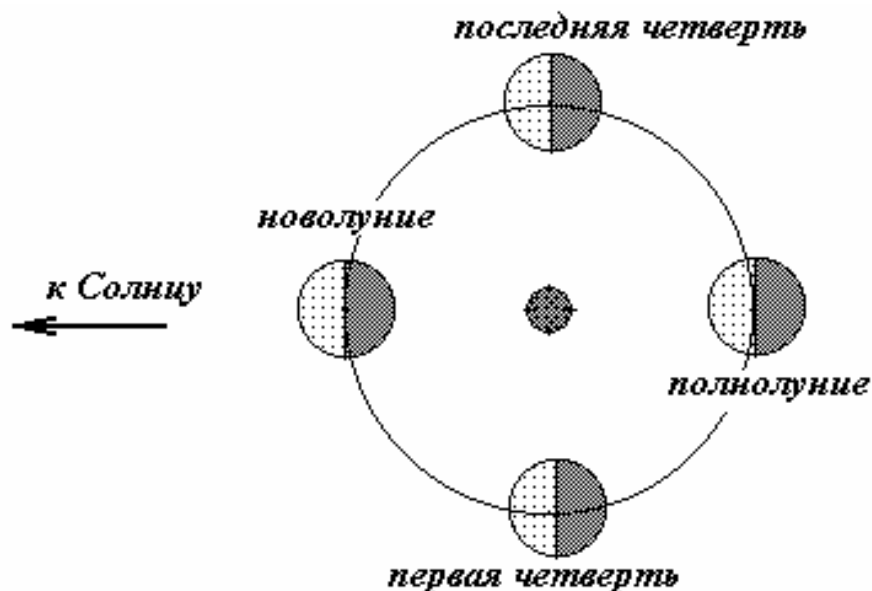


Условие

1. Оцените разность между периодом обращения Луны вокруг Земли и лунным месяцем. Оцените разность времен прохождения Луны от первой четверти до последней и от последней до первой четверти следующего месяца. Считайте орбиты Земли вокруг Солнца и Луны вокруг Земли круговыми и лежащими в одной плоскости. Радиус орбиты Земли - **150** млн. км; радиус орбиты Луны - **400** тыс. км; период обращения Луны - **27** суток; период обращения Земли - **365** суток.



Примечания. 1. Лунный месяц - период между двумя последовательными новолуниями.

Решение

1. Движение связанных шайб можно представить как суперпозицию поступательного равномерного движения центра масс и вращения вокруг оси, проходящей через центр масс. Координату центра масс C найдем по формуле

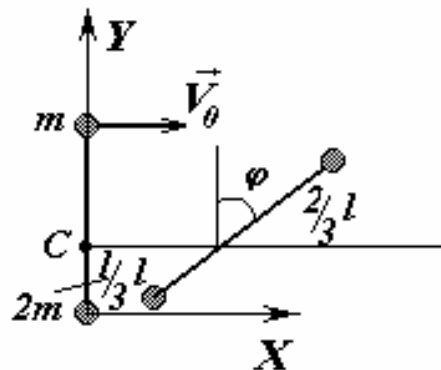
$$y_C = \frac{ml}{m + 2m} = \frac{l}{3}, \quad (1)$$

Скорость центра масс

$$V = \frac{mV_0}{3m} = \frac{V_0}{3}, \quad (2)$$

а угловая скорость вращения

$$\omega = \frac{V_0}{l}. \quad (3)$$



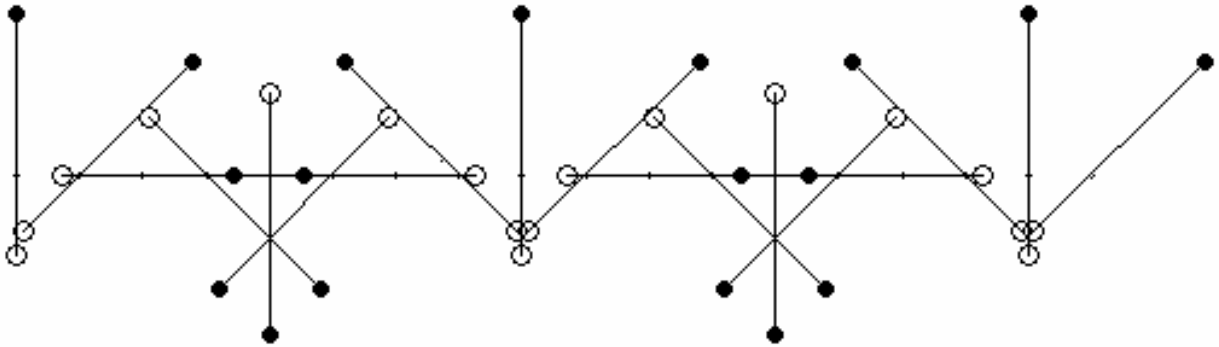
В таком представлении зависимости координат шайб от времени почти очевидны:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{V_0}{3}t + \frac{2}{3}l \sin \frac{V_0}{l}t \\ y_1 = \frac{l}{3} + \frac{2}{3}l \cos \frac{V_0}{l}t \end{cases} ; \quad \begin{cases} x_2 = \frac{V_0}{3}t - \frac{1}{3}l \sin \frac{V_0}{l}t \\ y_2 = \frac{l}{3} - \frac{1}{3}l \cos \frac{V_0}{l}t \end{cases} . \quad (4)$$

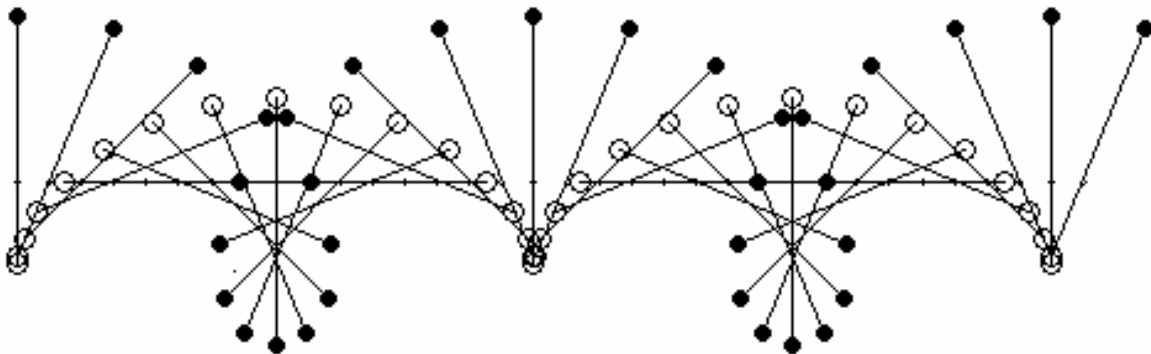
Для построения траекторий можно нарисовать нескольких положений связанных шайб при изменении угла поворота, например на 45° , и соединить их плавными линиями. Для этого удобно переписать уравнения движения в зависимости от угла поворота $\varphi = \frac{V_0}{l}t$:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{l}{3}(\varphi + 2 \sin \varphi) \\ y_1 = \frac{l}{3}(1 + 2 \cos \varphi) \end{cases} ; \quad \begin{cases} x_2 = \frac{l}{3}(\varphi - \sin \varphi) \\ y_2 = \frac{l}{3}(1 - \cos \varphi) \end{cases} . \quad (6)$$

Результат построения показан на следующем рисунке



Более эффектная картинка получится, если уменьшить шаг изменения угла поворота



Траекториями движения являются две циклоиды, первая из которых - удлиненная.

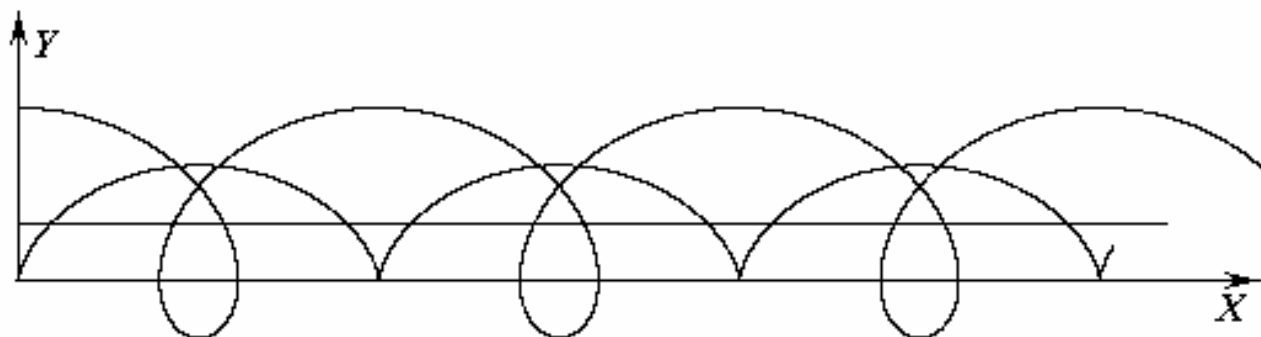


Схема оценивания.

Номер пункта	Содержание	баллы всего	в том числе за подпункты
1	Разложение движения на составляющие	2	
2	Уравнения законов движения	5	
	- положение центра масс		1
	- скорость центра масс		1
	- угловая скорость вращения		1
	- закон движения тела m		1
	- закон движения тела $2m$		1
3	Построение траекторий	3	
	- метод построения		1
	- тела m		1
	- тела $2m$		1
	всего	10	