

Пыль

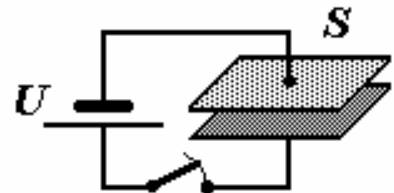
Условие

3. «Пыль». Плоский конденсатор образован двумя параллельными металлическими пластинами. Расстояние между пластинами h значительно меньше размеров пластин. Площадь каждой пластины равна S . Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения, величина которого равна U . Между пластинами находится мелкая металлическая пыль. Каждую пылинку представляет собой металлический шарик радиуса r и массы m , средняя концентрация пылинок между пластинами равна n .

А) Найдите значение силы тока в цепи.

Б) Оцените время, в течение которого напряжение между пластинами уменьшится на $\eta = 1\%$ после размыкания цепи.

Действием силы тяжести пренебречь, воздух между пластинами отсутствует. Удары пылинок о пластины считать абсолютно неупругими.



Решение

3. «Пыль».

Перенос заряда между пластинами осуществляется пылинками, которые заряжаются (и перезаряжаются) при соприкосновении с пластинами. Величину заряда пылинки q можно найти из условия равенства потенциала шарика и пластины

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = \pm \frac{U}{2}, \quad \Rightarrow \quad |q| = 2\pi\epsilon_0 r U.$$

При оговоренных условиях пылинки будут двигаться равноускоренно, при чем максимальная их скорость может быть найдена из закона сохранения энергии

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = qU,$$

Тогда средняя скорость движения пылинок (учитывая, что начальная скорость равна нулю, а ускорение постоянно) определяется выражением

$$v_{cp} = \frac{v_{\max}}{2} = \sqrt{\frac{qU}{2m}} = U \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 r}{m}}.$$

Следовательно, плотность тока между пластинами равна

$$j = qnv_{cp} = 2\pi\epsilon_0 r \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 r}{m}} n U^2,$$

наконец, искомое значение силы тока

$$I = jS = 2\pi\varepsilon_0 r \sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 r}{m}} nSU^2.$$

Отметим, что для рассматриваемой системы закон Ома не выполняется. Этот же результат может быть получен из следующих рассуждений: Сила тока, по определению, равна $I = \frac{qN}{\tau}$, где τ - время пролета пылинки от одной пластины до другой, которое находится из следующих соотношений $\tau = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2hm}{qE}} = \sqrt{\frac{2h^2m}{qU}}$, что приводит к той же формуле (5).

Для оценки времени разрядки выразим заряд пластины Q через напряжение между обкладками $Q = CU = \frac{\varepsilon_0 S}{h}U$. Уменьшение напряжения на η процентов, соответствует такому же уменьшению заряда на пластинах. Следовательно за искомое время Δt , электрический ток должен «перенести» заряд ηQ , что приводит к уравнению

$$I\Delta t = \eta Q, \quad \Rightarrow \quad 2\pi\varepsilon_0 r \sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 r}{m}} nSU^2 \Delta t = \eta \frac{\varepsilon_0 S}{h} U,$$

из которого определяем время уменьшения заряда (заметим, что изменение заряда мало, поэтому напряжение можно считать постоянным и равным напряжению батареи):

$$\Delta t = \frac{\eta}{2\pi r n h U} \sqrt{\frac{m}{\pi\varepsilon_0 r}}.$$