

Условие

Задание 3. «Опыт Араго»

В давние времена точное определение скорости света являлось важной экспериментальной проблемой. В данной задаче рассматривается опыт Араго, который в своё время позволил относительно точно вычислить значение скорости света. Для простоты мы будем использовать лазер в качестве источника света.

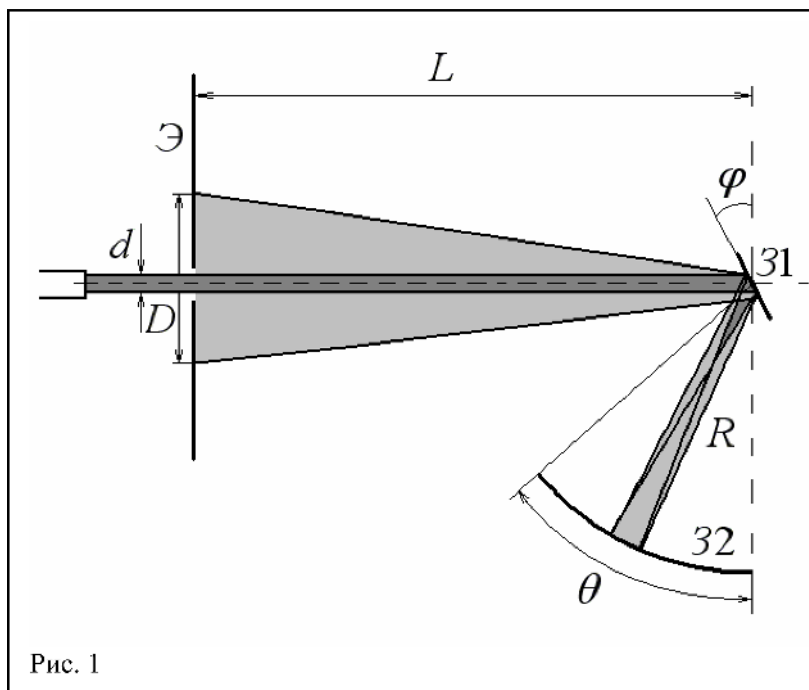
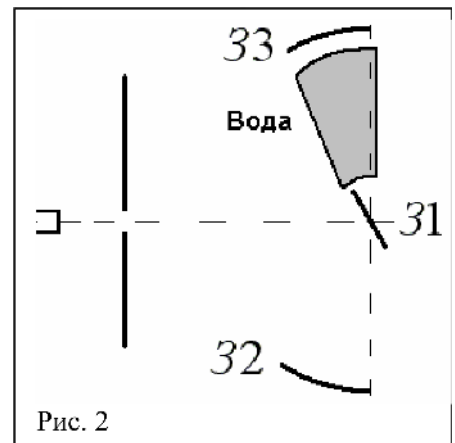


Схема установки представлена на рисунке 1 (вид сверху). Тонкий параллельный лазерный луч шириной $d = 5,0$ мм проходит через отверстие в экране $\mathcal{E}$ и попадает на маленькое плоское двухстороннее зеркальце 31, находящееся на расстоянии $L = 20$ м от экрана, которое может вращаться вокруг вертикальной оси. Пусть φ – угол его поворота (рис. 1). После этого луч попадает на сферическое зеркало 32, радиус кривизны которого равен $R = 10$ м. Размеры зеркала будем характеризовать величиной угла $\theta = 10^\circ$ – угол, под которым видно это зеркало из центра зеркальца 31. Маленькое зеркальце находится в центре кривизны зеркала 32, т.е. на расстоянии R от него. После отражения от сферического зеркала, лазерный луч снова попадает на зеркальце 31, отражается и формирует на экране пятно некоторого диаметра D .

1. При каких углах φ можно наблюдать пятно в центре экрана. 2. Определите диаметр пятна D .

Начнём вращать зеркальце с достаточно большой скоростью. Пусть зеркальце совершает $\nu = 5,0 \cdot 10^2$ оборотов в секунду. Скорость света равна $c = 3,0 \cdot 10^8$ м/с.*

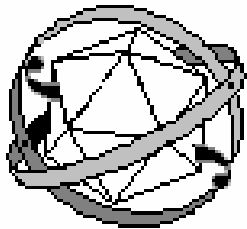


3. Покажите, что пятно на экране сдвинется на некоторое расстояние в ту или другую сторону, в зависимости от направления вращения. Определите величину этого смещения x .

С помощью такой установки Араго также удалось измерить показатель преломления воды. Для этого необходимо добавить ещё одно сферическое зеркало и резервуар с водой, занимающий практически всё пространство между зеркальцем 31 и вторым зеркалом 33 (см. рисунок 2). Стенки резервуара полукруглые, поэтому преломлением света на его границе можно пренебречь.

4. При какой частоте вращения ν' можно наблюдать два отдельных пятна. *Показатель преломления воды $n = 1,3^*$

Решение



Задание 3. «Опыт Араго»

1. Необходимо, чтобы лучи отражённые от зеркальца 31, попали на зеркало 32. Это возможно при

$$\frac{90^\circ - \theta}{2} < \varphi < 45^\circ, \quad (1)$$

$$40^\circ < \varphi < 45^\circ, \quad (2)$$

и, т.к. зеркальце двухстороннее,

$$\frac{90^\circ - \theta}{2} + 180^\circ < \varphi < 45^\circ + 180^\circ, \quad (3)$$

$$220^\circ < \varphi < 225^\circ. \quad (4)$$

2. Ход лучей показан на рисунке. После отражения от сферического зеркала лучи идут под углом

$$\delta = \frac{d}{R} \quad (5)$$

по отношению к первоначальному направлению. После вторичного отражения от зеркальца, пучок расходится под углом равным 2δ . Тогда диаметр пятна на экране

$$D = d + 2\frac{d}{R}L = 25 \text{ мм} \quad (6)$$

3. При вращении зеркальца, за время τ , необходимое свету для того, чтобы «слетать» от зеркальца 31 до зеркала 32 и обратно, зеркальце повернётся на угол ξ . Лазерный луч повернётся на угол 2ξ и пятно сместится на некоторое расстояние. Направление смещения зависит от направления вращения зеркальца. Величина

$$\tau = 2\frac{R}{c}, \quad (7)$$

тогда

$$\xi = 2\pi \cdot \nu \cdot \tau. \quad (8)$$

Величина смещения:

$$x = 2\xi L = 8\pi \cdot \nu \cdot \frac{R}{c}L = 8,4 \text{ мм}. \quad (9)$$

4. При вращении зеркальца пятно будет состоять из двух одинаковых пятен, центры которых не совпадают. При увеличении скорости вращения расстояние между центрами пятен будет увеличиваться. Пятна будут сдвигаться в одну и ту же сторону. 5. Пятна будут разделены, если расстояние между их центрами станет равно диаметру D .

$$\Delta x = 8\pi \cdot \nu' \cdot \frac{R}{c}L \cdot (n - 1) = D. \quad (10)$$

Откуда и получаем значение частоты вращения:

$$\nu' = \frac{D \cdot c}{8\pi(n - 1) \cdot R \cdot L} = 5,0 \cdot 10^3 \text{ об/с}. \quad (11)$$

