отклонение нити от вертикали, измеренное по линейке обозначим x_0 , а максимальное отклонение после удара - x_1 .

Часть 1 – Теоретическая.

1.1 Рассмотрите неупругий удар при котором один шарик массой m_1 покоится, а второй массой m_0 налетает на него со скоростью v_0 . Покажите, что скорость слипшихся шариков после удара определяется формулой

$$v_1 = \frac{m_0}{m_0 + m_1} v_0. \quad (1)$$

1.2 Покажите, что отношение количества теплоты, выделившейся при неупругом ударе, к начальной кинетической энергии шарика определяется формулой



$$\frac{Q}{E_0} = \frac{m_1}{m_1 + m_0}. \quad (2)$$

1.3 Проанализируйте движение шариков в вашей установке. Покажите, что при малых углах отклонения (а в данной задаче их можно считать малыми, если длина подвеса значительно превышает величины отклонений) потенциальная энергия шарика пропорциональна квадрату отклонения нити x и массе шарика m

$$U = Amx^2, \quad (1)$$

где A - постоянный коэффициент, зависящий только от геометрических параметров установки; а скорость шарика в нижней точке пропорциональна максимальному отклонению

$$v_0 = Bx, \quad (2)$$

где B - постоянный коэффициент, зависящий только от геометрических параметров установки.

Часть 2. Отношение скоростей.

2.1 Измерьте зависимости отклонения слипшихся шариков после удара x_1 от начального отклонения ударяющего шарика при отношении их масс равных $\frac{m_0}{m_1} = 1$ и $\frac{m_0}{m_1} = 2$. Постройте графики полученных зависимостей.

2.2 На основании полученных экспериментальных данных проверьте, можно ли считать, что отношение скорости шариков после удара к скорости ударяющего шарика является постоянной величиной. Проверьте выполнимость формулы (1) в вашем случае.

Часть 3. Потери энергии.

3.1 Измерьте зависимость отношения скорости шариков после удара к скорости шарика до удара при неизменном начальном отклонении x_0 . Постройте график этой зависимости. **3.2** Постройте график зависимости относительных потерь механической энергии при неупругом ударе $\delta = \frac{Q}{E_0}$ от отношения масс шариков. $\frac{m_0}{m_1} = \eta$. **3.3** Сравните полученные графики с теоретическими зависимостями. Объясните полученные результаты. *При необходимости внесите корректировки и поправки в ваши расчеты.*

Решение

Задание 2. «Неупругий удар»

Часть 1 – Теоретическая.

1.1 Приведенная формула следует из закона сохранения импульса. 1.2 Приведенная форму-

ла следует из формулы (1) и выражения для кинетической энергии движущегося тела. 1.3 Приведенные формулы следуют из закона сохранения механической энергии.

Часть 2. Отношение скоростей.

Требуемые результаты измерений приведены в таблице 1 и на графиках рис. 1. (для каждого угла отклонения проведено два измерения)

Таблица 1.

$x_0, \text{ мм}$	$\eta = 1$		$\eta = 2$	
	$x_1, \text{ мм}$	$x_1, \text{ мм}$	$x_1, \text{ мм}$	$x_1, \text{ мм}$
200	105	105	150	150
180	100	95	140	140
160	85	80	125	120
140	80	80	110	110
120	70	70	100	100
100	60	55	85	85
80	50	50	70	70
60	40	40	55	55
40	30	30	40	40

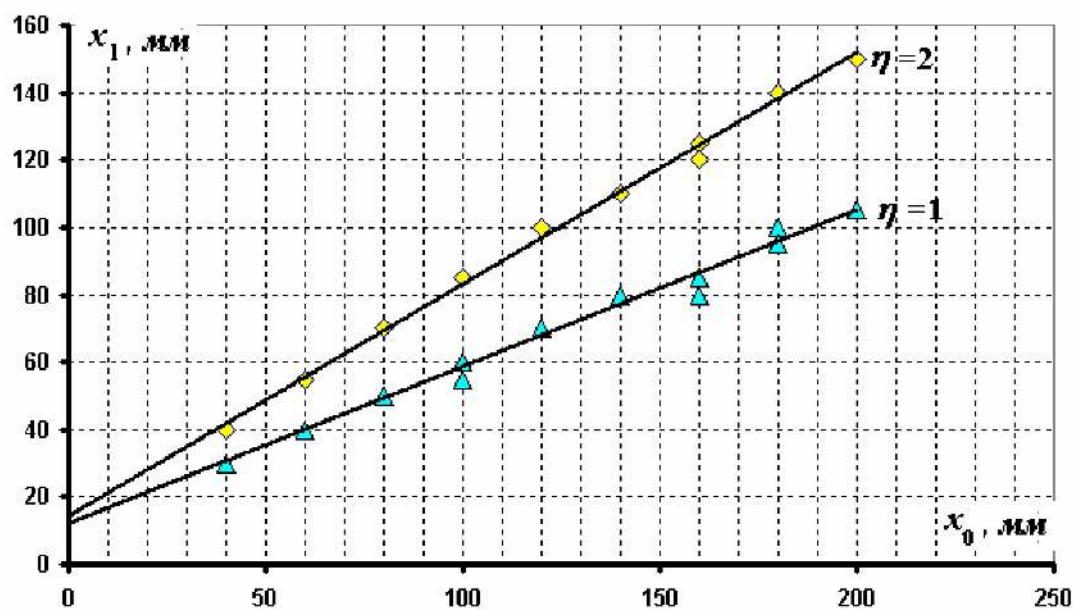


Рис. 1 Зависимость отклонения после удара от начального отклонения

Часть 2. Отношение скоростей.

Требуемые результаты измерений приведены в таблице 1 и на графиках рис. 1. (для каждого угла отклонения проведено два измерения)

Таблица 1.

x_0 , мм	$\eta = 1$		$\eta = 2$	
	x_1 , мм	x_1 , мм	x_1 , мм	x_1 , мм
200	105	105	150	150
180	100	95	140	140
160	85	80	125	120
140	80	80	110	110
120	70	70	100	100
100	60	55	85	85
80	50	50	70	70
60	40	40	55	55
40	30	30	40	40

Так как отклонения пропорциональны скоростям, то отношение отклонений равно отношению скоростей: $\frac{v_1}{v_0} = \frac{x_1}{x_0}$. Полученные данные подтверждают гипотезу о равенстве

отношения скоростей. Однако прямые, не проходят через начало координат, что связано с конечностью то есть с наличием отклонения при соприкосновении шариков в нижнем положении. Величина этого начального отклонения равна приблизительно $\delta x_0 \approx 12$ мм в обоих случаях.

Измеренные по графикам коэффициенты наклона

$$\left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_0}\right)_{\eta=1} \approx 0,47 \quad \text{и} \quad \left(\frac{\Delta x_1}{\Delta x_0}\right)_{\eta=2} \approx 0,69,$$

равные отношению скоростей близки к теоретическим значениям 0,50 и 0,67, соответственно.

Следовательно, формула (1) подтверждается.

В наших измерениях длины подвесов составляли 55 см. Отметим, что при отклонениях больших 20 см – линейность теряется, что связано, с тем, что такие отклонения не являются малыми.

Часть 3. Потери энергии.

Для проведения измерений необходимо подвешивать шарики различных масс. При этом для каждой пары разных шариков можно (и нужно) получить два результата: первый раз отклонять один шарик, а второй – другой.

Все измерения проведены при начальном отклонении $x_0 = 120$ мм.

Как и ранее, отношение скоростей до и после удара равно отношению отклонений

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{x_1}{x_0}. \quad (1)$$

Теоретическое значение данного отношения равно

$$\left(\frac{v_1}{v_0}\right)_T = \frac{m_0}{m_0 + m_1} = \frac{\eta}{\eta + 1}. \quad (2)$$

Долю энергии перешедшей в тепло можно рассчитать по экспериментальным данным следующим образом:

$$\delta = \frac{Q}{E_0} = \frac{m_0 v_0^2 - (m_0 + m_1) v_1^2}{m_0 v_0^2} = 1 - \frac{\eta + 1}{\eta} \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^2. \quad (3)$$

Теоретическое значение этого отношения равно

$$\begin{aligned} \delta_T &= \frac{m_0 v_0^2 - (m_0 + m_1) v_1^2}{m_0 v_0^2} = 1 - \frac{(m_0 + m_1)}{m_0} \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^2 = 1 - \frac{(m_0 + m_1)}{m_0} \left(\frac{m_0}{m_0 + m_1}\right)^2 \\ &= 1 - \frac{m_0}{m_0 + m_1} = \frac{m_1}{m_0 + m_1} = \frac{1}{\eta + 1} \end{aligned} \quad (4)$$

В таблице 2 приведены полученные результаты, как экспериментальных измерений, так и расчетов по приведенным выше формулам (1) и (3). На рис. 2, 3 построены графики полученных зависимостей, там приведены теоретические кривые, рассчитанные по формулам (2) и (4)

Таблица 2.

Отношение масс η	Конечное отклонение x_1 , мм	Отношение скоростей	Потери энергии, δ
1	70	0,58	0,32
2	100	0,83	-0,04
0,5	40	0,33	0,67
1,33	80	0,67	0,22
0,75	65	0,54	0,32
4	110	0,92	-0,05
0,25	20	0,17	0,86
1	70	0,58	0,32
2	100	0,83	-0,04
0,5	35	0,29	0,74
1,33	85	0,71	0,12
0,75	65	0,54	0,32
4	105	0,88	0,04
0,25	20	0,17	0,86

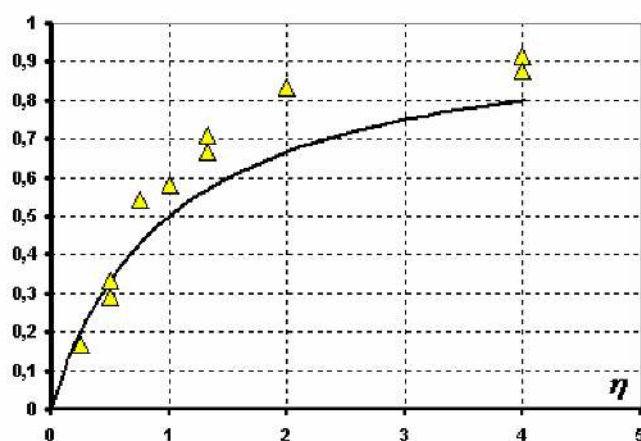


Рис. 2 Зависимость отношения скоростей от отношения масс (без поправки на начальное смещение)

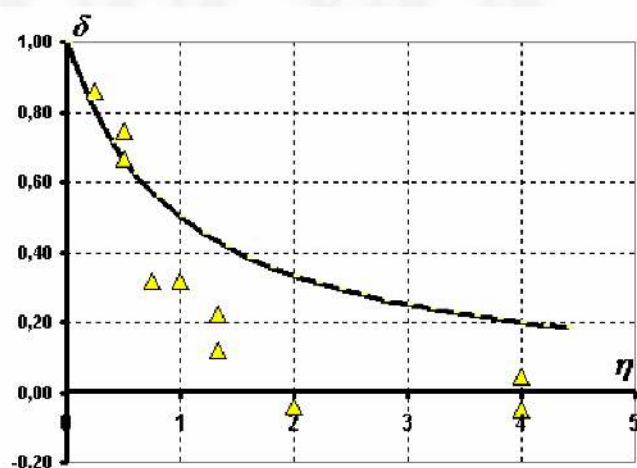


Рис. 3 Зависимость доли потерь от отношения масс (без учета поправки на начальное смещение)

Видно, что экспериментальные и теоретические зависимости различаются существенно и систематически. Более того, в некоторых случаях получен абсурдный результат – потери энергии отрицательны?

Отношение масс η	Конечное отклонение x_1 , мм	Отношение скоростей	Потери энергии, δ
1	70	0,58	0,32
2	100	0,83	-0,04
0,5	40	0,33	0,67
1,33	80	0,67	0,22
0,75	65	0,54	0,32
4	110	0,92	-0,05
0,25	20	0,17	0,86
1	70	0,58	0,32
2	100	0,83	-0,04
0,5	35	0,29	0,74
1,33	85	0,71	0,12
0,75	65	0,54	0,32
4	105	0,88	0,04
0,25	20	0,17	0,86

Видно, что экспериментальные и теоретические зависимости различаются существенно и систематически. Более того, в некоторых случаях получен абсурдный результат – потери энергии отрицательны?

Причина подобных расхождений заключается в том, что не учтена поправка на отклонение нитей в положении равновесия. Эту поправку можно учесть, уменьшив величину конечного отклонения x_1 , мм на поправку $\delta x_0 \approx 12$ мм, найденную во второй части данной работы.

В таблице 3 проведен перерасчет экспериментальных значений с учетом данной поправки. Ниже построены графики (Рис. 4-5) с ее учетом.

Таблица 3.

Отношение масс η	Конечное отклонение x_1 , мм	С учетом поправки $x_1 - \delta$	Отношение скоростей	Потери энергии, δ
1	70	58	0,48	0,53
2	100	88	0,73	0,19
0,5	40	28	0,23	0,84
1,33	80	68	0,57	0,44
0,75	65	53	0,44	0,54
4	110	98	0,82	0,17
0,25	20	8	0,07	0,98
1	70	58	0,48	0,53
2	100	88	0,73	0,19
0,5	35	23	0,19	0,89
1,33	85	73	0,61	0,35
0,75	65	53	0,44	0,54
4	105	93	0,78	0,25
0,25	20	8	0,07	0,98

Как видно, учет указанной поправки приводит к согласованию экспериментальных и теоретических зависимостей.

Рис. 4 Зависимость отношения скоростей от отношения масс (с поправкой на начальное смещение)

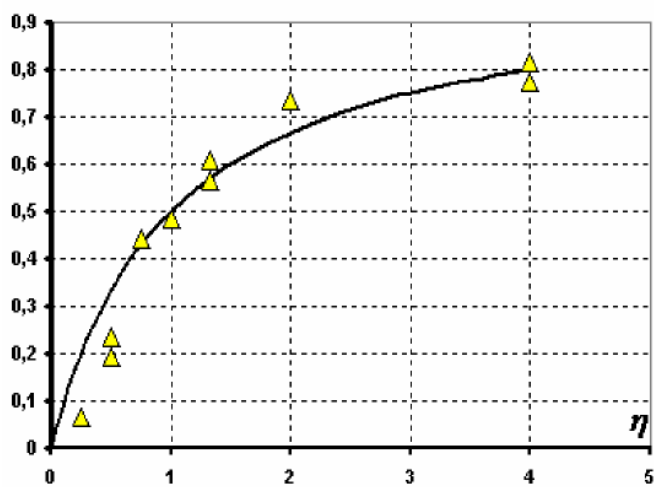
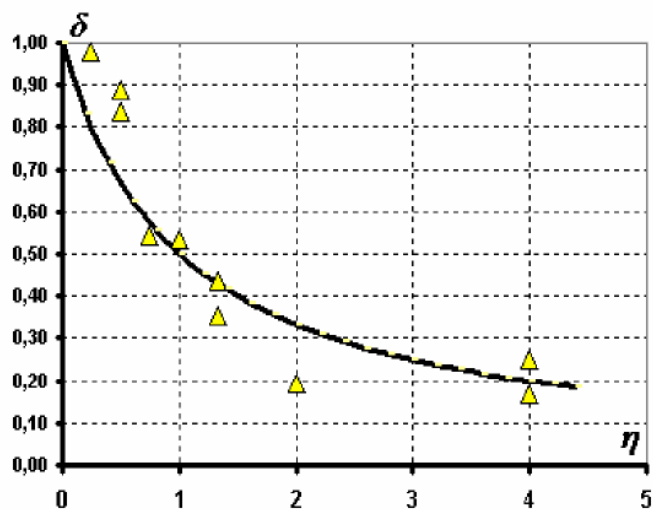


Рис.5 Зависимость доли потерь от отношения масс (с поправки на начальное смещение)

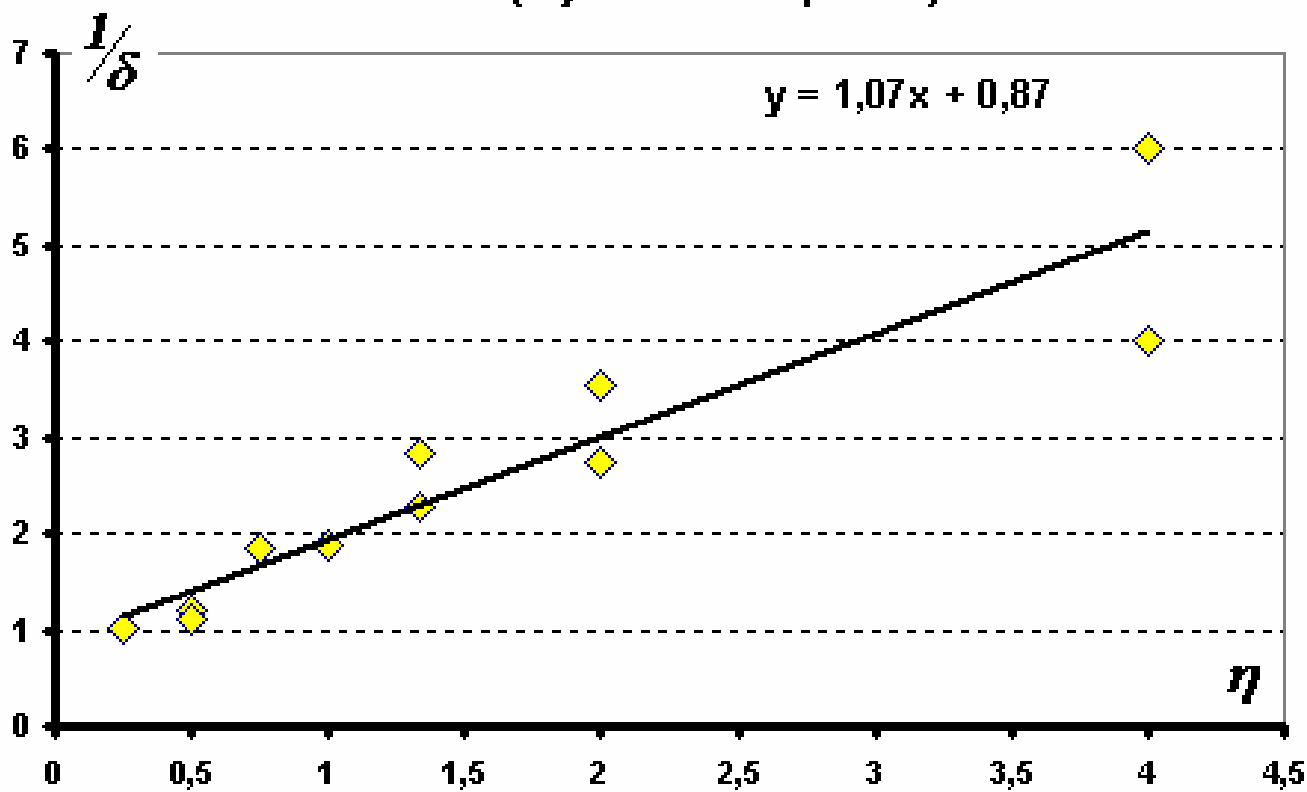


Отношение масс η	Конечное отклонение x_1 , мм	С учетом поправки $x_1 - \delta$	Отношение скоростей	Потери энергии, δ
1	70	58	0,48	0,53
2	100	88	0,73	0,19
0,5	40	28	0,23	0,84
1,33	80	68	0,57	0,44
0,75	65	53	0,44	0,54
4	110	98	0,82	0,17
0,25	20	8	0,07	0,98
1	70	58	0,48	0,53
2	100	88	0,73	0,19
0,5	35	23	0,19	0,89
1,33	85	73	0,61	0,35
0,75	65	53	0,44	0,54
4	105	93	0,78	0,25
0,25	20	8	0,07	0,98

Как видно, учет указанной поправки приводит к согласованию экспериментальных и теоретических зависимостей.

Рис. 4 Зависимость отношения скоростей от отношения масс (с поправкой на начальное смещение) Рис. 5 Зависимость доли потерь от отношения масс (с поправки на начальное смещение)

Линеаризованная энергетическая зависимость (с учетом поправки)



Еще более впечатляющим и разумным способом проверки является линеаризация зависимости (4) посредством очевидного преобразования

$$\frac{1}{\delta} = \eta + 1.$$

На рис. 6 приведена данная зависимость (с учетом поправки) и приведено ее уравнение — очень хорошее соответствие экспериментальных данных и теоретической зависимости.