

Условие

Задание 4. «Сочини закон Ома!»

1. Частица движется по прямой. В течение промежутка времени τ она движется с постоянным ускорением a , после чего в результате столкновения полностью останавливается. Затем она снова начинается двигаться с тем же ускорением в течение такого же промежутка времени τ , останавливается... и так далее. Постройте примерные графики зависимостей скорости и координаты частицы от времени. Найдите среднюю скорость движения частицы за промежуток времени значительно превышающий τ .

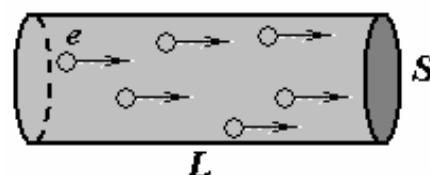
2. Частица движется по прямой с постоянным ускорением a , пройдя путь l , в результате столкновения полностью останавливается. Затем она снова начинается двигаться с тем же ускорением и опять проходит путь l , останавливается... и так далее. Найдите среднюю скорость движения частицы на расстоянии, значительно превышающем l .



При изучении физических явлений, особенно плохо знакомых, полезно построить правдоподобную, пусть и примитивную модель. Сейчас вам предстоит в рамках модели подобного типа объяснить закон Ома.

Носителями электрического тока в металлах являются электроны (элементарные частицы, масса которых равна m , а электрический заряд e). Концентрация электронов (число электронов в единице объема) зависит от рода металла. Пусть в нашем случае она известна и равна n . Внутри проводника в течение некоторого промежутка времени τ (которое считайте постоянным и известным) электрон движется свободно под действием сил электрического поля, а затем сталкивается с ионом кристаллической решетки и полностью теряет свою скорость. Рассмотрим цилиндрический проводник длиной L и площадью поперечного сечения S , к концам которого приложено постоянное электрическое напряжение U .

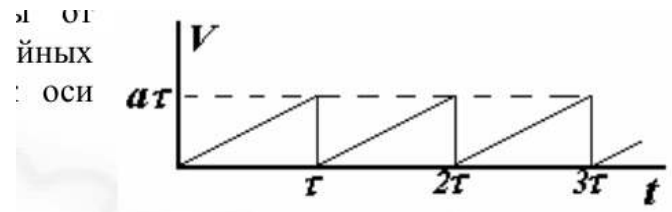
3. Чему равна электрическая сила, действующая на отдельный электрон? 4. Чему равна средняя скорость направленного движения электронов? 5. Покажите, что в рамках данной модели выполняется закон Ома для участка цепи. 6. Найдите силу тока в цепи. 7. Выразите удельное электрическое



сопротивление металла через его характеристик (концентрацию электронов n , время свободного движения электронов τ) и характеристики электрона.

Решение

Задание 4. «Сочини закон Ома!»

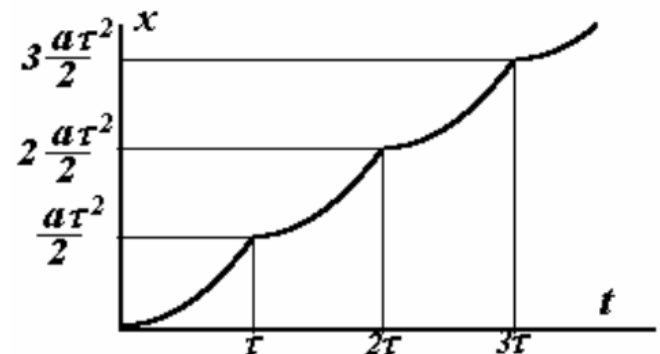


1. График зависимости скорости частицы от времени представляет собой набор прямолинейных отрезков, коэффициент наклона которых к оси времени равен ускорению частицы a .

Зависимость координаты от времени изображается в виде набора парабол, каждая из которых описывается функцией

$$x = x_0 + \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Средняя скорость движения частицы за большой промежуток времени равна средней скорости на временном интервале равноускоренного движения, т.е.



$$V_{\text{ср.}} = \frac{a\tau}{2}. \quad (2)$$

2. Время движения частицы на одном интервале равноускоренного движения определим из уравнения

$$l = \frac{a\tau^2}{2} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2l}{a}}. \quad (3)$$

Тогда средняя скорость движения будет равна

$$V_{\text{ср}} = \frac{l}{\tau} = \sqrt{\frac{al}{2}}. \quad (4)$$

3. Как известно, электрическое напряжение равно работе электрических сил по перемещению единичного заряда, поэтому

$$U = \frac{FL}{e} \Rightarrow F = \frac{eU}{L} \quad (5)$$

4. Ускорение электрона между столкновениями определяется по второму закону Ньютона

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{eU}{mL}. \quad (6)$$

Так как в течение промежутка времени τ электрон движется с постоянным ускорением, а затем полностью теряет свою скорость, его средняя скорость равна (см. (2))

$$V_{\text{cp}} = \frac{a\tau}{2} = \frac{eU\tau}{2mL}. \quad (7)$$

5. Сила электрического тока равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени. Так как концентрация электронов в проводнике постоянна, то сила тока пропорциональна средней скорости движения электронов. Так как средняя скорость пропорциональна приложенному напряжению, то сила тока пропорциональна приложенному напряжению, что и соответствует закону Ома.

6. Через поперечное сечение проводника за время t пройдут те электроны, которые находятся от рассматриваемого сечения на расстояниях меньших, чем $V_{\text{cp}}t$, то есть в объеме проводника $V_{\text{cp}}tS$, умножая этот объем на концентрацию электронов, получим число электронов в этом объеме $V_{\text{cp}}tSn$, для вычисления суммарного заряда необходимо умножить число электронов на заряд одного электрона. Таким образом, за время t через поперечное сечения проводника протечет заряд $q = V_{\text{cp}}tSne$. Следовательно, сила тока в цепи

$$I = \frac{q}{t} = V_{\text{cp}}Sne = \frac{e^2\tau Sn}{2mL}U. \quad (8)$$

7. Запишем закон Ома в «традиционной» форме и выразим сопротивление проводника через его размеры и удельное электрическое сопротивление

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho L}. \quad (9)$$

Сравнивая данное выражение с полученной ранее формулой (8), находим удельное электрическое сопротивление материала проводника

$$\rho = \frac{2m}{e^2\tau n}. \quad (8)$$