

Условие

Задание 2. «Удвоение и падение» На конце длинной легкой спицы укреплен небольшой массивный шарик (масса шарика значительно больше массы спицы, радиус шарика значительно меньше длины спицы). Спицу с шариком устанавливают на горизонтальную поверхность под небольшим углом α к вертикали и отпускают. В процессе движения нижний конец спицы остается неподвижным, шарик ударяется о поверхность через время t_1 . В середине спицы закрепляют еще один такой же шарик, спицу располагают под тем же углом к вертикали и отпускают. Чему будет равно время падения в этом случае?

Решение

Задание 2. «Удвоение и падение»

Рассмотрим спицу с одним шариком в момент, когда она составляет некоторый угол α с вертикалью. Согласно закону сохранения механической энергии имеем

$$\frac{mV^2}{2} + mgl \cos \alpha = mgl \cos \alpha_0, \quad (1)$$

где l — длина спицы, m — масса шарика, V — его скорость в данный момент, α_0 — угол начального отклонения спицы. Из (1), учитывая, что $V = \omega l$ найдем угловую скорость ω_1 спицы в рассматриваемый момент времени

$$\omega_1 = \sqrt{2 \frac{g}{l} (\cos \alpha_0 - \cos \alpha)}. \quad (2)$$

Проводя аналогичные рассуждения для случая падения спицы с двумя шариками, получим

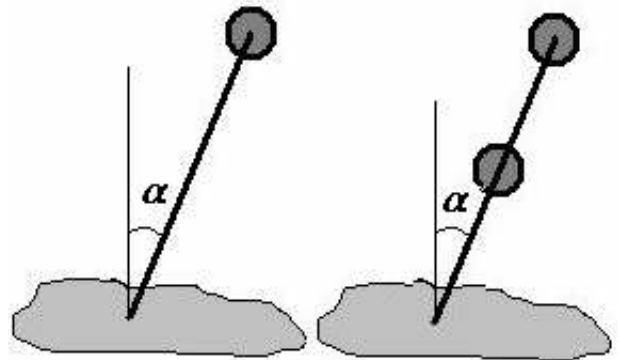
$$\frac{(ml^2 + m\frac{l^2}{4})\omega_2^2}{2} = mg(l + \frac{l}{2})(\cos \alpha_0 - \cos \alpha). \quad (3)$$

Выражая из (3) значение угловой скорости ω_2 , получим

$$\omega_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{g}{l} (\cos \alpha_0 - \cos \alpha)}. \quad (4)$$

Как видим из (2) и (4) отношение угловых скоростей ω_2 к ω_1 остается постоянным при падении спицы

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{6}{5}}. \quad (5)$$



Это говорит о том, что так же будут соотноситься и средние угловые скорости падения спиц. Следовательно, времена падения будут связаны обратным соотношением

$$\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{5}{6}} \quad \Rightarrow \quad t_2 = t_1 \sqrt{\frac{5}{6}} . \quad (6)$$

$$\sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow t_2 = t_1 \sqrt{\frac{5}{6}}$$