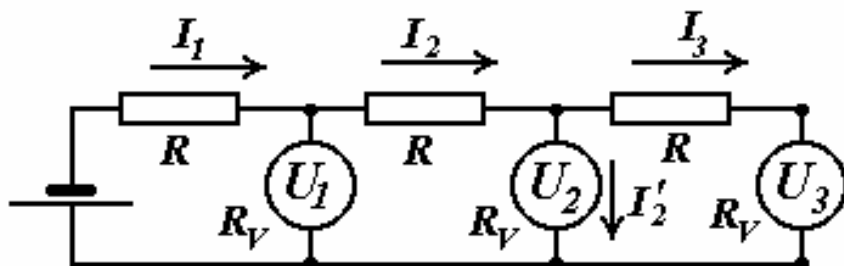
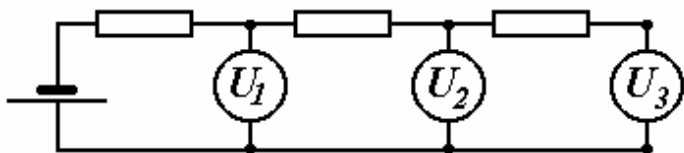


Условие

2. Электрическая цепь собрана из трех одинаковых вольтметров и трех одинаковых резисторов. Показание первого вольтметра $U_1 = 10$ В, показание третьего вольтметра $U_3 = 8,0$ В. Чему равно показание второго вольтметра.

Решение

2. Различия в показаниях вольтметров, возникая из-за того, что они не являются идеальными, то есть имеют конечное сопротивление, которое мы обозначим R_V , которое сравним с сопротивлением резисторов R .



На схеме указаны обозначения токов, текущих через различные элементы схемы. Используя законы последовательного и параллельного соединения, можно записать следующие уравнения

$$\begin{aligned} U_3 &= I_3 R_V \\ U_2 &= I_3 (R + R_V). \\ U_1 &= I_2 R + U_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Выразим силу тока I_2 через силу тока I_3 , используя систему уравнений

$$\begin{aligned} I_2 &= I'_2 + I_3 \\ I'_2 R_V &= U'_2 \end{aligned} \quad (2)$$

из которой следует

$$I_2 = \frac{U_2}{R_V} + I_3. \quad (3)$$

Не смотря на то, что в системе 4 уравнений (1), (3) содержится 5 неизвестных, из нее можно найти значение U_2 .

Действительно, в третье уравнение системы (1) подставим выражение (3)

$$U_1 = \left(\frac{U_2}{R_V} + I_3 \right) R + U_2. \quad (4)$$

А из первых двух уравнений этой же системы выразим:

$$\begin{aligned} I_3 R &= U_2 - U_3 \quad (\text{из разности этих уравнений}); \\ \frac{R}{R_V} &= \frac{U_2}{U_3} - 1 \quad (\text{из частного этих уравнений}); \end{aligned}$$

и подставим их в уравнение (4)

$$U_1 = U_2 \left(\frac{U_2}{U_3} - 1 \right) + U_2 - U_3 + U_2.$$

Решение этого квадратного уравнения имеет вид

$$U_2 = \frac{\sqrt{5U_3^2 + 4U_1U_2} - U_3}{2} \approx 8,6B.$$

Отрицательный корень мы отбросили, как не имеющий физического смысла.

Отметим, что в нашей цепи $R_V \approx 12R$, что подтверждает наше исходное предположение.