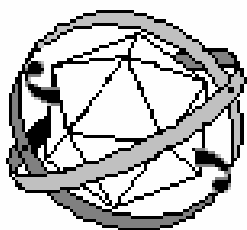
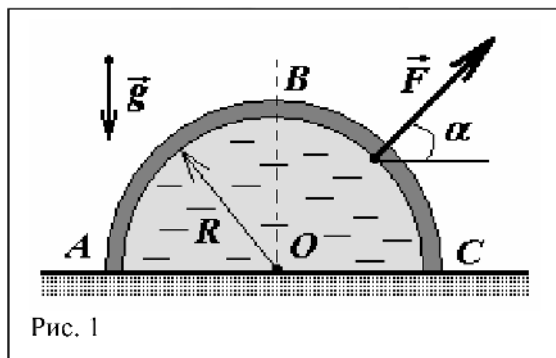


Условие

Задача 4. «Подземная река»

Подземная река упрятана в русло, образованное полуцилиндрическим бетонным куполом ABC радиусом $R = 2,0$ м и горизонтальной поверхностью AOC (рис.1). Найдите силу давления воды $\vec{F}$ на левую половинку BC купола, а также угол α , который образует вектор силы $\vec{F}$ с горизонтом. Длина русла (за чертеж) — $L = 10$ м. Плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



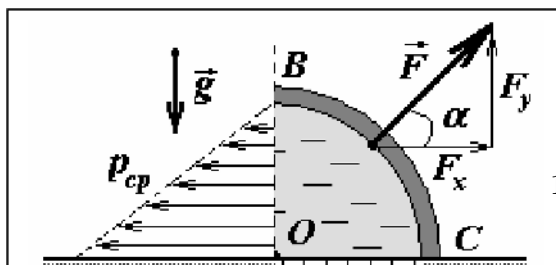
Решение

Задача 4 «Подземная река»

Обозначим проекции искомой силы давления $\vec{F}$ жидкости на горизонтальную ось — F_x , на вертикальную — F_y (рис. 2). Тогда из соответствующего прямоугольного треугольника сил имеем

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}. \quad (1)$$

Сила горизонтального давления F_x на половинку BC купола равна по модулю (и противоположна по направлению) силе давления на вертикальное сечение OB системы. Это следует из условия равновесия



каждой из половинок купола. Атмосферное давление можно не учитывать, т.к. оно оказывает действие с обеих сторон купола.

Поскольку гидростатическое давление с глубиной возрастает линейно, а элементарные площадки имеют одинаковую длину L , то среднее давление для этого сечения (см. рис. 2)

$$p_{\text{ср}} = \frac{\rho g h}{2} = \frac{\rho g R}{2}.$$

Учитывая, что площадь всего прямоугольного сечения $S_{\text{ВО}} = LR$, окончательно получим

$$F_x = \frac{\rho g R}{2} \cdot LR = \frac{\rho g LR^2}{2}. \quad (2)$$

Для нахождения F_y воспользуемся гидростатическим парадоксом. Сила вертикального давления на дно (сечение ОС) с одной стороны может быть найдена по определению как произведение постоянного давления $p = \rho g R$ на площадь дна $S_{\text{ОС}}$

$$F_{\text{ОС}} = p \cdot S_{\text{ОС}} = \rho g R \cdot LR = \rho g LR^2, \quad (3)$$

а с другой — как сумма силы тяжести воды на рис. 2 и F_y . Действительно, по III закону Ньютона, бетонный купол «прижимает» воду ко дну тоже с силой F_y . Таким образом,

$$\rho g LR^2 = F_y + \rho g \frac{\pi R^2}{4} L \quad (4)$$

Из (4) находим

$$F_y = \frac{4 - \pi}{4} \rho g LR^2 \quad (5)$$

Окончательно, с учетом (1), (2) и (5) получаем

$$F = \frac{\rho g LR^2}{4} \sqrt{4 + (4 - \pi)^2} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н} = 0,21 \text{ МН} \quad (6)$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{4 - \pi}{2} = 0,43 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 23^\circ. \quad (7)$$

Как видим из (6), сила давления воды достаточно велика — крепления половинок русла должны быть надежными! Кроме того, из (7) следует, что значение угла α на рис. 1 преувеличено примерно в 2 раза, т.е. вода значительно больше «толкает» половинку, чем «приподнимает».

