

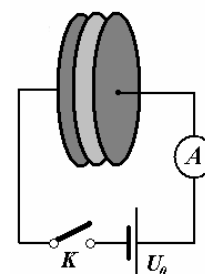
Условие

Задача 3. «Диэлектрик, или проводник?»

Плоский конденсатор образован двумя параллельными пластинами площадью $S = 25 \text{ см}^2$ каждая, расположенными на расстоянии $h = 2,0 \text{ мм}$ друг от друга. Между обкладками конденсатора расположена пластинка толщиной $\frac{h}{2}$, имеющая ту же площадь, изготовленная из материала с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2,5$ и удельным электрическим сопротивлением $\rho = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения $U_0 = 5,0 \text{ кВ}$ через чувствительный амперметр.

3.1 Постройте примерные графики зависимости заряда конденсатора и силы тока через амперметр от времени после замыкания ключа. **3.2** Оцените характерное время существования тока в цепи. **3.3** Какое количество теплоты выделится в пластинке внутри конденсатора за время существования тока в цепи?

*Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$.



Решение

Задача 3. «Диэлектрик или проводник?»

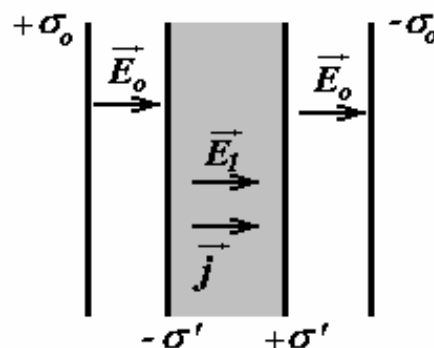
Рассмотрим физическую картину происходящих явлений. Сразу после замыкания цепи на пластинке возникают поляризационные заряды (пластинка на малых временах ведет себя как диэлектрик), затем в пластике в результате протекания тока происходит перераспределение заряда, пока поле внутри пластинки не исчезнет (пластинка становится проводником).

Обозначим поверхностную плотность заряда на обкладках конденсатора σ_0 , а на поверхности пластинки σ' (знаки зарядов указаны на рисунке). Так как напряжение между обкладками поддерживается постоянным, то выполняется соотношение

$$U_0 = E_0 \frac{h}{2} + E_1 \frac{h}{2}, \quad (1)$$

где E_0 , E_1 напряженности электрических полей между обкладками и пластинкой и внутри пластинки, соответственно. Напряженности полей связаны с поверхностными плотностями зарядов соотношениями

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}; \quad E_1 = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (2)$$



После замыкания цепи практически мгновенно на пластинке возникнут поляризационные заряды, такие, что напряженность поля внутри пластики будет в ε раз меньше напряженности поля вне ее $E_1 = \frac{E_0}{\varepsilon}$, поэтому из соотношения (1) получим

$$U_0 = E_0 \frac{h}{2} + \frac{E_0}{\varepsilon} \frac{h}{2} \Rightarrow E_0 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{2U_0}{h}. \quad (3)$$

Это поле создается зарядами на обкладках

$$Q_0 = \sigma_0 S = \varepsilon_0 E_0 S = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \cdot \frac{2U_0 \varepsilon_0 S}{h} \approx 7,9 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}. \quad (4)$$

Под действием поля внутри пластинки начнет течь электрический ток, который будет изменять заряды, как на поверхности пластинки, так и на обкладках конденсатора. Ток прекратится, когда напряженность поля внутри пластинки станет равной нулю. После завершения этого процесса перераспределения напряженности полей станут равными

$$E_1 = 0; \quad E_0 = \frac{2U_0}{h},$$

а заряд на обкладках

$$Q_{01} = \sigma_0 S = \varepsilon_0 E_0 S = \frac{2U_0 \varepsilon_0 S}{h} \approx 11 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}. \quad (5)$$

Таким образом, заряд конденсатора будет изменяться от $Q_0 \approx 7,9 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ до $Q_{01} \approx 11 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$.

Для описания динамики изменения этого заряда из соотношение (1)–(2) выразим

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{U_0 \varepsilon_0}{h} + \frac{\sigma'}{2} \\ Q_0 &= \frac{U_0 \varepsilon_0 S}{h} + \frac{Q'}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

где Q' — заряд на поверхности пластинки. Изменение этого заряда обусловлено электрическим током внутри пластинки, сила которого определяется законом Ома

$$\frac{\Delta Q'}{\Delta t} = I = \frac{E_1 \frac{h}{2}}{R} = \frac{E_1 \frac{h}{2}}{\rho \frac{h}{2}} S = \frac{E_1}{\rho} S = \frac{Q_0 - Q'}{\varepsilon_0 \rho}. \quad (7)$$

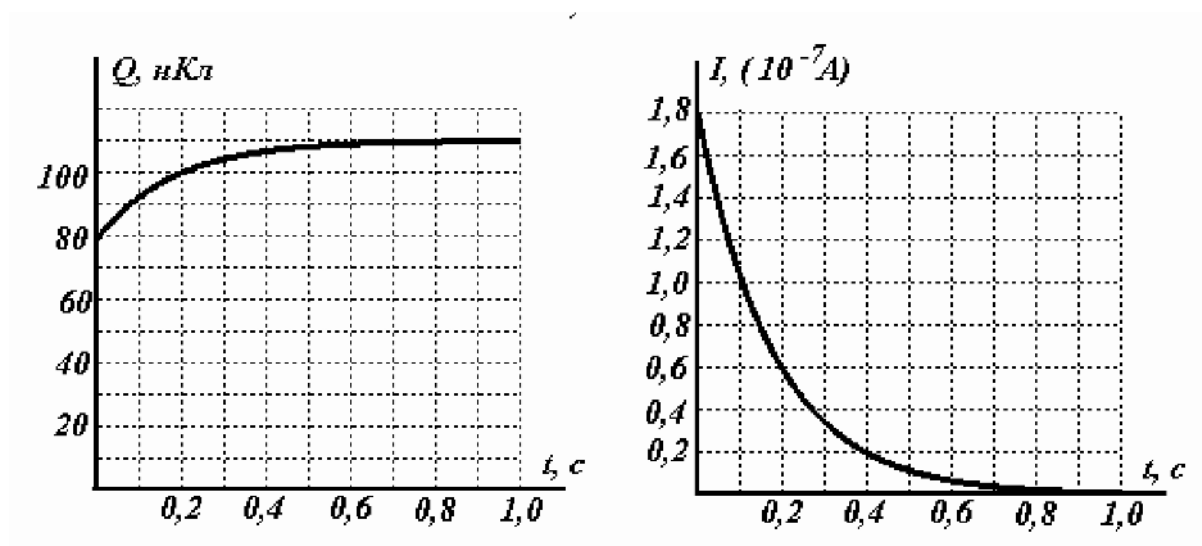
Избавляясь в этом уравнении от Q' с помощью соотношений (6) получим уравнение, описывающее изменение заряда конденсатора

$$I_0 = \frac{\Delta Q_0}{\Delta t} = -\frac{1}{2\varepsilon_0 \rho} \left(Q_0 - \frac{2U_0 \varepsilon_0 S}{h} \right) = -\frac{1}{2\varepsilon_0 \rho} (Q_0 - Q_{01}). \quad (8)$$

Из этого уравнения следует, что характерное время изменения заряда (следовательно, и существования тока) равно

$$\tau = 2\rho\varepsilon_0 \approx 0,18 \text{ с.} \quad (9)$$

Начальное значение силы тока $I_{00} = -\frac{1}{2\varepsilon_0\rho}(Q_0 - Q_{01}) \approx 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ А}$, который затем убывает до нуля.



Для определения количества теплоты, выделившейся в пластинке, можно воспользоваться энергетическим соотношением:

- после замыкания цепи конденсатор обладал энергией $W_0 = \frac{C_0 U_0^2}{2} = \frac{1}{2} Q_0 U_0$, где $C_0 = \left(\left(\frac{2\varepsilon_0 S}{h} \right)^{-1} + \left(\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_0 S}{h} \right)^{-1} \right)^{-1} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon+1} \frac{2\varepsilon_0 S}{h}$ - начальная емкость конденсатора; - за время протекания тока источник совершил работу $A = (Q_{01} - Q_0) U_0$; - после перераспределения конденсатор обладает энергией $W_1 = \frac{C_1 U_0^2}{2} = \frac{1}{2} Q_{01} U_0$, где $C = \frac{2\varepsilon_0 S}{h}$ - емкость конденсатора, после прекращения тока. Таким образом, энергетический баланс представляется уравнением

$$W_0 + A = W_1 + \tilde{Q}, \quad (10)$$

здесь $\tilde{Q}$ - количество выделившейся теплоты. Из этого уравнения находим

$$\tilde{Q} = A + W_0 - W_1 = (Q_{10} - Q_0) U_0 - \frac{1}{2} (Q_{10} - Q_0) U_0 = \frac{1}{2} (Q_{10} - Q_0) U_0 = 7,8 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$$